

Министерство образования и науки Российской Федерации
Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова (Россия, Ярославль)
Институт прикладной физики АН Республики Молдова (Молдова, Кишинев)
ОНУ им. И. И. Мечникова (Украина, Одесса)
Национальный исследовательский университет (МЭИ) (Россия, Москва)
Владимирский государственный университет им. А. Г. и Н. Г. Столетовых
(Россия, Владимир)

**Волновая электрогидродинамика
проводящей жидкости.
Долгоживущие плазменные образования
и малоизученные формы
естественных электрических разрядов
в атмосфере**

*Материалы XI Международной конференции
04 – 07 июля 2015 года
Ярославль. ЯрГУ им. П. Г. Демидова*

Ярославль
ЯрГУ
2015

УДК 532.59: 534.1: 551.594.2
ББК 253.322я43+Д236я43
В 67

Волновая электрогидродинамика проводящей жидкости. Долгоживущие плазменные образования и малоизученные формы естественных электрических разрядов в атмосфере: материалы XI Международной конференции (4–7 июля 2015 г., Ярославль) / Яросл. гос. университет им. П. Г. Демидова. – Ярославль, 2015. – 192 с.

ISBN 978-5-8397-1026-9

Организационный комитет:

д-р физ.-мат. н., проф., акад. АН Молдовы Мирча Кириллович Болога (ИПФ, Молдова) – *сопредседатель*.

д-р физ.-мат. н., проф. Александр Иванович Григорьев (ЯрГУ) – *сопредседатель*.

д-р физ.-мат. н., проф. Александр Валентинович Тюрин (ОНУ им. И. И. Мечникова, Одесса, Украина) – *сопредседатель*.

Члены оргкомитета:

д-р физ.-мат. н., проф. Дмитрий Федорович Белоножко (Ярославль, ЯрГУ)

д-р физ.-мат. н., проф. Алексей Николаевич Жаров (ЯГТУ)

д-р физ.-мат. н., проф. Вячеслав Александрович Коромыслов (Ярославский филиал РГОТУПС);

д-р физ.-мат. н., проф. Олег Арсеньевич Синкевич (МЭИ);

д-р физ.-мат. н., проф. Леонид Викторович Фуров (ВлГУ);

д-р физ.-мат. н., проф. Светлана Олеговна Ширяева (ЯрГУ).

Ученый секретарь:

д-р физ.-мат. н., проф. Светлана Олеговна Ширяева (ЯрГУ).

За организацию и поддержание сайта конференции отвечает:

к. физ.-мат. н. Алексей Рамазанович Гаибов (ЯрГУ).

*Фотографии на обложке воспроизводятся
с любезного согласия авторов.*

УДК 532.59: 534.1: 551.594.2
ББК 253.322я43+Д236я43

ISBN 978-5-8397-1026-9

© ЯрГУ, 2015

О ПАРАМЕТРИЗАЦИИ РАЗВИВАЮЩЕЙСЯ СИСТЕМЫ

Ю. И. Бойко, Н. Х. Копыт

*Одесский национальный университет им. И. И. Мечникова, Одесса, Украина
E-mail: yuliyboyko@gmail.com*

В общей математической модели явления под параметром обычно понимается величина, значения которой служат для различения элементов некоторого множества между собой [1]. Если эти элементы есть различные состояния процесса развития некоторой системы, то в соответствии с этим возникает проблема построения такого параметра. Классические модели эволюции математических (задача Коши), механических, термодинамических систем используют два типа параметров, один из которых отображает область существования системы в какой-то момент времени, другой – фактор ее развития. Вхождение их в одну функцию состояния, описывающую процесс развития, обуславливает для нее связность эволюции (по логике использования указанных предпосылок рекурсивного определения [2]) – механическое подобие для механических [3], термодинамическое (феноменологическое) [4] – для термодинамических систем. То же можно сказать и для классического представления волнового процесса с его длиной волны, его скоростью и транслятивной симметрией.

В случае представления состояния системы областью описательного пространства использование для нее понятия многообразия предусматривает ее параметризацию через установление соответствия с областью числового пространства. Применительно к волновым процессам такой подход конкретизируется теоремой Котельникова, называемой еще теоремой отсчетов. Однако в общем такая локализация параметризации не решает задачу параметризации системы в целом, хотя создает предпосылки оценивания глобальности соответствия. Учитывая логический характер последнего, можно понимать область числового пространства как предикат в широком смысле для области описательного пространства. Это позволяет выполнить дальнейшее обобщение логико-математической трехзвенной модели системы в логическое высказывание, оставив логическую категорию «объект (операнд)» для области описательного пространства, а категории «отношение (операция)», «свойство (условие)» объединив в предикате [5]. Предметно это значит, что построение числового параметра для системы в целом, охватывание числом как сложным термином логического высказывания должно в полной мере использовать определения числового (арифметического) пространства. Прежде всего это относится к операциям. Еще Ньютон в своей «Всеобщей арифметике» указывал, что число не только логическое объединение (сложение) величин, но и отношение однородных величин (операция, обратная логическому пересечению). Кроме умножения как логического пересечения, в числовом пространстве по условиям унитарности еще определяется скалярное умножение, которое можно считать обратной связью с объектом геометрического представления системы.

В нашей работе [6] показано, что логическое пересечение как умножение мнимой единицы на параметр, выражающий радиус кривизны псевдосферы как области состояния осесимметричного солитона отображает переход такого

корпускулярно-волнового (дуального) состояния в состояние тела. Если считать, что на комплексной плоскости отображения комплексных чисел как области числового пространства радиус кривизны есть значение на ее оси абсцисс, то указанное умножение, в соответствии с пониманием геометрической формы комплексного числа, переводит (ортогонально проектирует) его на ось ординат, т. е. указанной выше последовательности физических состояний (кривизн) системы ставится в соответствие последовательность математических состояний числа, как параметра описания системы. Можно считать, что использование здесь для описания развития системы одного типа параметра есть прямое следствие теоремы о проекции [7] с учетом требования наличия нормы.

В работах [8, 9] процесс развития системы как распад ее на две части описывается использованием числовых параметров и в операции «отношение» и в операции «сложение». Если последняя просто отображает условие дихотомии распада исходной системы A_0 на части A_1, A_2 (далее для определенности $A_1 > A_2$)

$$A_0 = A_1 + A_2, \quad (1)$$

то отношение

$$A_0/A_1 = A_1/A_2 = \text{item} \quad (2)$$

понимается нами как принцип ковариантности, подобия в развитии, где item – в общем случае функция (к примеру, в его дифференциальной форме – ковариантном дифференцировании).

Вместе с тем процесс развития системы диспергированием имеет признаки дискретности во времени и свободно становящихся последовательностей в пространственном аспекте, что создает противоречие с числовой параметризацией системы в целом, где такой параметр увязывает сохраняемость системы как таковой с непрерывностью ее развития. Один из способов разрешения противоречия – введение операции логарифмирования, которая каждому члену геометрической прогрессии, представляющей каскадный механизм развития системы, ставит в соответствие член арифметической прогрессии, отражающей потоковый характер развития. Это – частный случай логического согласования групп актуальной и потенциальной бесконечностей в группе абстрактной бесконечности. Будем делать акцент на физическую содержательность системы в ее оценке одним числовым параметром. При этом можно понимать сохраняемость системы как ограничение возможности изменения параметра для большей части в акте диспергирования (как шаге дискретного процесса) до некоторой доли от значения для исходной системы. Здесь соответствие с дискретной последовательностью $A_0 > A_1 > A_2$ устанавливается через среднеквадратичное представление числового параметра $A_1^2 = A_0 * A_2$, при этом форма среднеарифметического получается как $\log_a A_1 = \frac{1}{2} (\log_a A_0 + \log_a A_2)$. При определении узла (начала отсчета) для акта диспергирования как $A_0 = 1$ имеем для такого разбиения золотого сечения $\text{item} = 1,618\dots$, что позволяет конкретизировать рассматривавшееся выше соответствие каскадного и потокового представлений развития системы через ковариантное подобие к виду $1/0,618\dots = 1 + 0,618\dots$. При этом, если параметр, характеризующий в целом исходную систему, вводится как целое число, то уже характеристика частей системы после ее дихотомии требует иррациональных чисел, т. е. однородность числового параметра выполняется лишь в множестве действительных чисел.

Если распространить операции сложения (1) и отношения (2) на случай выделения из исходной системы как $A_0 = 1$ трех частей (т. е. $A_0 = A_1 + A_2 + A_3$;

$A_0/A_1 = A_1/A_2 = A_2/A_3$), получим практически точное решение по представлению последовательности $A_0 > A_1 > A_2 > A_3$ при $A_1 = 0,544$, $A_2 = 0,295$, $A_3 = 0,161$, $\text{item} = 1,84$. Самым общим примером развития системы в трех частях может служить нынешнее рассмотрение космогонии Вселенной, где однородность числового параметра можно понимать через конечность протяженности областей «видимой (обычной) материи» A_3 , стремление протяженности областей «темной материи» A_2 в точку (как предельный результат действия притяжения с учетом смысла решения Шварцшильда уравнений Эйнштейна), а областей «темной энергии» A_1 к бесконечной протяженности (как предельный результат действия отталкивания). В такой характеристике областей мы ее строим как рекурсивное определение, прямой частью которого определяем материальность системы (части), а неявной циклической, через фактор развития, – ее энергетическое проявление. Принятые теперь оценки: $A_3 = 0,04$, $A_2 = 0,23$, $A_1 = 0,73$ [10]. Если считать, что требование ковариантности отвечает устойчивости развития системы, то сопоставление с полученными расчетными значениями показывает, что лишь по параметру, отражающему темную энергию, значение больше расчетного. Из этого следует, что проявление сил отталкивания сейчас более значимо, нежели должно было бы быть в устойчивой модели развития системы – результат, вполне согласующийся с имеющимся ускоряющимся расширением Вселенной.

Таким образом, для диспергирования системы на две и три части рассмотренный способ характеристики их числовым параметром одного типа является целесообразным, давая содержательную информацию о таком развитии системы.

Ссылки

1. Определение параметра. URL: <http://dic.academic.ru/dic.nsf/bse/118501>
2. Криницкий Н. А., Миронов Г. А., Фролов Г. Д. Программирование и алгоритмические языки. М.: Наука, 1975. 496 с.
3. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. 224 с.
4. Румер Ю. Б., Рывкин М. Ш. Термодинамика, статистическая физика и кинетика. М.: Наука, 1977. 552 с.
5. Зиновьев А. А. Логическая физика. М.: Наука, 1972. 193 с.
6. Бойко Ю. И., Копыт Н. Х. О геометрии возмущений при диспергировании среды силами потенциального типа // 9-я межд. конф. «Волновая электрогидродинамика проводящей жидкости. ДПО и малоизученные формы естественных электрических разрядов в атмосфере». Ярославль, 2011.
7. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. М.: Наука, 1974. 832 с.
8. Бойко Ю. И., Копыт Н. Х. О геометрических и алгебраических аспектах представления развития возмущения в нелинейной стадии // 10-я межд. конф. «Волновая электрогидродинамика проводящей жидкости...». Ярославль, 2013. С. 3–5.
9. Бойко Ю. И., Копыт Н. Х. Характеризация системы. Ч. 2: Сохраняемость развивающейся системы как таковой // 26-я межд. конф. «Дисперсные системы». Одесса, 2014. С. 28–29.
10. URL: <https://ru.wikipedia.org/wiki/WMAP>

ШАРОВАЯ МОЛНИЯ С МЕТАЛЛИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКОЙ

В. Л. Бычков, А. С. Щербак

*Московский государственный университет, физический факультет,
119991, Ленинские горы, Москва, Россия
E-mail: bychvl@yandex.ru*

В последние годы появились работы, показывающие, что шаровая молния может представлять объект с оболочкой твердой или расплавленной, внутри которой находится пар вещества. При этом оболочка может представлять окисленный, а пар – неокисленный материалы [1, 2]. Проведенные эксперименты [3, 4] показали возможность существования таких объектов. Тем не менее прямого подтверждения такой возможности не находилось.

Недавно, анализируя работы по шаровой молнии, представленные в Интернете, мы обнаружили интересную работу [5], посвященную «металлической» шаровой молнии. Ввиду важности наблюдения и его анализа мы приводим сокращенное ее изложение.

Наблюдение ШМ произошло 19 июля 2003 года, на даче около Красноярска. Женщина занималась на кухне приготовлением обеда, сидя за столом спиной к окну. Ее сестра, вошедшая на кухню, увидев огненный шар, движущийся к центру кухни со стороны угла между форточкой и вентиляционным отверстием, вскрикнула. Обе, пораженные увиденным, смотрели на огненный шар, по размеру напоминавший футбольный мяч. Через несколько секунд раздался оглушительный взрыв и на стеклянный журнальный столик и пол рассыпались раскаленные металлические шарики. Светящиеся шарики быстро потемнели, оставив на линолеуме пола следы ожога. Опомившись от испуга, женщины собрали большую часть остывших металлических шариков, которые и были переданы автору.

Часть металлических шариков была передана профессору Института Физики СО РАН Г. Н. Чурилову, который с коллективом сотрудников выполнил электрофизические исследования представленного материала. Были получены следующие результаты экспериментальных исследований: 1. Шарики ШМ представляют собой полые сферы из чистого железа диаметром 0,3–1,2 мм при толщине стенки около 10 микрон; 2. Вид кривых намагничивания показывает отсутствие гистерезиса, т. е. указывает на аморфную структуру материала шариков. Был проведен сравнительный анализ структуры и химического состава этого объекта. Шарики были полые. Это свидетельствует о том, что они были сформированы в газовой среде при высоком давлении. Такого типа сфероидальные частицы получают в плазме.

Используя представленную информацию, получим параметры шаровой молнии, определяющие ее наблюдательные свойства.

Будем полагать, что шаровая молния появилась в результате разряда либо линейной молнии, либо короткого замыкания в металлический объект (например, в жестяную крышу дома или в жестяной водослив). При этом появился объект, состоящий из компонентов железа, с горячей, расплавленной оболочкой и металлическим паром внутри него. Движение шара на уровне форточки показывает, что высота его

© Бычков В. Л., 2015

© Щербак А. С., 2015

движения в дачном доме составляет порядка 2 м над поверхностью земли. Это же позволяет предположить, что шар был заряжен. Заряжен отрицательно. В этом случае он мог бы двигаться над землей, имеющей также отрицательный заряд.

В этом случае также можно объяснить появление раскаленных полых шариков, ибо, как известно, заряды в плотных газах являются центрами образования новой фазы.

Будем считать, что вес шара в основном определяется весом оболочки, тогда можно написать уравнение для безразличного равновесия заряженного шара [1]:

$$q \cdot E_{ext} = m \cdot g + \frac{q^2}{16\pi x^2 \varepsilon \varepsilon_0}, \quad (1)$$

где q – заряд шара, E_{ext} – напряженность электрического поля, которую для оценок будем полагать ~ 200 В/м, x – расстояние от шара до земли ~ 2 м, g – ускорение свободного падения, ε – диэлектрическая постоянная, которую для почвы примем равной 2, ε_0 – диэлектрическая постоянная вакуума, m – вес оболочки шара. Приняв радиус шара $R = 0.12$ м, при толщине оболочки 10 мкм, получим $m \gg 0.014$ кг. Подставляя приведенные величины в (1) получим, что заряд шара мог составлять 4.2×10^{-6} Кл при данном весе шара. При таком небольшом заряде баланс давлений в шаре имеет вид

$$P_{cover} + P_{atm} = \frac{k \cdot q^2}{8 \cdot \pi \cdot R^4} + P_{gas}, \quad (2)$$

где P_{atm} – атмосферное давление, $P_{cover} = 2\alpha/R$ – давление на шар за счет поверхностного натяжения с коэффициентом α , $\frac{k \cdot q^2}{8 \cdot \pi \cdot R^4}$ – кулоновское давление зарядов на поверхность, $k = (4\pi \varepsilon \varepsilon_0) \cdot P_{gas}$ – давление пара на оболочку внутри шара. При рассматриваемых условиях выполняется $P_{atm} = P_{gas} = \frac{m_g RT}{\mu V}$ (где обозначения в уравнении Менделеева – Клапейрона стандартные). Подставляя в качестве температуры – температуру кипения железа $T = 3140$ К [7], получим, что вес пара $m_g \gg 0.0016$ кг, т. е. оценки на основе (1) правомерны.

Это означает, что представленная модель описывает наблюдаемое явление – заряженный горячий металлический шар, наполненный металлическим паром, левитирующий в воздухе.

Ссылки

1. Bychkov V., Nikitin A., and Dijkhuis G. Modern State of Ball Lightning Investigations. In the book: The Atmosphere and Ionosphere: Dynamics, Processes and Monitoring / Eds.: V. Bychkov, G. Golubkov, A. Nikitin. Springer, 2010. P. 201–373.
2. Bychkov V. L. Ball Lightning with a Cover Filled by a Vapor // *IEEE Trans. Plasma Sci.* 2014. Vol. 42, №. 12, P. 3912–3915.
3. Emelin S., Bychkov V., Astafiev A., Kovshik A., Pirozersky A. Plasma combustion nature of artificial ball lightning // *IEEE Trans. Plasma Sci.* 2012. Vol. 40, № 12., P. 3162–3165.
4. Бычков В. Л., Осокин А. С., Степанов А. И., Черников В. А. Долгоживущие светящиеся образования, созданные при помощи капиллярного разряда // XLII Международная (Звенигородская) конференция по физике плазмы и УТС, 9–13 февраля 2015 г. С. 334.

5. Громыко А. Новая информация о шаровой молнии – предпосылки к синтезу // Физико-математические науки. Фундаментальные исследования. 2004. № 6. С. 11–14.
6. Reference book. Physics values // Eds. I. S. Grigoriev, E. Z. Meilikhov. Energoatomizdat publishers. Moscow, 1991.

УДК 551.594.2: 532.59: 534.1

МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЗАРЯДА МАКРОЧАСТИЦ ПРИ ИНДУКЦИОННОЙ ЗАРЯДКЕ В ПЛОСКОМ КОНДЕНСАТОРЕ

Л. М. Василяк, С. П. Ветчинин, В. Я. Печеркин

*Объединенный институт высоких температур РАН, Москва
E-mail: vasilyak@ihed.ras.ru*

Взаимодействие электрического поля с заряженными частицами вещества в диспергированном состоянии является основой для многих электро-физических процессов и плазменных технологий [1, 2]. От величины заряда частиц зависит эффективность таких методов, как очистка пылегазовых смесей, фильтрация, электрическая сепарация материалов, осаждение, а также нанесение различных покрытий. Заряженные макрочастицы микронных размеров определяют многие процессы в атмосфере земли и в ионосфере, а также в космосе [3, 4]. В последние десятилетия заряженные частицы активно изучаются в неравновесной плазме в связи с возможностью получения кулоновского кристалла [3]. Макрочастицы с аномально высоким зарядом открывают новые перспективы их использования в создании сверхпрочных покрытий, в процессах каталитического ускорения поверхностных реакций, а также для получения уникальных композитных материалов. В отсутствие плазмы при атмосферном давлении большой заряд можно получить при индукционной зарядке частиц, имеющих непосредственный контакт с электродом в сильном однородном электрическом поле. Этот метод получения заряда на поляризованных частицах при их отрыве от электрода в отсутствие плазмы известен достаточно давно [1], однако предельные заряды, получаемые на различных частицах, до настоящего времени детально не исследованы.

В данной работе разработан метод определения заряда диэлектрических и металлических частиц при их отрыве от электрода под действием электрического поля в плоском конденсаторе, проведены исследования по определению максимального заряда.

Исследования проводились в воздухе при напряженностях поля в плоском конденсаторе меньше пробойных. Конденсатор состоял из двух параллельных медных полированных дисков диаметром $2R = 150$ мм, расстояние между которыми $d = 24$ мм. Напряжение на конденсатор подавалось от регулируемого высоковольтного источника через балластное сопротивление 100 МОм. Ток измерялся с помощью безиндукционного токового шунта величиной 1 кОм. Для измерения заряда частиц был изготовлен дополнительный верхний электрод, в котором имелось отверстие диаметром 25 мм, заподлицо закрытое латунной сеткой с ячейкой 0.7×0.7 мм (рис. 1).

© Василяк Л. М., 2015

© Ветчинин С. П., 2015

© Печеркин В. Я., 2015

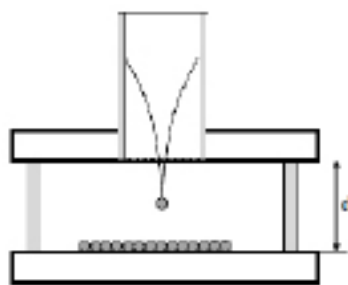


Рис. 1. Схема для определения заряда частиц

Ускоренные в зазоре конденсатора частицы вылетали через сетку вверх. Для определения массы заряженных частиц и их распределения по высоте в отверстии вертикально вставлялась прозрачная трубка из майларовой ленты высотой 10 см. Внутренняя часть трубки оклеивалась прозрачным скотчем, на который прилипали вылетевшие частицы.

Динамика частиц в конденсаторе регистрировалась высокоскоростной видеокамерой HiSpec. Подсветка пылевых частиц осуществлялась лазерным ножом с толщиной луча 2 мм. Использовались полидисперсные металлические и диэлектрические частицы различных размеров. Первоначально частицы находились в центре нижнего горизонтально расположенного электрода в виде тонкого слоя, толщиной не более 0.5 мм. При повышении напряжения на конденсаторе, когда электрическое поле достигало определенной величины, частицы начинали отрываться от электрода и двигались вверх в межэлектродном промежутке. Вначале наблюдались единичные движущиеся частицы, затем при незначительном увеличении напряжения на 5–8 % количество частиц, движущихся в зазоре конденсатора, резко возрастало. При достижении верхнего электрода частицы перезаряжались, отражались от него и двигались вниз. Отраженные частицы осциллировали между электродами. Видеорегистрация движущихся частиц проводилась при скоростях съемки 60, 400 и 1200 кадров в секунду. Анализ динамики движения частиц проводился по их пространственно-временным $x-t^2$ зависимостям. Анализ покадровой съемки показал, что эти зависимости представляют собой прямые линии, то есть частицы перемещаются в промежутке равноускоренно. При скоростях частиц ~ 1 м/с внутри промежутка силы вязкого трения в воздухе много меньше электрической силы qE_0 и ими можно пренебречь. Значение удельного заряда q/M для частиц различной массы, движущихся вверх, определялось из уравнения движения

$$d = (q/M)E_0 - g \quad (1)$$

Ускорение вычислялось из соотношения $d = (t_0)^2/2$, где t_0 – время движения частицы от нижнего до верхнего электрода. Заряд частицы зависит как от ее размера, так и величины поля E_0 . Для набора полидисперсных частиц удельный заряд q/M имеет вполне определенное распределение. Это распределение отличается от распределения частиц по массам. Для нахождения распределения частиц по q/M покадрово отслеживалось движение 60 частиц в промежутке при различных скоростях съемки. Наиболее подробно была исследована динамика частиц из бронзы и вольфрама. Распределение полидисперсных частиц бронзы, движущихся в промежутке, по величине удельных зарядов при $E_0 = 5,4$ кВ/см показано на рис. 2.

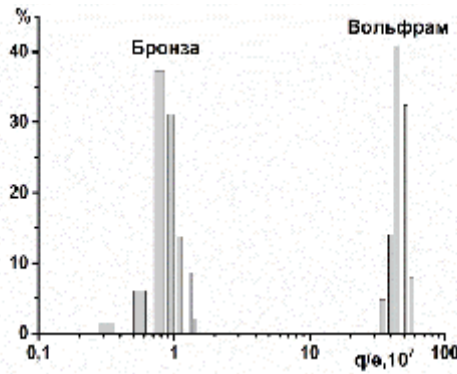


Рис. 2. Распределение полидисперсных частиц бронзы и вольфрама, движущихся в промежутке, по величине удельных зарядов. $E_0 = 5,4$ кВ/см

Для определения заряда полидисперсных частиц нужно знать массу частицы, соответствующую данному значению q/M . Распределение участвующих в движении частиц по массам отличается от их исходного распределения. Соответствие между этими распределениями можно осуществить, если произвести сепарацию частиц. Мы осуществляли сепарацию заряженных частиц по удельным зарядам и массам, выпуская их вертикально вверх через отверстие в верхнем дополнительном электроде. После вылета частицы осаждались на стенках прозрачной трубки. Сепарация частиц происходит в суммарном внешнем электрическом поле двух пластин заряженного конденсатора, рассматриваемого как диполь, а также в поле силы тяжести. При подъеме частиц происходит их торможение в воздухе за счет вязкого трения и в поле диполя. Частицы вылетают вверх с различной начальной скоростью V_0 , которая зависит от отношения q/M . Поскольку вблизи поверхности верхней пластины поле диполя постоянно и равно $E_0 d/2R$, максимальную высоту подъема H можно определить из 2 закона Ньютона:

$$M dv/dt = -Mg - qE_0 d/2R - kv. \quad (2)$$

Коэффициент трения k , если воспользоваться аппроксимационной формулой Клячко для аэродинамического сопротивления [2], может быть записан в виде $k = 6\pi\eta_0\beta$, где $\beta = 1 + (Re)^{2/3}/6$. Здесь η – вязкость, Re – число Рейнольдса. Уравнение (2) при $\beta = \text{const}$ интегрируется аналитически и позволяет вычислить максимальную высоту подъема частиц:

$$H = c^2(V_0/c - \ln(1 + V_0/c))/b. \quad (3)$$

Скорость $c = Mb/k$, где $b = g + (q/M)E_0 d/2R$, коэффициент β вычислялся при скорости V_0 . Уравнение (3) устанавливает однозначную связь между удельным зарядом и средней массой частиц, осевших на высоте H . Для полидисперсных частиц из бронзы максимальная высота подъема $H = 4$ см, для частиц вольфрама – $H = 6$ см. Для определения распределения частиц по массам вся высота подъема разбивалась на 4 одинаковых уровня и определялось распределение осевших на каждом уровне частиц по массам. По мере подъема уменьшается доля как легких, так и тяжелых частиц и возрастает доля частиц, соответствующих максимуму функции исходного распределения. На самом высоком 4 уровне максимум функции распределения увеличивается в 1,5 раза. Величины q/M для каждого уровня вычислялись согласно формуле (3). На каждом уровне значению q/M ставились в соответствие наиболее вероятные значения M , причем учитывалось, что удельный заряд уменьшается с увеличением массы частиц. Было установлено, что на максимальную высоту

выносятся частицы с наибольшим зарядом. Было получено распределение бронзовых и вольфрамовых частиц по зарядам q_i для частиц с данной массой и вычислен средний заряд $\langle q \rangle$ для бронзовых частиц $\langle q \rangle = (8,8 \pm 2,1) 10^6$ е и для вольфрамовых частиц $\langle q \rangle = (4,5 \pm 0,6) 10^7$ е.

Сравнение значений зарядов $\langle q \rangle$, полученных в настоящей работе, с величиной максимального заряда, который приобретают частицы размером около 100 мкм в неравновесной плазме под действием электронного пучка, показывает, что индукционная зарядка металлических частиц может обеспечить значение заряда $\langle q \rangle \sim 10^7$ е, сопоставимое с зарядом частиц под действием электронного пучка с энергией электронов 25–30 кэВ [5, 6].

Предложенный метод определения заряда дисперсных частиц, исходя из динамики их движения в зазоре конденсатора, позволяет определить значение заряда частиц с точностью 25 % и является достаточно простым в реализации. Получены предельные заряды на тяжелых металлических частицах бронзы $\langle q \rangle = (8,8 \pm 2,1) 10^6$ е и для вольфрамовых частиц $\langle q \rangle = (4,5 \pm 0,6) 10^7$ е.

Ссылки

1. Верещагин И. П., Левитов В. И., Мирзабекян Г. З. Основы электрогазодинамики дисперсных систем. М.: Энергия, 1974. 480 с.
2. Электрофизические основы техники высоких напряжений / И. М. Бортник [и др.]. М.: Энергоатомиздат. 1993. С. 543.
3. Fortov V. E., Morfill G. E., Complex and Dusty Plasmas. From Laboratory to Space. RC Press. Taylor&Francis Group. Boca Raton. 2009. P. 418.
4. Robert L. Merlino and John A. Goree // Physics Today Online 2004. Vol. 57. № 7. P. 32. URL: <http://dx.doi.org/10.1063/1.1784300>
5. Васильев М. Н., Ворона Н. А., Гавриков А. В. и др. // Письма в ЖТФ. 2010. Т. 36. Вып. 24. С. 54–60.
6. Fortov V. E., Gavrikov A. V., Petrov O. F. [et all] // EPL. 2011. Vol. 94. 55001.

УДК 551.594.2: 532.59: 534.1

СТАБИЛИЗАЦИЯ ПЛАЗМЕННО-ПЫЛЕВЫХ СТРУКТУР ПРИ ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ

Л. М. Василяк

*Объединенный институт высоких температур РАН, Москва
E-mail: vasilyak@ihed.ras.ru*

Долгоживущие плазменные образования в атмосфере могут содержать большое количество заряженных пылевых частиц, которые могут обеспечить устойчивость, длительное время жизни и энергетику таких плазменно-пылевых структур. Заряженные пылевые облака в плазме могут длительное время существовать в плазме при условии, что заряженные частицы находятся в ловушке, созданной полями электрического разряда и гравитационным полем. Кроме потенциальных полей, © Василяк Л. М., 2015

на динамическое равновесия заряженных пылинок влияют и непотенциальные силы и поля, такие как неоднородное тепловое поле и сила увлечения ионов и электронов при их движении в плазме. При воздействии на частицы внешней периодической силой можно вызвать колебания частиц. Наиболее сильное воздействие будет происходить при резонансе, когда частота возмущающей силы будет равна частоте собственных колебаний частиц в удерживающей их пламенной ловушке. Воздействовать на пылевые структуры в плазме можно не только с помощью воздействия на частицы внешней силой, но и путем изменения свойств ловушки, которые относятся к параметрическим воздействиям. Реакция структуры на параметрические воздействия может принципиально отличаться от случая силового резонанса. При параметрической раскачке колебаний нижний резонанс наступает при удвоенной частоте и требуется определенный порог по интенсивности параметрического воздействия. Основное отличие заключается в том, что при параметрическом воздействии можно не только вызвать колебания частиц, но и сделать систему более устойчивой.

Поскольку общая масса пылевых частиц существенно больше массы окружающей плазмы, а заряд на пылевых частицах может составлять значительную долю от одноименного заряда в плазме, то стабилизация облака пылевых частиц должна приводить к стабилизации всего плазменно-пылевого образования. При параметрических воздействиях для создания стабилизирующего потенциала необходимо, чтобы частота воздействия была много больше частоты собственных колебаний пылевых частиц. Такие воздействия на пылевые структуры могут быть реализованы с помощью температурных градиентов, перепадов давления, воздействия внешним электрическим полем, воздействия пучками заряженных частиц, лазером. Частота собственных колебаний мелких частиц в электрическом поле может находиться в диапазоне от нескольких герц до нескольких десятков, поэтому частота параметрических возмущений для стабилизации должна составлять десятки и сотни герц, что вполне может быть реализовано при грозových условиях в атмосфере за счет звуковых или электрических колебаний и волн.

Для проверки параметрического воздействия на заряженные пылевые частицы в лабораторных условиях удобным способом является воздействие электрическим полем. Однако для электрического поля реакция системы зависит не только от частоты, но и от длительности и интенсивности электрического импульса. Воздействие медленно меняющимися слабыми электрическими полями приводит как к непосредственному силовому воздействию на граничные пылевые частицы, что вызывает их движение и частичную деформацию структуры, так и к возмущению плазменной ловушки, удерживающей частицы. Вследствие этого при импульсно-периодическом воздействии отделить в отклике вынужденные колебания частиц от параметрически возбуждаемых не всегда представляется возможным. Уменьшая длительность импульса, можно реализовать условия, когда пылевые частицы не сдвигаются во время действия импульса и воздействие на структуру будет определяться изменением параметров фоновой плазмы.

В [1] для воздействия на пылевую структуру в страте тлеющего разряда использовали высоковольтные импульсы длительностью 40 нс и амплитудой 10–20 кВ. Воздействие на пылевые частицы, в основном, будет связано с увеличением их заряда за счет увеличения энергии электронов. Зарядка пылевых частиц электронами происходит за несколько микросекунд, а уменьшение отрицательного заряда частицы под действием потока тепловых ионов происходит за время $\sim 10^{-4}$ с. Это время определяет характерное время действия электрической силы на пылевую частицу. При частотах 10–20 Гц наблюдаются колебания пылевой структуры,

которые исчезают при частотах выше 25 Гц. При данном способе параметрического воздействия заряд изменяется на всех частицах и электрическое поле действует на все частицы. Это принципиально отличается от случая воздействия медленно меняющимися низкочастотными электрическими полями, при котором происходит смещение только граничных слоев пылевых частиц.

В [2] наносекундные импульсы амплитудой 1–17 кВ и длительностью 20 нс воздействовали на однослойную структуру из 14 пылевых частиц над нижним электродом ВЧ-разряда. Под воздействием пылевые частицы начинают колебаться в вертикальной плоскости. Амплитуда осцилляций максимальна при резонансной частоте и увеличивается от 150 мкм при амплитуде высоковольтных импульсов 1.5 кВ до 650 мкм при 8.1 кВ. Для возникновения неустойчивости требуется порог по частоте и порог по амплитуде высоковольтного импульса. Наблюдается параметрическое возбуждение неустойчивости, которое в первом приближении можно описать уравнением Матье. Уравнение Матье имеет два типа решений, устойчивые решения, когда амплитуда колебаний частиц ограничена, и неустойчивые, когда амплитуда экспоненциально нарастает. Наличие линейного затухания не стабилизирует неустойчивость, а лишь смещает и сужает границы зон неустойчивости.

В работе [3] для параметрического воздействия на пылевые частицы в плазме ВЧ разряда применялась низкочастотная модуляция (НЧ) амплитуды ВЧ напряжения (13,56 МГц), подаваемого на разряд в цилиндрической разрядной трубке диаметром 5 см с межэлектродным расстоянием 4 см в воздухе при 0,1–0,5 Торр при напряжении 100–110 В. Структура диаметром 40 мм и толщиной около 5 мм наблюдалась на расстоянии 5 мм выше нижнего электрода. Среднее расстояние между частицами алюминия диаметром 1–5 мкм в слое составляло около 200 мкм, а расстояние между слоями около 300 мкм. Полидисперсные частицы окиси магния 5–20 мкм располагались в поперечном слое на разных расстояниях друг от друга, причем в центральных областях наблюдалась более плотная структура. Воздействие наблюдается уже при глубине модуляции 10 %. При всех частотах модуляции частицы совершают малые колебания с амплитудой, много меньшей, чем расстояние между слоями в вертикальной плоскости. При частоте модуляции около 50 Гц происходит стабилизация частиц и структуры и образуется однородная стабильная структура. При этом происходит уменьшение среднего расстояния между частицами, хаотическое движение частиц в слое резко уменьшается. Модуляция приводит к удвоению числа частиц в слое, возникновению дальнего порядка и переходу частиц из жидкостного состояния к состоянию, близкому к кристаллическому. Увеличение плотности частиц в слое при динамической стабилизации связано с тем, что на пылевые частицы в переменном неоднородном электрическом поле в слое объемного заряда действует небольшая средняя сила динамического давления, которая направлена к центру ловушки и обеспечивает устойчивость структуры. Эта сила аналогична силе ВЧ давления, удерживающей ионы в радиочастотной ловушке Пауля. Для частоты модуляции ниже 50 Гц при уменьшении частоты модуляции наблюдается резонансное возбуждение частиц. Экспериментальные значения резонансных частот лежат в диапазоне 16–24 Гц, что связано с полидисперсностью используемых частиц.

При наложении на структуру периодических воздействий можно получить более устойчивую структуру или изменить форму уже имеющейся. При формировании однородных трехмерных плазменно-пылевых образований в условиях микрогравитации на МКС в центре пылевого облака образуется область, свободная от пылевых частиц, – войд. При наложении на ВЧ электроды дополнительного НЧ напряжения войд исчезает и структура из пылевых частиц становится сплошной [4]. Закрытие

войда связано с возникновением дополнительной динамической силы, действующей на пылевые частицы в электростатической ловушке, созданной усредненными ВЧ плазменными полями, при ее модуляции НЧ напряжением. Эта сила возникает из-за НЧ модуляции положения равновесия пылинки в неоднородном электрическом поле ловушки вдоль координаты z . Движение пылевой частицы в этом случае можно представить в виде суммы колебаний с частотой $\omega = 2\pi f$ и медленного смещения под действием силы, усредненной по этим осцилляциям. Эта сила может быть записана в виде $F = -Q^2(E \, dE/dz)/2M\omega^2$, где E – низкочастотная составляющая электрического поля ловушки, M – масса пылевой частицы. Пылевые частицы под действием этой силы смещаются в направлении более слабого электрического поля, то есть к центру ловушки.

Модуляцию плазменной ловушки можно производить и с помощью модулированного электронного пучка с частотой следования импульсов 2–200 Гц. Без модуляции частицы хаотически двигаются около положения равновесия. При повышении частоты модуляции частицы стабилизируются и жестко привязаны к своему местоположению.

При атмосферном давлении воздуха в коронном разряде заряженные пылевые частицы неустойчивы. Более того, коронный разряд применяется для удаления пыли из газовых потоков. Для создания устойчивых долгоживущих систем из заряженных пылевых частиц необходимо создать потенциальную ловушку. Одним из возможных способов может быть применение ловушки Пауля. Для создания протяженных облаков можно применять линейные ловушки Пауля из параллельных цилиндрических стержней, на которые подается переменное электрическое напряжение со сдвигом фаз. В такой ловушке нам удалось создать устойчивое облако заряженных частиц размерами 5–30 мкм с зарядами несколько десятков тысяч электронов [5]. Частицы удерживались переменными электрическими полями частотой 50–500 Гц при напряженности электрических полей, сопоставимых с грозowymi. Такие электрические поля вполне способны создавать и удерживать длительное время облака заряженных пылевых частиц во время грозы.

Таким образом, используя низкочастотное параметрическое возбуждение плазмы разряда путем модуляции напряжения разряда, либо наложением дополнительных электрических импульсов, либо воздействием электронного пучка, либо другими воздействиями, например звуком, можно осуществить динамическую стабилизацию пылевых частиц, которая приводит к перестройке структуры, увеличению ее плотности и возникновению нового динамического равновесия. При большой глубине модуляции или при интенсивных воздействиях происходит раскачка колебаний, вплоть до разрушения структуры.

Ссылки

1. Василяк Л. М. и др. // ПЖТФ. 2007. Т. 33, вып. 3. С. 87–94.
2. Pustynnik M. Y. et al // Physics of Plasmas. 2009. Vol. 16. P. 11375.
3. Василяк Л. М. и др. // ПЖТФ. 2008. Т. 34, вып. 16. С. 14–21.
4. Василяк Л. М. и др. // ФНТП – 2007: материалы всерос. конф. (24–27 июня 2007 г.). Петрозаводск: Изд-во ПетрГУ, 2007. Т. 2. С. 253–257.
5. Vasilyak L. M. et al. Coulomb stable structures of charged dust particles in a dynamical trap at atmospheric pressure in air // New Journal of Physics. 2013. Vol. 15. 43047.

ДОЛГОЖИВУЩИЕ ПЛАЗМЕННЫЕ ОБЪЕКТЫ ПРИ ИМПУЛЬСНОМ ПРОБОЕ В ЛАБОРАТОРНЫХ УСЛОВИЯХ

Л. М. Василяк, С. П. Ветчинин, В. Я. Печеркин

Объединенный институт высоких температур РАН, Москва.

E-mail: vpecherkin@yandex.ru

Разряды молнии могут сопровождаться образованием остаточных долгоживущих плазменных объектов (ДПО), часто называемых «шаровыми молниями». По разным оценкам время их жизни может составлять от долей секунды до нескольких минут [1–3]. Форма таких ДПО близка к сферической, размер может изменяться от нескольких сантиметров до величины порядка метра. Предпринималось много попыток получения ДПО в лабораторных условиях. Одним из наиболее устойчивых и повторяемых методов получения ДПО в лабораторных условиях является гатчинский разряд [4].

В данной работе приведены результаты исследования получения ДПО при импульсном пробое в лабораторных условиях.

Экспериментальная установка состояла из высоковольтного генератора импульсного напряжения (ГИН) из двух параллельно включенных конденсаторов ИК 100-0,4, управляемого разрядника, блока запуска, системы диагностики напряжения, тока, видеосъемки и разрядной ячейки. Конденсаторы ГИН заряжались от высоковольтного источника постоянного напряжения, который позволял плавно изменять напряжение в диапазоне 0–40 кВ. Затем при помощи управляемого разрядника создавался искровой разряд в разрядной ячейке. Схема разрядной ячейки приведена на рис. 1.

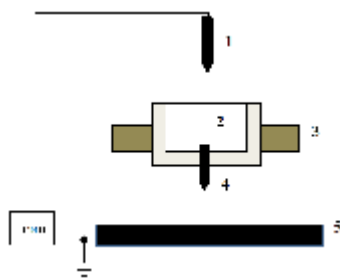


Рис. 1. Схема разрядной ячейки:

1 – верхний штывевой электрод, 2 – фторопластовая чашка, 3 – ферритовое кольцо,
4 – стержневой или ленточный электрод, 5 – металлическая подложка

Верхний штывевой электрод (1) подключался к положительно заряженной клемме ГИН. Между электродом (1) и металлической заземленной подложкой (5) помещалась фторопластовая чашка с водой (2). В нижней части чашки был установлен дополнительный электрод (4) для облегчения пробоя воздушного промежутка. Чашка с водой помещалась внутрь ферритового кольца (3). Регистрация разряда и возникающих ДПО осуществлялась на видеокамеру со скоростью съемки 60 кадров в секунду. Результаты покадровой съемки приведены на рис. 2.

© Василяк Л. М., 2015

© Ветчинин С. П., 2015

© Печеркин В. Я., 2015



Рис. 2. Фото покадровой съемки

На рис. 2а показан момент пробоя разрядного промежутка с верхнего электрода (1) на металлическую заземленную подложку (5) через фторопластовую чашку с водой (2), помещенную внутрь ферритового кольца (3). На этом кадре хорошо видно свечение канала разряда как в первом промежутке до чашечки, так и во втором – после чашечки. Длительность импульса тока разряда составляла не более 8 мс. Время экспозиции одного кадра составляло 12 мс, поэтому можно утверждать, что на первом кадре мы видим как момент пробоя, так и после пробойную стадию. Исходя из этого, на всех последующих фото на рис. 2 мы наблюдаем стадии свечения ДПО во втором разрядном промежутке под чашечкой в отсутствие тока через разрядный промежуток. В первом разрядном промежутке свечения нет. На рис. 2б видно, что после окончания импульса тока сформировался светящийся объект, интенсивно

излучающий белый свет. О форме объекта сказать еще ничего нельзя. На последующих кадрах видно, что объект перемещается между стенками изолирующих подставок (материал – фторопласт), на которых установлена чашка с водой. На рис. 2г и 2д можно наблюдать деление объекта на два, причем вновь образовавшийся объект вылетает с большой скоростью из полости, образованной изолирующими подставками. На четвертом кадре (рис. 2д) видно, что после деления интенсивность излучения оставшегося объекта ослабевает и его форма близка к сферической с диаметром порядка 5–6 мм. На рис. 2е – 2к видно, что объект движется хаотически между изолирующими электродами, не касаясь их стенок, затем резко теряет интенсивность излучения (рис. 2к) и затухает (рис. 2л).

При многократном повторении экспериментов наблюдались ДПО различных размеров с разными временами жизни. Форма ДПО была близка к сферической с диаметрами от 2 до 7 мм. Время жизни составляло от 30 мс до 170 мс. Иногда одновременно образовывались несколько светящихся объектов с меньшими диаметрами, чем у одиночного объекта. Иногда светящийся объект с большим диаметром распадался на два и более светящихся объектов меньших диаметров и с меньшей интенсивностью свечения. Также наблюдались ДПО, которые улетали от первичного канала разряда на расстояние 10–20 см. Таким образом, получены ДПО с временем жизни до 170 мс при инициировании разряда не по поверхности воды, а в атмосфере при наличии воды у разрядного канала.

Ссылки

1. Григорьев А. И. Шаровая молния. Ярославль: ЯрГУ, 2006. 200 с.
2. Никитин А. И. Новый подход к решению проблемы шаровой молнии – смена парадигмы // Вестник российской академии естественных наук. 2012. № 3. С. 15–26.
3. Сингер С. Природа шаровой молнии. М.: Мир, 1973. 239 с.
4. Егоров А. И., Степанов С. И., Шабанов Г. Д. Демонстрация шаровой молнии в лаборатории // УФН. 2004. Т. 174. № 1. С. 107–109.

УДК 551.594.2: 532.59: 534.1

ИЗМЕРЕНИЯ ПОГЛОЩЕННОЙ ЭНЕРГИИ ШУНТОМ ОБРАТНОГО ТОКА

Л. М. Василяк, А. В. Красночуб

*Объединенный институт высоких температур РАН, Москва
E-mail: vasilyak@ihed.ras.ru*

Метод измерения энергии, поглощенной в импульсном электрическом разряде, основан на свойствах отражения электромагнитного сигнала, идущего по длинной передающей линии, от несогласованной нагрузки. Для длинной передающей линии связь между волновым сопротивлением Z , током I и напряжением U задаётся соотношением $U = IZ$. Электрическая мощность бегущего по линии импульса определяется выражением $P = IU = ZI^2 = U^2/Z$, а энергия импульса $W = \int I^2(t)Zdt$.

© Василяк Л. М., 2015

© Красночуб А. В., 2015

Если нагрузка не согласована с передающей линией, то часть энергии электрического импульса отражается от нее. Нелинейная нагрузка всегда плохо согласована с передающей линией, и всегда часть энергии будет отражаться. Если измерить энергию импульса, идущего к нагрузке, и энергию импульса, отраженного от нагрузки, то их разность даст величину поглощенной энергии: $\Delta W = \int I_i^2(t) Z dt - \int I_r^2(t) Z dt$, где $I_i(t)$ и $I_r(t)$ – токи падающего импульса и отраженного от разрядной ячейки импульса соответственно.

Для корректного применения данной методики наносекундный импульс напряжения от импульсного генератора к нагрузке необходимо передавать по передающей линии. Обычно для этого используют коаксиальный кабель. Токи падающего и отраженного импульсов в коаксиальном кабеле удобнее всего измерять с помощью шунта обратного тока (ШОТ), который включен в разрыв внешнего цилиндрического проводника кабеля. Длина передающей линии и место расположения датчика в ней следует выбрать таким образом, чтобы падающий и отраженный импульсы не накладывались друг на друга, что позволяет проводить их измерения одним датчиком. Поскольку нагрузка обладает геометрическими размерами, есть токи утечки через монтажные емкости и через изоляцию. Такую нагрузку невозможно идеально экранировать, поэтому часть электромагнитной энергии может излучаться в окружающее пространство, а часть обратного тока может протекать не по оплетке кабеля, а по заземленным металлоконструкциям, которые всегда есть в лаборатории. Кроме того, импульс сам затухает при прохождении по кабелю. Поэтому часть энергии исходного импульса будет потеряна, и не возвратится обратно в отраженном импульсе. По этим причинам форма отраженного от нашей нагрузки импульса даже в том случае, когда нет электрического разряда, будет отличаться от формы падающего сигнала, поэтому для повышения точности измерений следует сравнивать отраженные от нагрузки импульсы. В качестве эталонного импульса мы принимали отраженный импульс от исследуемого устройства без пробоя, для чего трубка откачивалась до глубокого вакуума, когда заведомо не возникал импульсный разряд. Эталонный импульс сравнивали с отраженным импульсом при возникновении пробоя.

Шунт обратного тока представляет из себя низкоиндуктивный резистор, который помещен в разрыв оплетки коаксиального кабеля, и не изменяет геометрии коаксиального кабеля. При работе с сигналами, содержащими высокочастотные гармоники, с целью уменьшения индуктивности датчика и увеличения полосы пропускания, в качестве ШОТ используют тонкостенный цилиндр, изготовленный из фольги высокоомного материала, например титана. Однако при работе с высоковольтными импульсами простого уменьшения индуктивности ШОТ недостаточно. Для пояснения этого рассмотрим конструкции ШОТ, изображенные на рис. 1. При использовании сплошной фольги (рис. 1А) высокочастотные гармоники распространяются по тонкому скин-слою. Съем сигнала осуществляется с внешней поверхности фольги, а поскольку магнитное поле не успевает проникнуть на достаточную глубину в толщу фольги, чтобы обеспечить протекание тока по внешней поверхности, то такой шунт неверно отображает фронт импульса, срезая высокочастотные гармоники.

Для коаксиального трубчатого шунта время нарастания сигнала определяется диффузией магнитного поля через стенку шунта $t_r = 0.237 \mu_0 d^2 / \rho$, где μ_0 – магнитная проницаемость, d – толщина стенки шунта, ρ – удельное сопротивление материала шунта. Чем толще стенка шунта, тем хуже временные характеристики, но, с другой стороны, чем тоньше стенка шунта, тем меньшие токи можно измерять с его помощью. Это особенно важно учитывать при измерении на высоких частотах следования импульсов или больших величинах импульсных токов (> 10 кА), поскольку

стенки шунта в этом случае должны быть толстыми, чтобы уменьшить нагрев шунта. В случае нагрева шунта во время импульса его сопротивление меняется, в результате чего меняются характеристики шунта. Характеристики ШОТ из толстой фольги можно улучшить, прорезав отверстия в фольге (рис. 1В), что позволяет увеличить рабочую полосу частот более чем в три раза и измерять импульс с амплитудой 25 кВ, на линии 75 Ом с разрешением 0.5 нс, в то время как применение шунта из сплошной титановой фольги не позволяет достигнуть разрешения сигнала лучше, чем 1.5 нс. Наличие отверстий не устраняло проблему перегрева ШОТ при высокой частоте следования импульсов.

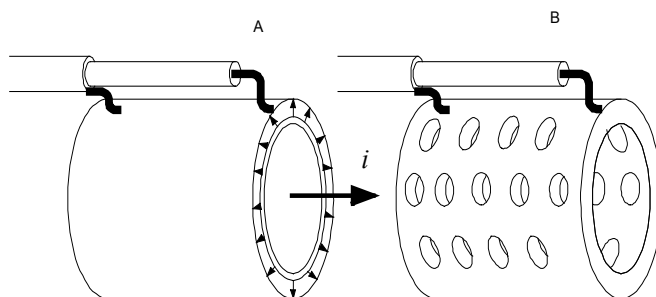


Рис. 1. А) ШОТ из сплошной фольги в виде цилиндра, диаметр которого равен диаметру оплетки силового кабеля (кабель не показан). Показано подключение измерительного кабеля к внешней поверхности шунта и распространение импульсного тока от внутренней поверхности к внешней; В) ШОТ с отверстиями в фольге

Для решения задачи обеспечения достаточной полосы пропускания и возможности работы на частотах 1.2 кГц без перегрева мы изготовили шунт обратного тока из параллельно соединенных низкоиндуктивных объемных резисторов ТВО-0.125 Вт-3 Ом (рис. 2). Такая конструкция шунта проста в изготовлении и обеспечивает временное разрешение ~ 1 нс. Промежутки между сопротивлениями способствуют проникновению магнитного поля и тока на внешнюю поверхность шунта, что позволяет измерять большие токи без искажений сигнала. Симметрично расположенное большое количество (не менее 10) низкоиндуктивных резисторов позволяет свести влияние индуктивности к минимуму, и при этом не ухудшаются условия для протекания высокочастотных гармоник тока. ШОТ должен иметь линейный размер много меньше длины фронт импульса в кабеле. В таком случае ШОТ является точечной нагрузкой и не искажает сигнал.

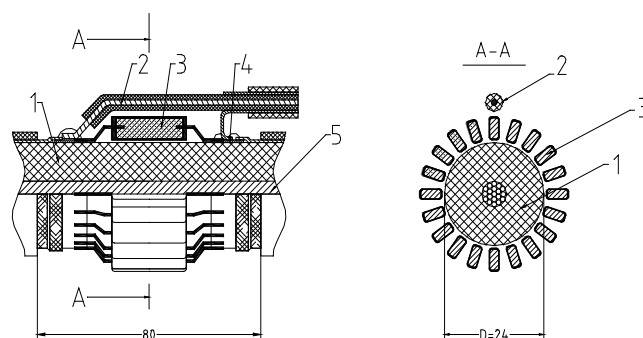


Рис. 2. ШОТ: слева – продольное сечение, справа – поперечное сечение;
1 – коаксиальный кабель; 2 – кабель к осциллографу; 3 – резисторы;
4 – медная фольга; 5 – центральная жила кабеля

Коэффициент деления такого ШОТ можно рассчитать, но мы рекомендуем выполнять калибровку, так как при работе с высоким напряжением и с очень быстро протекающими процессами возникает множество побочных явлений, которые не поддаются расчету. Реальное сопротивление ШОТ зависит от качества его изготовления и типа выбранных резисторов. Поэтому для проведения корректных измерений необходима калибровка временных и амплитудных характеристик шунта. Для калибровки мы использовали генератор импульсов на отрезках кабелей (рис. 3). Кабель, в разрыве оплетки которого был размещен калибруемый ШОТ, заряжался до напряжения U_0 . С помощью разрядника высокого давления РГЛ-2 один конец кабеля замыкался на землю. После коммутации по кабелю распространяется волна напряжения с амплитудой U_0 , фронт волны определяется временем коммутации разрядника, которое при давлениях в разряднике более 2 атм существенно меньше 1 нс и достигает 0.1-0.2 нс при давлении в разряднике 10 атм. Ток в волне равен $I = U_0/Z$. Длительность импульса определяется длиной кабеля, и её следует выбирать достаточно большой - 20-100 нс, чтобы на измерения амплитуды не влияли переходные процессы в коммутаторе. Для повышения точности калибровка шунта должна проводиться при нескольких разных значениях зарядного напряжения, перекрывающих весь рабочий диапазон. Это необходимо для проверки линейности ШОТ. Следует время от времени повторять калибровку; так как через шунт проходят большие токи ($100 \text{ А} \div 1 \text{ кА}$), то возможно изменение характеристик работы шунта из-за выгорания резисторов в месте контакта электрических вводов и графитовой массы.

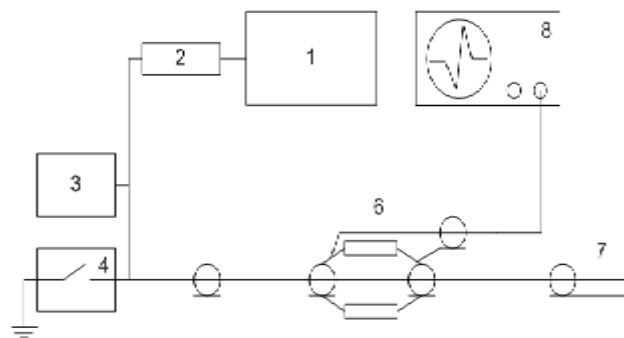


Рис. 3. Схема калибровки ШОТ:

1 – ВВ источник; 2 – зарядный резистор $R = 200 \text{ МОм}$; 3 – кивольтметр С-196;
4 – разрядник РГЛ-2; 6 – шунт обратного тока; 7 – кабель РК-50-24-17; 8 – осциллограф

Для проверки точности измерения энерговыклада такой методикой мы сравнили данные измерения поглощенной энергии с измерениями калориметрическим методом, измеряя нагрев среды, заполняющей разрядную ячейку. В качестве диэлектрического наполнителя разрядной ячейки использовалась вода. Измеряя начальную и конечную температуру воды, определяли энергию, выделившуюся в разрядной ячейке. Сравнение этих двух величин показало удовлетворительное согласие, отличие не превышало 5 %. Данная методика применялась нами при исследованиях разрядов различного типа: барьерного, искрового, импульсно периодического в виде ВВИ. Предел измерений с помощью ШОТ описанной конструкции составляет 300 Вт средней мощности, пиковой - до нескольких мегаватт.

ПЛАЗМЕННАЯ ЭЛЕКТРОННО-ЛУЧЕВАЯ МОДЕЛЬ ШАРОВОЙ МОЛНИИ: РЕБРЕНДИНГ, РЕЗУЛЬТАТЫ И ПЕРСПЕКТИВЫ

А. Н. Власов

*Рязанский государственный радиотехнический университет, Рязань
E-mail: anv@fulcra.ryazan.ru*

1. Введение

Шаровая молния (ШМ) – это редкое природное явление [1], причем некоторые из ШМ обладают весьма значительной энергией [2], а иногда ШМ проявляют себя как радиоактивные объекты [3]. Поэтому явление ШМ представляет существенный интерес для науки и техники.

Наряду со сбором и анализом наблюдательных данных о ШМ весьма важным представляется теоретическое моделирование этого явления с последующей экспериментальной проверкой. Теоретических моделей ШМ существует довольно много [4], и среди них известны модели, согласно которым ШМ представляет собой плазмод. В частности, известна модель ШМ в виде плазмоида с токовым кольцом, поддерживаемым в равновесии давлением наружного газа [5]. Это кольцо при наличии винтового поверхностного тока, как показано в [6], может быть устойчивой магнито-гидродинамической конфигурацией, но время жизни этого кольца очень мало. Время жизни плазмоида может быть достаточно большим только в том случае, если поверхностный ток кольца, как показано в [7], образован потоком ультрарелятивистских электронов. Модель ШМ, построенная на основе физической идеи [7], представляет собой плазмод с тороидальным токовым слоем ультрарелятивистских электронов, который создаёт тороидальное магнитное поле, стабилизированное газовым вихрем [8]. Именно эта модель, усовершенствованная и развитая в ряде работ, в частности в [9] и [10], рассматривается в настоящей работе под новым названием: «Плазменная электронно-лучевая модель шаровой молнии» (ПЭЛ-модель ШМ). Основанием для ребрендинга послужило то, что при теоретическом анализе такой модели [10] присутствует фундаментальная константа размерности тока ($I_\gamma \cong 17 \cdot 10^3$ А), характерная при описании электронно-лучевых технологий [11].

Достоинством ПЭЛ-модели является способность объяснять наблюдаемые проявления ШМ [12] и возможность экспериментальной проверки, например, посредством получения плазмодов методом электрического взрыва тороидально установленных медных спиралей [13].

Цель настоящей работы – кратко изложить основные результаты теоретического и экспериментального моделирования явления ШМ на основе ПЭЛ-модели и представить перспективы развития данного направления работ.

2. Плазмод – аналог шаровой молнии

Структура плазмоида – аналога ШМ, логически обоснованная в работе [9], показана на рис. 1а. Такой плазмод может сформироваться при ударе линейной молнии (ЛМ) или при действии какого-либо другого индуктора, например электрически взрывающегося проводника, создающего сильное импульсное магнитное поле.

Если вокруг канала ЛМ образуется токопроводящее вихревое плазменное кольцо, (рис. 1б), например в месте удара ЛМ в землю, то это кольцо становится вторичным витком воздушного трансформатора, первичный виток которого – линейная молния. В этом случае некоторая часть энергии из ЛМ перекачивается в ШМ, в результате ток и магнитное поле ШМ оказываются заимствованными у ЛМ.

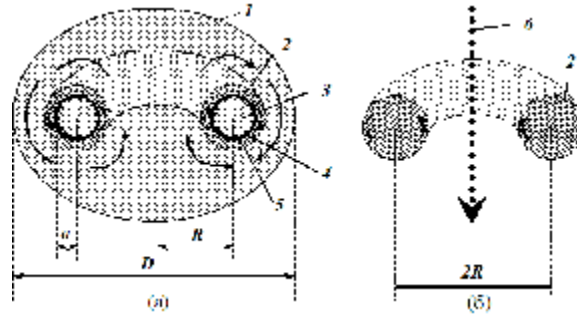


Рис. 1. Структура плазмоида – аналога шаровой молнии (а) и схема его формирования (б): 1 – внешняя светящаяся оболочка, скрывающая структуру плазмоида; 2 – плазменное кольцо с током («вторичный виток воздушного трансформатора» (б)); 3 – тороидальное магнитное поле; 4 – тороидальный токовый слой с током ультрарелятивистских электронов; 5 – тонкий слой фоновых ионов внутри тороидального магнитного поля; 6 – канал распадающейся линейной молнии («первичный виток» для схемы (б)).

Буквами обозначено: а и R – малый и большой радиусы тороидального токового слоя; D – видимый диаметр плазмоида (ШМ).

Стрелками показаны направления движения слоёв газа, плазмы и электронов в вихревом кольце и тороидальном токовом слое

3. Этапы формирования плазмоида и особенности их анализа

Процесс формирования плазмоида может быть разбит на несколько этапов.

Подготовительный этап. При нарастании амплитуды магнитного поля ЛМ (или другого индуктора) происходит ионизация плазмообразующего газа, из которого затем будет формироваться плазмоид. При теоретическом анализе здесь следует учесть влияние ударных волн и ионизирующего ультрафиолетового излучения ЛМ.

Начальный этап. На этом этапе начинается спад магнитного поля ЛМ и вокруг канала формируется вихревое плазменное кольцо с поверхностным полоидальным током за счёт потоков плазмы и действия сильного вихревого электрического поля ЛМ. Здесь нужно учитывать электромагнитные и газодинамические эффекты в низкотемпературной плазме.

Средний этап. В результате продолжающегося спада магнитного поля ЛМ ток в кольце нарастает и плазма выкачивается изнутри кольца (за счёт сил Лоренца) вплоть до появления тока ускоренных (убегающих) электронов. Здесь нужно учитывать фазовое превращение тонкого слоя плазмы в плазмоподобную среду – пучок ультрарелятивистских электронов (тороидальный токовый слой – это фактически замкнутый электронный луч).

Заключительный этап. Быстрый спад магнитного поля ЛМ вплоть до нуля порождает сильное вихревое электрическое поле, и в нём электроны приобретают энергию порядка нескольких МэВ. Здесь нужно учитывать баланс магнитного давления поля плазмоида и внешнего газодинамического давления.

4. О времени жизни плазмоида

В рамках изучения индукционного разряда для получения долгоживущих плазмоидов [14] удалось получить приближённую формулу для оценки времени жизни (τ) плазмоидов относительно небольшого размера ($D < 0,3$ м, рис. 1):

$$\tau = \tau_0 (I/I_0)^3. \quad (1)$$

Здесь τ_0 – коэффициент размерности времени, определяемый составом и давлением атмосферы (для рассматриваемого случая $\tau_0 = 6,5 \cdot 10^{-4}$ с), I – пиковый ток индуктора (ЛИМ), I_0 – универсальная константа размерности тока [11]:

$$I_0 = 4\pi\epsilon_0 \cdot \frac{mc^3}{e} \approx 17 \cdot 10^3 \text{ А}, \quad (2)$$

где ϵ_0 – электрическая постоянная, m – масса электрона, e – элементарный заряд, c – скорость света.

Из (1) и (2) следует формула, удобная для практического использования:

$$\tau_{(s)} = 1,3 \cdot 10^{-7} \cdot I_{(kA)}, \quad (3)$$

где $\tau_{(s)}$ – прогнозируемое время жизни плазмоида, выраженное в секундах, $I_{(kA)}$ – пиковый ток индуктора (ЛИМ), выраженный в килоамперах.

Таблица

Результаты вычислений по формуле (3)

$I_{(kA)}$, кА	50	100	150	200	300	350	400	500	1000
$\tau_{(s)}$, с	0,016	0,13	0,44	1,04	3,5	5,6	8,3	16	130

5. Объяснение радиоактивности некоторых шаровых молний

В [15] было показано, что в плазме с низкой ионной температурой ядерный синтез принципиально возможен, если в эту плазму инжектировать пучок быстрых ионов. В пламоиде (рис. 1а) за счёт кулоновских столкновений ультрарелятивистских электронов с фоновыми ионами в области тороидального токового слоя происходит внутренняя инжекция быстрых ионов [10]. Если энергия быстрых ионов превышает критическое значение W , то возможен синтез dd и dp , дающий радиоактивность ШМ. Для этого должно выполняться условие $I \geq I_{\min}$, где $I_{\min}$ – минимальный ток. Из теории [10] следует, что

$$I_{\min} = H_0 R + I_0 \sqrt[4]{W/W_0}, \quad (4)$$

где R – большой радиус тороидального токового слоя (рис. 1), $H_0 = 2,5 \cdot 10^6 \text{ А} \cdot \text{м}^{-1}$ – атмосферный параметр, $W_0 = 8 \cdot 10^{-7} \text{ кэВ}$ – коэффициент размерности энергии. Если, к примеру, $R = 0,1 \text{ м}$, $W = 3 \text{ кэВ}$, то согласно (4) имеем $I_{\min} \approx 1 \cdot 10^6 \text{ А}$.

6. Экспериментальные исследования

Плазмоиды формировались методом электрического взрыва тороидально установленных медных спиралей [13] на установке «ИНГИР-Мега-15», представляющей собой генератор одиночных субмиллисекундных импульсов с пиковым током до 35 кА. В этом случае внутри спиралей создавалось сильное тороидальное магнитное поле, которое быстро спадало после электровзрыва спиралей, возбуждая индукционный разряд в продуктах распада этих спиралей.

Полученные результаты по электровзрыву приведены на рис. 2. Использовались тороидально установленные 4 спирали по 16 витков (размер 2 см, рис. 2а), после электровзрыва формировался плазмоид (рис. 2 (б, в, г)) диаметром около 6 см (рис. 2г) со временем жизни много большим, чем время жизни сгустков плазмы при электровзрыве линейных проволок.

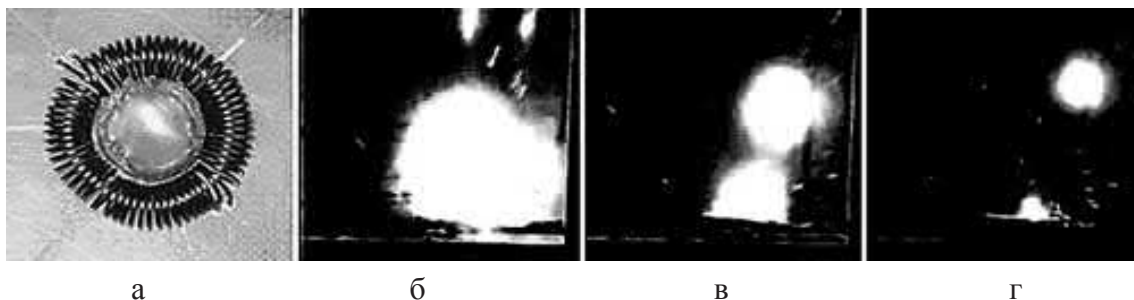


Рис. 2. Спирали (а), и видеокдры электровзрыва (б, в, г) с последовательностью 1/15 с

7. Заключение

Таким образом, согласно ПЭЛ-модели долгоживущие ШМ могут формироваться при разрядах ЛМ с пиковым током на уровне 400 кА и более (таблица). Такие пиковые токи возможны только у положительных ЛМ [16]. Эти ЛМ редки в природе, поэтому и явление ШМ редкое. Подавляющее большинство ШМ нерадиоактивно, так как ЛМ с пиковым током более 1 МА – исключительно редкое природное явление. Однако оно возможно, и это следует иметь в виду при экспериментальном моделировании явления ШМ.

Наилучшим экспериментальным достижением было получение плазмоида со временем жизни около 1,6 с [13], попытки улучшить результат не увенчались успехом. Поэтому в свете вышеизложенного запланирована модернизация экспериментальной установки с целью доведения её пикового тока до 400 кА, а затем в перспективе и до 1 МА. Следует отметить, что достигнутая воспроизводимость результатов невысока (около 5%) и требуется поиск рациональных параметров эксперимента, в том числе посредством численного моделирования рассмотренных выше процессов формирования плазмоида.

Ссылки

1. Григорьев А. И. Шаровая молния: монография. Ярославль: ЯрГУ, 2006. 200 с.
2. Бычков В. Л. О наблюдательных свойствах шаровой молнии // Химическая физика. 2006. Т. 25, № 3. С. 7–17.
3. Shmatov M. L. Radiation Hazard of Ball Lightning: Observation Data and Their Theoretical Explanation // In Proceedings of 9th International Symposium on Ball Lightning (ISBL-06). Eindhoven University of Technology, Eindhoven, the Netherlands. 2006. P. 218–221.
4. Никитин А. И. Удастся ли решить проблему шаровой молнии в XXI веке? // Химическая физика. 2006. Т. 25, № 3. С. 18–37.
5. Парфёнов Б. Снова о шаровой молнии // Техника – молодёжи. 1968. № 5. С. 5–6.
6. Шафранов В. Д. О равновесных магнитогидродинамических конфигурациях // ЖЭТФ. 1957. Т. 33, вып. 3(9). С. 710–722.
7. Власов А. Н. О возможности формирования тороидального токового слоя при искровом разряде // ЖЭТФ. 1990. Т. 97, вып. 2. С. 468–475.
8. Власов А. Н. Шаровая молния – природный ядерный реактор? // Техника – молодёжи. 1992. № 9. С. 12–13.
9. Власов А. Н. Вихревая магнитогидродинамическая модель шаровой молнии: базовые теоретические положения и эксперименты // Волновая электрогидродинамика.

намика проводящей жидкости. Долгоживущие плазменные образования и малоизученные формы естественных электрических разрядов в атмосфере: материалы VIII Межд. конф., 4 – 8 июня 2009 г. Ярославль : ЯрГУ, 2009. С. 9–19.

10. Власов А. Н. Теоретическая модель процессов рождения и жизни шаровой молнии // Волновая электрогидродинамика проводящей жидкости. Долгоживущие плазменные образования и малоизученные формы естественных электрических разрядов в атмосфере: сборник докладов IX Международной конференции, 01–04 июля 2011 года. Ярославль / под ред. А. И. Григорьева ; Яросл. гос. ун-т им. П. Г. Демидова. Ярославль : ЯрГУ, 2011. С. 29–63.

11. Александров А. Ф., Кузелев М. В. Радиофизика. Физика электронных пучков и основы высокочастотной электроники : учебное пособие. М.: КДУ, 2007. 300 с.

12. Власов А. Н. Шаровая молния – индукционный разряд в вихревом кольце? // Наука и жизнь. 2009. № 7. С. 28–34.

13. Власов А. Н. и др. Получение плотной плазмы методом электрического взрыва тороидально установленных медных спиралей и создание субмиллисекундного генератора с пиковым током до 400 кА // XLII Международная Звенигородская конференция по физике плазмы и управляемому термоядерному синтезу, 9–13 февраля 2015 г., г. Звенигород: сборник тезисов докладов. М.: ПЛАЗМАИО-ФАН, 2015. 433 с.

14. Власов А. Н. Индукционный разряд для получения долгоживущих плазмоидов // Вестник РГРТУ. Рязань, 2012. № 1 (выпуск 39), ч. 2. С. 108–121.

15. Арцимович Л. А. Управляемые термоядерные реакции. М.: Физматгиз, 1963. 496 с.

16. Александров Г. Н. Главная стадия молнии: механизм и выходные характеристики // ЖТФ. 2006. Т. 76, вып. 12. С. 101–105.

УДК 551.594.2: 532.59: 534.1

НЕУСТОЙЧИВОСТЬ РЭЛЕЯ-ПЛАТО И ФОРМИРОВАНИЕ ЖИДКОМЕТАЛЛИЧЕСКИХ СТРУЙ В КАТОДНОМ ПЯТНЕ ВАКУУМНОЙ ДУГИ*

М. А. Гашков,¹ Н. М. Зубарев,^{1,2} Г. А. Месяц^{1,2}

¹Институт электрофизики УрО РАН, Екатеринбург, Россия

²Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, Москва, Россия

E-mail: nick@iep.uran.ru

Как известно, в процессе горения вакуумной дуги на катоде возникают микрократеры [1]. Их формирование обусловлено вытеснением расплавленного джоулевым разогревом металла давлением плазмы. Из снимков поверхности катода [2] видно, что на границе кратера формируется система жидкометаллических микроструй, которые, в свою очередь, могут распадаться на капли.

** Работа выполнена в рамках темы государственного задания № 0389-2014-0006 при поддержке РФФИ (проекты 14-08-00235 и 14-02-00575).*

© Гашков М. А., 2015

© Зубарев Н. М., 2015

© Месяц Г. А., 2015

В работе [3] было выдвинуто предположение о том, что гидродинамические процессы играют ключевую роль в процессе самоподдержания дугового разряда. Формирование кратеров стартует с взрывов микровыступов в катодном пятне вакуумной дуги за счет их джоулева разогрева. Этот процесс сопровождается взрывной электронной эмиссией. Если в вакуумной искре взрываются естественные катодные микровыступы, то в дуге эти выступы самовоспроизводятся из-за образования жидкометаллических струй. Характерный временной масштаб, соответствующий этому циклическому процессу (время протекания электрического тока через область формирующегося кратера), для медного катода можно оценить как $T_0 \approx 30$ нс [1]. Размер кратеров обычно составляет единицы микрон [4].

В настоящей работе мы поэтапно проанализируем поведение расплавленного металла при его вытеснении из формирующегося кратера давлением катодной плазмы. Этот процесс можно разделить на две стадии – формирование жидкого вала по границе кратера и его последующий распад на струи и капли, нарушающий исходную осевую симметрию задачи. По нашим оценкам, за распад вала и, как следствие, распыливание жидкого металла ответственна имеющая капиллярную природу неустойчивость Рэлея-Плато [5].

Рассмотрим следующую модельную ситуацию: жидкость (для определенности – расплавленная медь) исходно занимает полусферическое углубление в поверхности электрода радиуса $R_0 = 2$ мкм. Понятно, что при достаточно большом давлении плазмы над поверхностью жидкость будет полностью вытесняться из углубления за время дугового цикла T_0 , формируя кратер. Нашей задачей будет продемонстрировать, что при вытеснении жидкости возникнут условия для формирования микроструй, что, как мы считаем, необходимо для самоподдержания разряда. Действительно, можно представить себе противоположную ситуацию, когда жидкость, вытесняемая из кратера, будет просто растекаться по катоду без формирования струй и капель.

Примем давление плазмы (P) равным 10^8 Па, что соответствует данным [1]. В первую очередь оценим характерную скорость жидкости. Сила, действующая на жидкость, находится как произведение площади поверхности кратера на внешнее давление: $\pi R_0^2 P$. Импульс, получаемый жидкостью за время t , тогда есть $\pi R_0^2 P t$. Оценку для скорости находим, разделив импульс на массу всей жидкости, равную $2\pi R_0^3 \rho / 3$. Получим в итоге: $U \approx 3Pt / (2\pi R_0 \rho)$. В дальнейшем для простоты мы будем пользоваться усредненным за время дугового цикла значением скорости, $\bar{U} \approx 3PT_0 / (4R_0 \rho)$. Для жидкой меди с температурой, незначительно превышающей температуру плавления, можно взять $\rho \approx 8.0$ г/см³, и мы получим: $\bar{U} \approx 140$ м/с. Отметим, что эта оценка близка к известным данным о скорости разлета капель жидкого металла с катода [6].

За время дугового цикла жидкость будет перемещаться на расстояние $L = \bar{U} T_0 \approx 4.2$ мкм, что в два раза превышает радиус кратера. Таким образом, у жидкости заведомо хватает времени для того, чтобы покинуть кратер. Однако это является лишь необходимым, но недостаточным условием для развития струй. Как уже указывалось, для воспроизводства условий для инициирования взрывной электронной эмиссии требуется формирование микроструй, обеспечивающих значительную локализацию энергии. По нашему мнению, доминирующую роль в формировании струй и капель, т. е. распыливании жидкости, играет неустойчивость Рэлея-Плато. В классическом случае эта неустойчивость возникает за счет влияния капиллярных сил в цилиндрической струе жидкости. Она приводит к разбиению струи на отдельные капли. Это состояние оказывается более выгодным с энергетической точки зрения: ему соответствует меньшая площадь границы, чем для исходной цилиндриче-

ской поверхности. Условием возникновения неустойчивости является: $\lambda > 2\pi r_0$, где λ – длина волны для возмущения границы, а r_0 – радиус цилиндра [5].

В рассматриваемой нами ситуации поверхность жидкости изначально (в момент $t = 0$) была плоской. В отличие от цилиндрической поверхности, где капиллярные силы играют дестабилизирующую роль, при относительно небольших отклонениях свободной поверхности жидкости от плоской капиллярные силы стремятся вернуть ее в исходное состояние. Тогда для того чтобы в игру вступила неустойчивость Рэлея-Плато, необходимо, чтобы на границе кратера сформировался жидкий вал с высотой, существенно превышающей его толщину. В этом случае геометрия вершины вала станет близкой к цилиндрической, уже подверженной капиллярной неустойчивости. Основным отличием от неустойчивости цилиндра будет то, что (из геометрических соображений) вал будет распадаться не на капли, а на струи.

Возникает парадоксальная ситуация: с одной стороны, капиллярные силы препятствуют формированию вала при вытеснении расплавленного металла из кратера, а с другой стороны, именно они приводят к его распаду на струи и капли. Критерии формирования вала более подробно рассматриваются в [7].

Проведем теперь анализ динамики формирования жидкого вала при вытеснении расплавленного металла из микрократера. Геометрия вала будет существенно меняться со временем. Так, в силу осевой симметрии задачи, длина замкнутого в кольцо вала будет расти, достигая значения $2\pi L$ в момент T_0 . Высота вала (h) также будет расти со временем. Для оценки высоты h к моменту T_0 воспользуемся аналогией рассматриваемой нами проблемы с классической задачей гидродинамики о столкновении капли жидкости с плоской преградой [8, 9], на которую мы указывали в работе [10]. В обоих случаях взаимодействие занимающей ограниченную область жидкости с твердой преградой может привести к формированию струй и капель, т. е. всплеску. Картина распыливания жидкости, как видно из сравнения снимков катода после горения вакуумной дуги (система струй по периметру кратеров) [1–3] и снимков так называемой «короны» [8, 9], возникающей при падении капель на твердую поверхность, в целом совпадает.

Итак, воспользуемся экспериментальными данными о характере движения жидкого вала, расходящегося от места падения капли на плоскую смоченную поверхность. Согласно известной работе [8] реализуется линейная связь между высотой вала и расстоянием от оси симметрии (т. е. радиусом вала) с коэффициентом $c \approx 0.57$. Отметим, что подобная связь соответствует тому, что формирующиеся при распаде вала струи и капли будут разлетаться под углом в $\sim 30^\circ$ к плоскости катода, что качественно согласуется с данными по угловому распределению жидкометаллических капель при горении вакуумной дуги. В монографии [2], в частности, указывалось, что максимум потока микрокапель приходится на углы до 30° . Получим, что искомая высота вала h будет равна $cL \approx 2.4$ мкм в момент $t = T_0$.

Определим теперь толщину вала (δ) в конце дугового цикла. Исходя из постоянства объема жидкости, оцениваемого в моменты $t = 0$ и T_0 , имеем: $2\pi R_0^3/3 \approx 2\pi Lh\delta$. Отсюда находим для толщины вала: $\delta \approx R_0^3/(3cL^2) \approx 0.26$ мкм. Таким образом, формируется вал с высотой, значительно превышающей толщину. Вершина вала по форме будет близка к полуцилиндрической. Для оценок можно считать, что радиус закругления гребня волны есть $r_0 \approx \delta/2 \approx 0.13$ мкм.

Под влиянием капиллярных сил узкий вал со скругленной вершиной, как уже говорилось, будет подвержен неустойчивости, аналогичной неустойчивости жидкого цилиндра. Известно, что наиболее вероятно развитие неустойчивости Рэлея-Плато с длиной волны (λ_0) и характерным временем (t_0):

$$\lambda_0 \approx 9.02r_0, \quad t_0 \approx 2.91(\rho r_0^3 / \sigma)^{1/2}.$$

Подставляя сюда радиус гребня вала и значение коэффициента поверхностного натяжения расплавленной меди ($\sigma \approx 1.12$ Н/м), находим: $\lambda_0 \approx 1.2$ мкм и $t_0 \approx 12$ нс. Таким образом, за время t_0 жидкометаллический вал потеряет осевую симметрию: на его гребне сформируется система струй с пространственным шагом λ_0 . Отметим, что эти струи также будут подвержены неустойчивости Рэлея-Плато.

Для нашего рассмотрения принципиально важно, что время развития неустойчивости вала оказывается значительно меньшим времени дугового цикла, $t_0/T_0 \approx 0.4$. Тогда при давлении плазмы $P = 10^8$ Па будет происходить не только вытеснение жидкости из лунки, приводящее к появлению кратера, но и формирование микроструй, играющих, согласно нашим представлениям, ключевую роль в само-поддержании разряда. Отметим, что указанное давление является околопороговым – при меньших давлениях может возникнуть ситуация, когда за время дугового цикла не успеет произойти распад формирующегося вала на струи.

Сравним наши оценки с результатами гидродинамических экспериментов по столкновению капель с твердой плоской преградой. Согласно данным известной работы [9], возможно два основных режима движения жидкости – ее растекание по поверхности и распыливание (формирование множества струй и вторичных капель). Эмпирически установленным критерием распыливания является: $Re^{0.4} \cdot We^{0.8} \geq 2100$ (см. рис.), где We и Re – числа Вебера и Рейнольдса, определяемые выражениями:

$$We = \rho \bar{U}^2 D_{\text{eff}} / \sigma, \quad Re = \bar{U} D_{\text{eff}} / \nu.$$

Здесь $D_{\text{eff}} = 2^{2/3} R_0$ – эффективный диаметр капли, выбранный таким образом, чтобы объемы капли и кратера совпадали, а ν – кинематическая вязкость. Для реализующихся в катодном пятне вакуумной дуги условий получаем: $We \approx 446$ и $Re \approx 1042$ (для расплавленной меди мы взяли $\nu \approx 4.2 \times 10^{-7}$ м²/с). Как видно из рисунка, соответствующая этим значениям точка попадает на кривую, разграничивающую режимы распыливания и растекания. Это согласуется с нашим выводом о том, что при давлении плазмы $P = 10^8$ Па система находится вблизи порога развития неустойчивости Рэлея-Плато, и указывает на важность гидродинамических процессов в горении дуги.

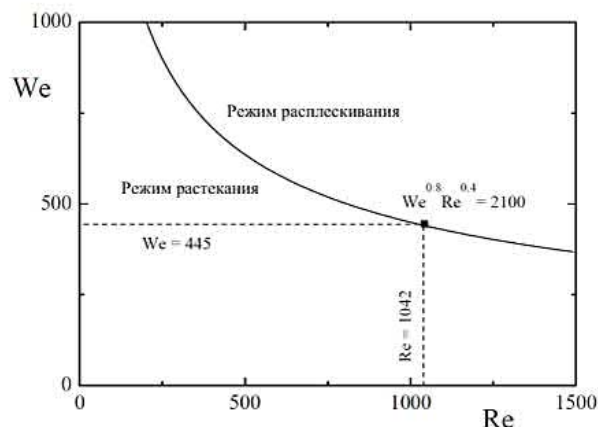


Рис. 1. Граница режимов растекания и распыливания жидкости по данным [9]. Точка соответствует нашей оценке для параметров расплавленной меди в катодном пятне

Анализ динамики жидкого металла, основанный на предположении о том, что именно неустойчивость Рэлея-Плато ответственна за распад вала, хорошо согласуется с недавними фотоснимками поверхности катода [11], на которых имеются фрагменты вала с периодической системой застывших струй. Из снимков видно, что

связь радиуса закругления вала и пространственного периода расположения струй вполне описывается ключевым соотношением $\lambda_0 \approx 9.02r_0$ теории неустойчивости Рэлея-Плато. Полученные результаты позволяют определить число струй, формирующихся при распаде вала. Простейшую оценку дает отношение длины вала и пространственного масштаба неустойчивости: $N \approx 2\pi L/\lambda_0 \approx 22$.

Таким образом, мы продемонстрировали, что за нарушение осевой симметрии жидкого вала, возникающего при вытеснении расплавленного металла из формирующегося микрократера, ответственна имеющая капиллярную природу неустойчивость Рэлея-Плато. Она приводит к формированию системы микроструй, которые играют ключевую роль в самоподдержании вакуумной дуги.

Ссылки

1. Месяц Г. А. // УФН. 1995. Т. 165. С. 602.
2. Anders A. Cathodic Arcs: From Fractal Spots to Energetic Condensation. New York: Springer, 2008.
3. Mesyats G. A. // J. Nucl. Mater. 1984. Vol. 128/129. P. 618.
4. Daalder J. E. // J. Phys. D: Appl. Phys. 1976. Vol. 9. P. 2379.
5. Ламб Г. Гидродинамика. М.; Л.: ОГИЗ-Гостехиздат, 1947.
6. Utsumi T., English J. H. // J. Appl. Phys. 1975. Vol. 46. P. 126.
7. Mesyats G. A., Zubarev N. M. // J. Appl. Phys. 2015. Vol. 117. P. 043302.
8. Yarin A. L., Weiss D. A. // J. Fluid Mech. 1995. Vol. 283. P. 141.
9. Cossali G. E., Coghe A., Marengo M. // Exp. Fluids, 1997. Vol. 22. P. 463.
10. Mesyats G. A., Zubarev N. M. // J. Appl. Phys. 2013. Vol. 113. P. 203301.
11. Mesyats G. A., Bochkarev M. B., Petrov A. A., Barengolts S. A. // Appl. Phys. Lett. 2014. Vol. 104. P. 184101.

УДК 551.594.2: 532.59: 534.1

ОБ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ИЗЛУЧЕНИИ ШАРОВОЙ МОЛНИИ

А. И. Григорьев, Н. Ю. Колбнева, С. О. Ширяева, Т. К. Артёмова

Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова. Россия. Ярославль

E-mail: grig@uniyar.ac.ru

Среди описаний шаровых молний (ШМ) иногда встречаются такие, которые свидетельствуют о наличии у неё электромагнитного излучения [1–5]. Так у выключенных телевизоров светятся экраны, не включённые в сеть радиоприёмники начинают издавать треск, выключенные электролампочки светятся. Таких описаний немного, но они есть. Они свидетельствуют о наличии электромагнитного излучения от ШМ в широком диапазоне частот. В этой связи и сформулировано данное исследование.

1. Постановка задачи. Пусть в гравитационном поле g ШМ сферической формы с плотностью ρ_1 , коэффициентом поверхностного натяжения σ , имеющая

© Григорьев А. И., 2015

© Колбнева Н. Ю., 2015

© Ширяева С. О., 2015

© Артёмова Т. К., 2015

заряд Q , с начальным радиусом R находится в идеальной несжимаемой среде с проницаемостью ε_* , плотностью ρ_2 , а также в однородном электростатическом поле напряженностью $\mathbf{E}_0$, причём $\mathbf{E}_0 \parallel -\mathbf{g}$.

Величина напряженности подобрана таким образом, что центр масс ШМ неподвижен. Равновесная форма такой ШМ в квадратичном приближении по амплитуде стационарной деформации может считаться примерно сфероидальной [6]. Пусть вещество ШМ может считаться идеальным несжимаемым электропроводным.

Будем решать задачу в сферической системе координат с началом в центре масс ШМ. Уравнение возмущенной волновым движением поверхности ШМ можно записать в виде:

$$r(\theta, t) = r(\theta) + \xi(\theta, t),$$

где $r(\theta)$ – равновесная форма ШМ, $\xi(\theta, t)$ – капиллярное волновое возмущение поверхности ШМ: $\max|\xi| \ll \min r(\theta)$. Отношение $\max|\xi| / R$ примем за малый параметр ε .

Предполагаем, что в ШМ существует волновое движение во всём спектре длин капиллярных волн и имеет место искажение равновесной поверхности раздела сред весьма малой (тепловой) амплитуды с характерной высотой гребней $\propto \sqrt{\kappa T / \sigma}$, где κ – постоянная Больцмана; T – абсолютная температура. Эти волны порождаются уже тепловым движением молекул жидкости [7].

Математическая формулировка задачи об излучении электромагнитных волн имеет вид [8]:

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{V}_j(\mathbf{r}, t)}{dt} &= -\frac{1}{\rho_j} \nabla P_j(\mathbf{r}, t); & \operatorname{div} \mathbf{V}_j(\mathbf{r}, t) &= 0; & j &= 1, 2; \\ \ddot{\mathbf{A}}\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) &= \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2}; & \operatorname{div} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) &= 0; \\ r \rightarrow 0: & & \mathbf{V}_1(\mathbf{r}, t) &\rightarrow 0; \\ r \rightarrow \infty: & & \mathbf{V}_2(\mathbf{r}, t) &\rightarrow 0; & \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) &\rightarrow \mathbf{E}_0 \equiv E_0 \mathbf{e}_z; \\ r = r(\theta) + \xi(\theta, t): & & \frac{\partial F}{\partial t} + (\mathbf{V}, \nabla)F &= 0; & F(r, \theta, t) &\equiv r - r(\theta) - \xi(\theta, t); \\ & & P_1 - P_2 + P_q + P_g - P_\sigma &= 0; & (\hat{\mathbf{n}}, \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)) &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

$\mathbf{V}_j(\mathbf{r}, t)$ – поле скоростей движения вещества ШМ и $P_j(\mathbf{r}, t)$ – гидродинамическое давление: $j = 1$ – в ШМ, $j = 2$ – в среде; $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ – напряженность электрического поля; $\boldsymbol{\tau}$ – орт касательной к возмущённой поверхности ШМ; $P_q = \varepsilon_* \mathbf{E}^2 / 8\pi$ – давление электрического поля, $P_g = (\rho_1 - \rho_2)g[r(0) - (r(\theta) + \xi(\theta, t))\mu]$ – давление гравитационного поля, $\mu \equiv \cos \theta$; $P_\sigma = \sigma \operatorname{div} \mathbf{n}$ – капиллярное давление. Орт нормали к поверхности ШМ $\mathbf{n}$ определяется выражением:

$$\mathbf{n} = \frac{\nabla F}{|\nabla F|} \Big|_{F=0}.$$

Для замыкания выписанной системы запишем условия неизменности полного объема (следствие несжимаемости вещества ШМ), неподвижности центра масс, а также условие сохранения заряда ШМ:

$$\begin{aligned} \int_V dV &= \frac{4}{3} \pi R^3; & \int_V \mathbf{r} dV &= 0; \\ V &= [0 \leq r \leq r(\theta) + \xi(\theta, t); 0 \leq \theta \leq \pi; 0 \leq \varphi \leq 2\pi]; \\ \frac{1}{4\pi} \oint_S (\mathbf{n}, \mathbf{E}) dS &= \frac{Q}{\varepsilon_*}; & S &= [r = r(\theta) + \xi(\theta, t), 0 \leq \theta \leq \pi, 0 \leq \varphi \leq 2\pi]. \end{aligned} \quad (2)$$

2. Скаляризация задачи. Движение вещества в ШМ и среде будем полагать потенциальным и примем, что поля скоростей полностью определяются функциями гидродинамических потенциалов $\psi_j(\mathbf{r}, t)$, так что $\mathbf{V}_j(\mathbf{r}, t) = \nabla \psi_j(\mathbf{r}, t)$. Переходя к потенциалам $\psi_j(\mathbf{r}, t)$, вместо (1) – (2) получим систему:

$$\begin{aligned}
\ddot{\mathbf{A}}\psi_j(\mathbf{r}, t) &= 0; & P_j &= P_{j0} - \rho_j \frac{\partial \psi_j(r, \theta, t)}{\partial t}; \\
\ddot{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t) &= \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2}; & \operatorname{div} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) &= 0; \\
r \rightarrow 0: & & \psi_1(\mathbf{r}, t) &\rightarrow 0; \\
r \rightarrow \infty: & \psi_2(\mathbf{r}, t) \rightarrow 0; & \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) &\rightarrow -E_0 r \cos \theta; & r &= r(\theta) + \xi(\theta, t): \\
-\frac{\partial \xi(\theta, t)}{\partial t} + \frac{\partial \psi_j(r, \theta, t)}{\partial r} - \frac{1}{r^2(\theta)} \frac{\partial r(\theta)}{\partial \theta} \frac{\partial \psi_j(r, \theta, t)}{\partial \theta} &= 0; \\
P_1 - P_2 + P_{EQ} + P_g - P_\sigma &= 0; & (\hat{\mathbf{n}}, \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)) &= 0; \\
\mathbf{n} &= \left(\mathbf{e}_r - \mathbf{e}_\theta \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} [r(\theta) + \xi(\theta, t)] \right) \left(1 + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial r(\theta)}{\partial \theta} + \frac{\partial \xi(\theta, t)}{\partial \theta} \right)^2 \right)^{-1/2}; \\
\int_0^{2\pi} \int_0^\pi \int_0^{R+\xi(\theta, t)} r^2 \sin \theta dr d\theta d\varphi &= \frac{4}{3} \pi R^3; & \int_0^\pi \mathbf{r} \cdot (R + \xi(\theta, t))^2 dr \sin \theta d\theta &= 0; \\
\frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi (\mathbf{n}, \mathbf{E}) \cdot (R + \xi(\theta, t))^2 \sin \theta d\theta d\varphi &= \frac{Q}{\varepsilon_{ex}}; & & (3)
\end{aligned}$$

где $\mathbf{e}_r$ и $\mathbf{e}_\theta$ – орты сферической системы координат. Будем полагать, что в безразмерных переменных, в которых $R = \rho = \sigma = 1$, величины поля скоростей течения веществ и поправки к напряжённости ШМ, вызванные осцилляциями её поверхности, имеют тот же порядок малости, что и амплитуда волн на ШМ.

Искомые величины разложим по безразмерной амплитуде осцилляций $\varepsilon \equiv \max|\xi|/R$:

$$\begin{aligned}
\xi(\theta, t) &= \xi^{(1)}(\theta, t) + O(\varepsilon^2); & P_j(\mathbf{r}, t) &= P_j^{(0)}(\mathbf{r}) + P_j^{(1)}(\mathbf{r}, t) + O(\varepsilon^2); \\
\psi_j(\mathbf{r}, t) &= \psi_j^{(0)}(\mathbf{r}, t) + \psi_j^{(1)}(\mathbf{r}, t) + O(\varepsilon^2); \\
\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) &= \mathbf{E}^{(0)}(\mathbf{r}) + \mathbf{E}^{(1)}(\mathbf{r}, t) + O(\varepsilon^2); & & (4) \\
\mathbf{E}^{(0)}(\mathbf{r}) &= -\nabla \Phi^{(0)}(\mathbf{r}),
\end{aligned}$$

где $\Phi^{(0)}(\mathbf{r}, t)$ – электростатический потенциал электростатического поля нулевого порядка малости (потенциал электростатического поля в окрестности невозмущённой ШМ), хорошо известный уже из курса общей физики (см., например, [9]). В (4) верхний индекс, стоящий в скобках, означает порядок малости.

3. Задача нулевого порядка малости. Равновесная форма заряженной ШМ в электростатическом поле. Представим форму образующей, вращением которой вокруг оси OZ получается равновесная форма поверхности ШМ, в сферических координатах в виде ряда по полиномам Лежандра:

$$r(\theta) = 1 + f(\theta); \quad f(\theta) \equiv \sum_{n=2}^{\infty} \alpha_n(e) \cdot P_n(\mu); \quad |f(\theta)| \ll 1, \quad (5)$$

где e – эксцентриситет ШМ, который будем считать малым.

Поскольку заряд сам по себе не нарушает сферичности равновесной формы ШМ, то $Q \sim e^0$. К искажению равновесной сферической формы приводит наличие внешнего электростатического поля, задающего выделенное направление. Примем $|f(\theta)| \sim e$, а в силу неподвижности центра масс ШМ получим $g \sim QE_0 \sim e$ и $E_0^2 \sim e^2$. Чтобы учесть влияние g , Q и E_0 на равновесную форму, коэффициенты $\alpha_n(e)$ в (5) представим в виде разложения по степеням e :

$$\alpha_n(e) = \alpha_n^{(2)} + \alpha_n^{(3)} + \alpha_n^{(4)} + O(e^5).$$

Ограничивая рассмотрение четвертым порядком малости по e , запишем выражение для равновесной формы поверхности капли в виде:

$$r(\theta) = 1 + \sum_{n=0}^{\infty} \left(\alpha_n^{(2)} + \alpha_n^{(3)} + \alpha_n^{(4)} \right) P_n(\mu), \quad (6)$$

где верхний индекс указывает порядок малости по e коэффициентов $\alpha_n^{(k)}$.

Подставив разложения по степеням e для равновесных значений давлений $P_q^{(0)}$, $P_g^{(0)}$, $P_\sigma^{(0)}$ в условие баланса давлений так, как это было проделано в [10], приравняем слагаемые одинакового порядка малости и, используя ортогональность полиномов Лежандра, получим коэффициенты $\alpha_n^{(k)}$ в выражении для формы равновесной поверхности (6) [11]:

$$r(\theta) = 1 + \alpha_0^{(4)} P_0(\mu) + \left(\alpha_2^{(2)} + \alpha_2^{(4)} \right) P_2(\mu) + \alpha_3^{(3)} P_3(\mu) + \alpha_4^{(4)} P_4(\mu), \quad (7)$$

где $\alpha_n^{(k)}$, выраженные через параметры Тейлора $w = \frac{\varepsilon_* E_0^2 R}{16\pi\sigma}$ и Релея $W = \frac{Q^2}{16\pi\varepsilon_* R^3 \sigma}$, определяются соотношениями [11]:

$$\alpha_0^{(4)} = -\frac{9}{5} \frac{w^2}{(1-W)^2}; \quad \alpha_2^{(2)} = \frac{3w}{1-W}; \quad \alpha_3^{(3)} = \frac{108}{5} \frac{w\sqrt{Ww}}{(5-4W)(1-W)};$$

$$\alpha_2^{(4)} = \frac{9}{7} \frac{w^2(8W^2 - 84W + 79)}{(5-4W)(1-W)^3}; \quad \alpha_4^{(4)} = \frac{54}{35} \frac{w^2(28W^2 + 33W - 65)}{(2W-3)(5-4W)(1-W)^2}; \quad e = \sqrt{\frac{9w}{(1-W)}}. \quad (8)$$

Приравняв слагаемые, имеющие порядок малости $\sim e$, получим гравитационный параметр в виде:

$$g = 12 \frac{\sqrt{Ww}}{\rho_1 - \rho_2}. \quad (9)$$

Величину каждого из коэффициентов $\alpha_n^{(k)}$ определяет степень безразмерного параметра Тейлора $w \sim E_0^2$, характеризующая степень малости соответствующего слагаемого в разложении (7). Таким образом, равновесная форма заряженной ШМ в электростатическом поле представлена с точностью до слагаемых $\sim w$.

4. Задача первого порядка малости по амплитуде осцилляций. Вывод дисперсионного уравнения. Математическая формулировка имеет вид:

$$\Delta\psi_j = 0, \quad (j = 1; 2)$$

$$r \rightarrow 0: \quad \psi_1(\mathbf{r}, t) \rightarrow 0; \quad r \rightarrow \infty: \quad \psi_2(\mathbf{r}, t) \rightarrow 0;$$

$$r = r(\theta): \quad P_1^{(1)} - P_2^{(1)} + P_q^{(1)} + P_g^{(1)} - P_\sigma^{(1)} = 0;$$

$$-\frac{\partial \xi(\theta, t)}{\partial t} + \frac{\partial \psi_j(r, \theta, t)}{\partial r} - \frac{1}{r^2(\theta)} \frac{\partial r(\theta)}{\partial \theta} \frac{\partial \psi_j(r, \theta, t)}{\partial \theta} = 0;$$

$$\int_0^\pi r^2(\theta) \xi(\theta, t) \sin \theta d\theta = 0, \quad \int_0^\pi r^3(\theta) \xi(\theta, t) \cos \theta \sin \theta d\theta = 0.$$

Выражения для поправок первого порядка малости к давлениям гидродинамическому, гравитационному и капиллярному имеют вид:

$$r = r(\theta): P_j^{(1)} = -\rho_j \frac{\partial \psi_j(r, \theta, t)}{\partial t}; j = 1, 2;$$

$$P_g^{(1)} = -(\rho_1 - \rho_2) g \cdot \xi(\theta, t) \cdot \cos \theta; P_\sigma^{(1)} = \sigma \operatorname{div} \mathbf{n}_1.$$

Орт нормали к возмущённой поверхности ШМ определяется выражением:

$$\mathbf{n}_1 = \left[\left(1 - \frac{1}{2r^2} \left(\frac{\partial f(\theta)}{\partial \theta} \right)^2 - \frac{1}{r^2} \frac{\partial f(\theta)}{\partial \theta} \frac{\partial \xi(\theta, t)}{\partial \theta} \right) \mathbf{e}_r - \frac{1}{r} \left(\frac{\partial f(\theta)}{\partial \theta} + \frac{\partial \xi(\theta, t)}{\partial \theta} - \frac{3}{2r^2} \left(\frac{\partial f(\theta)}{\partial \theta} \right)^2 \frac{\partial \xi(\theta, t)}{\partial \theta} \right) \mathbf{e}_\theta \right]_{r=r(\theta)}.$$

Тогда для капиллярного давления в первом приближении несложно получить:

$$P_\sigma^{(1)} = \frac{\sigma}{R^2} \left[(2f(\theta) - 1)(2 + L)\xi(\theta, t) + 2\xi(\theta, t)(1 - 3f(\theta))Lf(\theta) - \right.$$

$$\left. - 3(f(\theta))^2 L\xi(\theta, t) + \frac{3}{2} \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \left(\frac{\partial f(\theta)}{\partial \theta} \right)^2 \frac{\partial \xi(\theta, t)}{\partial \theta} \right) \right];$$

$$L \equiv \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right).$$

Представим возмущение поверхности ШМ $\xi(\theta, t)$, связанное с капиллярным волновым движением, в виде ряда по полиномам Лежандра

$$\xi(\theta, t) = \sum_{n=2}^{\infty} \beta_n(t) P_n(\mu); \quad \beta_n(t) = \beta_n \exp(-i\omega_n t). \quad (10)$$

ω_n – частота капиллярных колебаний поверхности, в общем случае комплексная; α_n – амплитуда. С учетом (10) капиллярное давление первого порядка малости без учета взаимодействия различных мод осцилляций можно привести к виду:

$$P_\sigma^{(1)} = \frac{\sigma}{R^2} \sum_{n=2}^{\infty} \beta_n \exp(-i\omega_n t) \left[(n+2)(n-1) - 2(\alpha_2^{(2)} + \alpha_2^{(4)}) M_0 + \right.$$

$$\left. + 3(\alpha_2^{(2)})^2 M_1 - 2\alpha_4^{(4)} (n(n+1) + 18) K_{4,n,n} \right] P_n(\mu); \quad (11)$$

$$M_0 = (n(n+1) + 4) K_{2,n,n};$$

$$M_1 = (n(n+1) + 12) \left(K_{2,n,n+2} K_{2,n+2,n} + K_{2,n,n-2} K_{2,n-2,n} + (K_{2,n,n})^2 \right) -$$

$$- \frac{1}{2} n(n+1) (L_{2,n,n+2} \Gamma_{n+2,2,n} + L_{2,n,n-2} \Gamma_{n-2,2,n} + L_{2,n,n} \Gamma_{2,n,n});$$

$$K_{l,m,n} = (C_{l0,m0}^{n0})^2; L_{l,m,n} = -\sqrt{l(l+1)m(m+1)} C_{l0,m0}^{n0} \cdot C_{l-1,m1}^{n0};$$

$$\Gamma_{l,m,n} = -\frac{2n+1}{2l+1} \sqrt{\frac{m(m+1)}{n(n+1)}} C_{n0,m0}^{l0} \cdot C_{n(-1),m1}^{l0};$$

где $C_{lk,mq}^{np}$ – коэффициенты Клебша-Гордана [12], отличные от нуля, только когда индексы удовлетворяют соотношениям $|l-m| \leq n \leq l+m$, $l+m+n$ – четное. С учетом выражений (10) и (9) получим давление гравитационного поля в первом приближении:

$$P_g^{(1)} = -12 \frac{\sigma}{R^2} \sqrt{wW} \sum_{n=2}^{\infty} \left[\beta_{n+1} e(-i\omega_{n+1}t) \mu_{n+1}^- + \gamma_2 \beta_{n-1} e(-i\omega_{n-1}t) \mu_{n-1}^+ \right] P_n(\mu); \quad (12)$$

$$\gamma_m = 1 - \delta_{nm} \quad \mu_n^+ = \frac{n+1}{(2n+1)}; \quad \mu_n^- = \frac{n}{(2n+1)},$$

где δ_{nm} – дельта-символ Кронекера.

Выражения для гидродинамических давлений $P_1^{(1)}$ и $P_2^{(1)}$ после решения краевых задач для потенциалов $\psi_1(\mathbf{r},t)$ представимы в виде:

$$P_1^{(1)} = \rho_1 R \sum_{n=2}^{\infty} \beta_n \exp(-i\omega_n t) \frac{\omega_n^2}{n} \left[1 + \alpha_0^{(4)} + \left(\alpha_2^{(2)} + \alpha_2^{(4)} \right) Q_1^+ + \right. \\ \left. + \alpha_4^{(4)} Q_2^+ + \left(\alpha_2^{(2)} \right)^2 Q_3^+ \right] P_n(\mu); \quad (13)$$

$$Q_1^+ = K_{2,n,n} + \frac{L_{2,n,n}}{n}; \quad Q_2^+ = K_{4,n,n} + \frac{L_{4,n,n}}{n}; \\ Q_3^+ = K_{2,n,n} \left(-(n-1)^2 K_{2,n,n} + \frac{(n-2)}{n} L_{2,n,n} \right) + K_{2,n-2,n} \times \\ \times \left((n-1) K_{2,n,n-2} - \frac{2}{n} L_{2,n,n-2} \right) + K_{2,n+2,n} \left((n-1) K_{2,n,n+2} - \frac{2}{n} L_{2,n,n+2} \right); \\ P_2^{(1)} = -\rho_2 R \sum_{n=2}^{\infty} \beta_n \exp(-i\omega_n t) \frac{\omega_n^2}{(n+1)} \left[1 + \alpha_0^{(4)} + \left(\alpha_2^{(2)} + \alpha_2^{(4)} \right) Q_1^- + \right. \\ \left. + \alpha_4^{(4)} Q_2^- - \left(\alpha_2^{(2)} \right)^2 Q_3^- \right] P_n(\mu); \quad (14)$$

$$Q_1^- = K_{2,n,n} - \frac{L_{2,n,n}}{(n+1)}; \quad Q_2^- = K_{4,n,n} - \frac{L_{4,n,n}}{(n+1)}; \\ Q_3^- = K_{2,n,n} \left((n+2)^2 K_{2,n,n} - \frac{(n+3)}{(n+1)} L_{2,n,n} \right) + K_{2,n-2,n} \times \\ \times \left((n+2) K_{2,n,n-2} - \frac{2}{n+1} L_{2,n,n-2} \right) + K_{2,n+2,n} \left((n+2) K_{2,n,n+2} - \frac{2}{n+1} L_{2,n,n+2} \right).$$

Выражение для поправки первого порядка к напряженности поля возмущенной ШМ находится по аналогии с [10] в виде:

$$\mathbf{E}^{(1)}(\mathbf{r},t) = \sum_n D_{n3} \cdot \exp(-i\omega_n t) \left\{ \frac{1}{r} G1_n(kr) \cdot n(n+1) P_n(\mu) \mathbf{e}_r + \right. \\ \left. + \left(\frac{1}{r} G1_n(kr) + G2_n(kr) \right) \frac{\partial P_n(\mu)}{\partial \theta} \mathbf{e}_\theta \right\};$$

$$G1_n(kr) \equiv \frac{h_n^{(2)}(kr)}{\partial_r \left(rh_n^{(2)}(kr) \right) \Big|_{r=R}}; \quad G2_n(kr) \equiv \frac{\partial_r \left(h_n^{(2)}(kr) \right)}{\partial_r \left(rh_n^{(2)}(kr) \right) \Big|_{r=R}},$$

где D_{n3} – весьма громоздкий коэффициент; $h_n^{(2)}(kr)$ – сферическая функция Бесселя третьего рода (функция Ханкеля) [12]; символом ∂_z обозначается производная по аргументу z .

Запишем электрическое давление на поверхность ШМ:

$$P_q \approx \frac{\varepsilon_*}{8\pi} \left(\mathbf{E}^{(0)} + \mathbf{E}^{(1)} \right)^2 \Big|_{r=r(\theta)+\xi(\theta,t)}.$$

Его зависящая от времени часть (добавка первого порядка малости) представима без учета взаимодействия различных мод осцилляций в виде:

$$P_q^{(1)} = \frac{\varepsilon_*}{4\pi} \sum_{n=2}^{\infty} \beta_n \exp(-i\omega_n t) \left[\frac{Q^2}{\varepsilon_*^2 R^5} \left(N_0 + \alpha_2^{(2)} N_1 + \alpha_0^{(4)} N_2 + \alpha_2^{(4)} N_3 + \right. \right. \\ \left. \left. + \alpha_4^{(4)} N_4 + \left(\alpha_2^{(2)} \right)^2 N_5 \right) + 3 \frac{QE_0}{\varepsilon_* R^3} \alpha_3^{(3)} N_6 + 9 \frac{E_0^2}{R} \left(\alpha_2^{(2)} N_7 + N_8 \right) \right] P_n(\mu). \quad (15)$$

Коэффициенты N_j ($j = 5, 6, 7, 8$) вынесены в «Приложение».

$$N_0 = - \left(G1_n(kr) \Big|_{r=R} n(n+1) + 2 \right); \\ N_1 = \alpha_{2,n,n} - 8K_{2,n,n} + \left(G1_n(kr) \Big|_{r=R} n(n+1) + R G3_n(kr) \Big|_{r=R} - 2 \right) \times \\ \times G1_n(kr) \Big|_{r=R} \Gamma_{2,n,n} n(n+1) - R G4_n(kr) \Big|_{r=R} K_{2,n,n} n(n+1); \\ N_2 = 10 + \left(\left(R G3_n(kr) \Big|_{r=R} + 5 \right) G1_n(kr) \Big|_{r=R} - R G4_n(kr) \Big|_{r=R} \right) n(n+1); \\ N_3 = L_{2,n,n} - \left(8 + n(n+1) R G4_n(kr) \Big|_{r=R} \right) K_{2,n,n} + G1_n(kr) \Big|_{r=R} \times \\ \times \left(\left(G1_n(kr) \Big|_{r=R} n(n+1) - 1 \right) \Gamma_{n,2,n} + \left(R G3_n(kr) \Big|_{r=R} - 1 \right) \Gamma_{2,n,n} \right) n(n+1); \\ N_4 = \left(-30 + n(n+1) \left(3 G1_n(kr) \Big|_{r=R} - R G4_n(kr) \Big|_{r=R} \right) \right) K_{4,n,n} + G1_n(kr) \Big|_{r=R} \times \\ \times \left(\left(G1_n(kr) \Big|_{r=R} n(n+1) - 3 \right) \Gamma_{n,4,n} + \left(R G3_n(kr) \Big|_{r=R} - 3 \right) \Gamma_{4,n,n} \right) n(n+1); \\ N_8 = - \left(G1_{n+1}(kr) \Big|_{r=R} \mu_n^+ \mu_{n+1}^- (n+1)(n+2) + \right. \\ \left. + G1_{n-1}(kr) \Big|_{r=R} \mu_n^- \mu_{n-1}^+ n(n-1) + 2 \left(\mu_n^+ \mu_{n+1}^- + \mu_n^- \mu_{n-1}^+ \right) \right); \\ G3_n(kr) \equiv \frac{\partial^2_{r^2} \left(rh_n^{(2)}(kr) \right)}{\partial_r \left(rh_n^{(2)}(kr) \right) \Big|_{r=R}}; \quad G4_n(kr) \equiv \frac{\partial_r \left(h_n^{(2)}(kr) \right)}{\partial_r \left(rh_n^{(2)}(kr) \right) \Big|_{r=R}}.$$

Коэффициенты N_5, N_6, N_7, N_8 вынесены в «Приложение».

Подставив в динамическое граничное условие выражения (11), (13), (14), (15) при $n = 2$ (для примера), пренебрегая взаимодействием различных мод осцилляций и используя ортогональность полиномов Лежандра, получим искомое дисперсионное уравнение, квадратичное относительно ω_2 :

$$\begin{aligned}
\omega_2^2 = & \frac{12\sigma}{R^3(3\rho_1 + 2\rho_2)} \left(2(1 + T_0 W) + \frac{2}{7} \left(T_1 w - \alpha_2^{(2)} (T_2 W - T_3 w + V_1) \right) + \right. \\
& + (T_4 W - V_2) \alpha_0^{(4)} - \alpha_2^{(4)} (T_5 W + V_3) + \alpha_4^{(4)} (T_6 W - V_4) + \\
& \left. + \alpha_3^{(3)} T_7 \sqrt{wW} + \left(\alpha_2^{(2)} \right)^2 (T_8 W + V_5) \right); \quad (16) \\
T_0 = & 2 \left(3G_{12}(kr) \Big|_{r=R} + 1 \right); \\
T_1 = & 3 \left(11 + \frac{2}{5} \left(14G_{11}(kr) \Big|_{r=R} + 81G_{13}(kr) \Big|_{r=R} \right) \right); \\
T_2 = & -\frac{20\rho_2}{(3\rho_1 + 2\rho_2)} + 6G_{12}(kr) \Big|_{r=R} \left(\frac{(9\rho_1 - 4\rho_2)}{(3\rho_1 + 2\rho_2)} + 6G_{12}(kr) \Big|_{r=R} \right) + \\
& + 6R \left(G_{32}(kr) \Big|_{r=R} G_{12}(kr) \Big|_{r=R} - 2G_{42}(kr) \Big|_{r=R} \right); \\
T_4 = & 4 \left(3R \left(G_{42}(kr) \Big|_{r=R} - G_{32}(kr) \Big|_{r=R} G_{12}(kr) \Big|_{r=R} \right) - \right. \\
& \left. - \frac{(18\rho_1 + 13\rho_2)}{(3\rho_1 + 2\rho_2)} - \frac{3(15\rho_1 + 11\rho_2)}{(3\rho_1 + 2\rho_2)} G_{12}(kr) \Big|_{r=R} \right); \\
T_5 = & \frac{4}{7} \left(\frac{2}{3} \frac{(63\rho_1 + 37\rho_2)}{(3\rho_1 + 2\rho_2)} + 2G_{12}(kr) \Big|_{r=R} \left(\frac{(18\rho_1 + 7\rho_2)}{(3\rho_1 + 2\rho_2)} + 9G_{12}(kr) \Big|_{r=R} \right) + \right. \\
& \left. + 3R \left(G_{32}(kr) \Big|_{r=R} G_{12}(kr) \Big|_{r=R} - 2G_{42}(kr) \Big|_{r=R} \right) \right); \\
V_1 = & 5 \frac{(9\rho_1 + 4\rho_2)}{(3\rho_1 + 2\rho_2)}; V_2 = 6 \frac{(\rho_1 + \rho_2)}{(3\rho_1 + 2\rho_2)}; V_3 = \frac{2}{21} \frac{(117\rho_1 + 68\rho_2)}{(3\rho_1 + 2\rho_2)}; \\
V_4 = & \frac{2}{21} \frac{(243\rho_1 + 152\rho_2)}{(3\rho_1 + 2\rho_2)}; V_5 = \frac{1}{49} \frac{(3357\rho_1^2 + 4176\rho_1\rho_2 + 1492\rho_2^2)}{(3\rho_1 + 2\rho_2)^2}.
\end{aligned}$$

Коэффициенты T_3, T_6, T_7, T_8 вынесены в «Приложение».

Для нахождения поля вблизи поверхности ШМ функцию $h_n^{(2)}(kr)$ при целых значениях индекса выразим через элементарные функции [13]:

$$h_n^{(2)}(z) = \frac{1}{z} e^{-iz} \sum_{m=0}^n i^{m+1} \frac{(2n-m)!}{(n-m)!m!} \frac{1}{(2z)^{n-m}}; \quad (17)$$

где $z = kr$, k – волновое число.

Частота осцилляций – n – моды получается комплексной. Представим её в виде $\omega_n = \omega'_n + i\omega''_n$, где ω'_n – вещественная часть частоты, собственно определяющая осцилляции, ω''_n – мнимая часть, она обусловлена затуханием (невозможным из-за трения в используемой модели идеальной жидкости) амплитуды осцилляций из-за излучения электромагнитных волн, и мала по сравнению с вещественной частью ($\omega''_n \ll \omega'_n$). С учетом этого в выражении для квадрата частоты колебаний сделаем замену $\omega_n^2 \approx \omega'_n \omega''_n + 2i\omega'_n \omega''_n$. Подставив (17) при $n = 2$ (опять же для примера) в (16), для реальной и мнимой частей частоты из выражения (16) при малом аргументе kR получим:

$$\begin{aligned}
\omega_2'^2 &= \frac{4\sigma}{R^3(3\rho_1+2\rho_2)^3} \left(6(3\rho_1+2\rho_2)^2 \left(1-W-\frac{162}{35}w \right) - \frac{6}{7}\alpha_2^{(2)}S_0^+ + 6\alpha_0^{(4)}S_1^+ - \right. \\
&\quad \left. - \frac{2}{7}\alpha_2^{(4)}S_2^+ - \frac{2}{7}\alpha_4^{(4)}S_3^+ + \frac{3}{49}\left(\alpha_2^{(2)}\right)^2 S_4^+ - \frac{4248}{49}\alpha_3^{(3)}\sqrt{wW}(3\rho_1+2\rho_2)^2 \right); \\
S_0^+ &= W(81\rho_1^2 + 78\rho_1\rho_2 + 16\rho_2^2) + 5(27\rho_1^2 + 30\rho_1\rho_2 + 8\rho_2^2) + \\
&\quad + \frac{3}{175}w(115569\rho_1^2 + 162192\rho_1\rho_2 + 56764\rho_2^2); \\
S_1^+ &= W(27\rho_1^2 + 39\rho_1\rho_2 + 14\rho_2^2) - 3(3\rho_1^2 + 5\rho_1\rho_2 + 2\rho_2^2); \\
S_2^+ &= 2W(216\rho_1^2 + 303\rho_1\rho_2 + 106\rho_2^2) + (351\rho_1^2 + 438\rho_1\rho_2 + 136\rho_2^2); \\
S_3^+ &= W(621\rho_1^2 + 858\rho_1\rho_2 + 296\rho_2^2) + (729\rho_1^2 + 942\rho_1\rho_2 + 304\rho_2^2); \\
S_4^+ &= 10W(5517\rho_1^2 + 7134\rho_1\rho_2 + 2284\rho_2^2) + (3357\rho_1^2 + 4176\rho_1\rho_2 + 1492\rho_2^2)
\end{aligned}$$

и, учитывая, что $kR = \frac{\omega_2'}{c} R$, найдём:

$$\begin{aligned}
\omega_2'' &= \frac{2\sigma}{R^3(3\rho_1+2\rho_2)^3} \left(\omega_2'^2 \left(\frac{R}{c} \right)^3 S_0^- + \omega_2'^4 \left(\frac{R}{c} \right)^5 S_1^- + \omega_2'^6 \left(\frac{R}{c} \right)^7 S_2^- - \right. \\
&\quad \left. - 450\omega_2'^8 \left(\frac{R}{c} \right)^9 (3\rho_1+2\rho_2)^2 \left(\alpha_2^{(1)} \right)^2 W \right); \tag{18} \\
S_0^- &= \frac{54}{35} \left(2(237\rho_1^2 + 356\rho_1\rho_2 + 132\rho_2^2) \alpha_2^{(2)} w + \right. \\
&\quad \left. + 33(3\rho_1+2\rho_2)^2 \alpha_3^{(3)} \sqrt{wW} \right) + \frac{144}{5} (2\rho_2+3\rho_1)^2 w; \\
S_1^- &= \frac{3}{7} \alpha_2^{(2)} \left(\frac{36}{5} (3\rho_1+2\rho_2)^2 w + W(21\rho_1^2 + 38\rho_1\rho_2 + 16\rho_2^2) \right) + \\
&\quad + \frac{311}{490} (3\rho_1+2\rho_2)^2 \alpha_3^{(3)} \sqrt{wW} + W \left((3\rho_1+2\rho_2) (-\rho_2 \alpha_0^{(4)} + (3\rho_1+2\rho_2)) + \right. \\
&\quad \left. + \frac{2}{21} (81\rho_1^2 + 123\rho_1\rho_2 + 46\rho_2^2) \alpha_2^{(4)} - \frac{2}{49} \left(\alpha_2^{(2)} \right)^2 (1458\rho_1^2 + 1689\rho_1\rho_2 + 428\rho_2^2) + \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{21} (243\rho_1^2 + 354\rho_1\rho_2 + 128\rho_2^2) \alpha_4^{(4)} \right); \\
S_2^- &= \frac{8}{875} \left(\left(9(2\rho_2+3\rho_1)^2 - \frac{1}{35} (963\rho_1^2 - 66\rho_1\rho_2 - 472\rho_2^2) \alpha_2^{(2)} \right) w + \right. \\
&\quad \left. + 2(3\rho_1+2\rho_2)^2 \alpha_3^{(3)} \sqrt{wW} \right).
\end{aligned}$$

5. Излучение электромагнитных волн. Мнимая часть ω_2'' частоты колебаний (18) определяет декремент затухания капиллярных волн. Поскольку вещество ШМ принимается идеальным и механического трения нет, то появление декремента может быть связано только с потерями энергии на излучение электромагнитных волн [8].

Выражение для мощности излучения на частоте ω'_n можно записать в виде [14]:

$$I = -\frac{d\mathcal{G}_n}{dt} \equiv \omega_n'' \mathcal{G}_n,$$

где $\mathcal{G}_n$ – энергия поверхностных колебаний n -й моды, которую можно на основе теоремы вириала, представить как удвоенную среднюю за период кинетическую энергию движения жидкости в капле, связанную с n -й модой, в виде:

$$\mathcal{G}_n = \frac{2\pi R^3 \rho_1 \omega_n'^2 \beta_n^2}{n(2n+1)}.$$

В итоге для интенсивности электромагнитного излучения от колеблющейся ШМ при $n = 2$ (для иллюстрации изложенного)

$$\begin{aligned} I = & -\frac{2304\pi}{5} \frac{0.01(1-W)^2}{c^3(3+2\rho_2)^8} \left(\frac{12}{c^2} W(1-W)(3+2\rho_2)^4 - \right. \\ & \left. -\frac{36}{875}(3+2\rho_2)^3 \left(2w \left(175 + \frac{288(W-1)^2}{c^4} \right) - \right. \right. \\ & \left. \left. -\frac{50W}{c^2} \left(81w(3+2\rho_2) + 5(19-10W+6\rho_2)\alpha_2^{(2)} \right) \right) - \frac{1}{35}(3+2\rho_2)^2 F_e \right). \quad (19) \end{aligned}$$

Коэффициент F_e вынесен в «Приложение».

Электромагнитное излучение будет идти на частоте ≈ 5 Hz. Если излучение связать с 20 модой осцилляций, то частота излучения будет в ≈ 30 раз выше. Связывая излучение с высокими модами, можно получить весьма высокие частоты. Таким образом, излучение ШМ может идти в широком диапазоне.

Приложение

Выражения для коэффициентов N_5, N_6, N_7, N_8 в (15).

$$\begin{aligned} N_5 = & \left(\Gamma_{n,2,n+2} L_{2,n+2,n} + \Gamma_{n,2,n-2} L_{2,n-2,n} + \Gamma_{n,2,n} L_{2,n,n} \right) \times \\ & \times \left(2 - G1_n(kr) \Big|_{r=R} n(n+1) - RG3_n(kr) \Big|_{r=R} \right) - \\ & - \frac{12}{7} \left(G1_n(kr) \Big|_{r=R} n(n+1) + 6 \right) K_{2,n,n} + \frac{4}{7} L_{4,n,n} + \left(RG3_n(kr) \Big|_{r=R} - 5 \right) \times \\ & \times \left(K_{2,n+2,n} L_{2,n,n+2} + K_{2,n-2,n} L_{2,n,n-2} + K_{2,n,n} L_{2,n,n} \right) + \\ & + 3 \left(K_{2,n+2,n} K_{2,n,n+2} + K_{2,n-2,n} K_{2,n,n-2} + \left(K_{2,n,n} \right)^2 \right) \left(n(n+1) \times \right. \\ & \times \left(6 G1_n(kr) \Big|_{r=R} - 2 RG4_n(kr) \Big|_{r=R} - \frac{1}{6} R^2 G5_n(kr) \Big|_{r=R} \right) + 20 \Big) + \\ & + R \left(G1_n(kr) \Big|_{r=R} n(n+1) + RG3_n(kr) \Big|_{r=R} - 2 \right) \left(G4_{n+2}(kr) \Big|_{r=R} \times \right. \\ & \times \Gamma_{n,2,n+2} K_{2,n+2,n} (n+2)(n+3) + G4_n(kr) \Big|_{r=R} \Gamma_{n,2,n} K_{2,n,n} n(n+1) + \\ & \left. + G4_{n-2}(kr) \Big|_{r=R} \Gamma_{n,2,n+2} K_{2,n+2,n} (n-1)(n-2) \right) + G1_n(kr) \Big|_{r=R} \times \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \times n(n+1) \left(\left(1 - G1_n(kr) \right) \Big|_{r=R} n(n+1) \right) \left(G1_{n-2}(kr) \Big|_{r=R} \Gamma_{n,2,n-2} \times \right. \\
& \times \Gamma_{n-2,2,n} (n-1)(n-2) + G1_n(kr) \Big|_{r=R} \left(\Gamma_{n,2,n} \right)^2 n(n+1) + G1_{n+2}(kr) \Big|_{r=R} \times \\
& \times \Gamma_{n+2,2,n} \Gamma_{n+2,n} \left(\Gamma_{n,2,n} \right)^2 \left(-3n \left(\Gamma_{n,2,n} \right) \Big|_{r=R} + 1 \right) \left(\Gamma_{n-2,2,n} \Big|_{r=R} \times \right. \\
& \times \Gamma_{2,n,n-2} \Gamma_{n-2,2,n} (n-1)(n-2) + G1_n(kr) \Big|_{r=R} \Gamma_{2,n,n} \Gamma_{n,2,n} n(n+1) + \\
& + G1_{n+2}(kr) \Big|_{r=R} \Gamma_{2,n,n+2} \Gamma_{n+2,2,n} (n+2)(n+3) \Big) - \frac{12}{7} \Gamma_{2,n,n} - \frac{16}{7} \Gamma_{n,2,n} + \\
& - 2 \left(K_{2,n,n-2} \Gamma_{n-2,2,n} + K_{2,n,n+2} \Gamma_{n+2,2,n} \right) + \left(RG4_n(kr) \Big|_{r=R} n(n+1) - 7 \right) \times \\
& \times \left(K_{2,n,n-2} \Gamma_{n-2,2,n} + K_{2,n,n} \Gamma_{n,2,n} + K_{2,n,n+2} \Gamma_{n+2,2,n} \right) + \left(-RG3_n(kr) \Big|_{r=R} + 1 \right) \times \\
& \times \left(\Gamma_{2,n,n-2} \Gamma_{2,n-2,n} RG3_{n-2}(kr) \Big|_{r=R} + \left(\Gamma_{2,n,n} \right)^2 RG3_n(kr) \Big|_{r=R} + \right. \\
& + \Gamma_{2,n,n+2} \Gamma_{2,n+2,n} RG3_{n+2}(kr) \Big|_{r=R} \Big) + \left(11 + \frac{1}{2} R^2 G6_n(kr) \Big|_{r=R} \right) \times \\
& \times \left(\Gamma_{2,n,n-2} \Gamma_{2,n-2,n} + \left(\Gamma_{2,n,n} \right)^2 + \Gamma_{2,n,n+2} \Gamma_{2,n+2,n} \right) + \left(\left(G1_n(kr) \Big|_{r=R} n(n+1) - 1 \right) \times \right. \\
& \times \left. \left(-RG3_n(kr) \Big|_{r=R} + 1 \right) + 20 \right) \left(\Gamma_{n,2,n-2} \Gamma_{2,n-2,n} + \Gamma_{n,2,n} \Gamma_{2,n,n} + \Gamma_{n,2,n+2} \Gamma_{2,n+2,n} \right) \Bigg]; \\
N_6 = & \left(- \left(\frac{9}{7} \Gamma_{2,n,n} + \frac{12}{7} \Gamma_{n,2,n} + 4 \left(K_{3,n+2,n+1} \frac{1}{2n+3} - K_{3,n-2,n-1} \frac{1}{2n-1} \right) \right) \times \right. \\
& \times \left. \left(\Gamma_{n,2,n-2} \Gamma_{2,n-2,n} \Big|_{r=R} + \frac{1}{(2n+1)} \left(\Gamma_{3,n+1,n} - \Gamma_{3,n-1,n} \right) \right) \left(\Gamma_{n,2,n-2} + 1 \right) + \mu_n^+ \left(\left(\Gamma_{n,2,n-2} + 1 \right) \left(\Gamma_{n,2,n} + 2 \right) \times \right. \\
& \times \left. \left(G1_{n+1}(kr) \Big|_{r=R} \left(G1_n(kr) \Big|_{r=R} n(n+1) \Gamma_{n+1,3,n} - 4K_{3,n+2,n+1} + 3K_{3,n+1,n} \right) - \right. \\
& - RG4_{n+1}(kr) \Big|_{r=R} \Gamma_{3,n+1,n} \Big) + L_{3,n+1,n} + G1_n(kr) \Big|_{r=R} n(n+1) \left(\Gamma_{n+1,3,n} + 3\Gamma_{3,n-1,n} \right) \Big) + \\
& + \mu_n^- \left(n(n-1) \left(G1_{n-1}(kr) \Big|_{r=R} \left(G1_n(kr) \Big|_{r=R} n(n+1) \Gamma_{n-1,3,n} - K_{n-1,3,n} \right) - \right. \\
& - RG4_{n-1}(kr) \Big|_{r=R} \Gamma_{3,n-1,n} \Big) + L_{3,n-1,n} + G1_n(kr) \Big|_{r=R} n(n+1) \left(\Gamma_{n-1,3,n} + 3\Gamma_{3,n+1,n} \right) \Big) + \\
& + G1_{n-1}(kr) \Big|_{r=R} \mu_{n-1}^+ n(n-1) \left(\Gamma_{n,3,n-1} \left(G1_n(kr) \Big|_{r=R} n(n+1) - 2 \right) + \right. \\
& + \left. \left(\Gamma_{n,3,n-1} \Big|_{r=R} - 2 \right) \Gamma_{3,n,n-1} \right) + \Gamma_{n+1,3,n} \Big|_{r=R} \mu_{n+1}^- \left(\Gamma_{n+1,3,n} + 1 \right) \left(\Gamma_{n+1,3,n} + 2 \right) \times \\
& \times \left(\Gamma_{n,3,n+1} \left(\Gamma_{n,3,n+1} \Big|_{r=R} - 2 \right) + \left(\Gamma_{n,3,n+1} \Big|_{r=R} - 2 \right) \Gamma_{3,n,n+1} \right) - \\
& - \frac{9}{7} \left(n(n+1) G1_n(kr) \Big|_{r=R} + 6 \right) K_{2,n,n} - \left(\Gamma_{n,3,n+1} L_{n+1,1,n} + \Gamma_{n,3,n-1} L_{n-1,1,n} \right) + \\
& + 3 \left(\mu_n^+ \Gamma_{3,n+1,n} + \mu_n^- \Gamma_{3,n-1,n} \right) \left(\Gamma_{n,3,n+1} \Big|_{r=R} - \Gamma_{n,3,n-1} \Big|_{r=R} - 2 \right);
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
N_7 = & K_{2,n,n} \left(12 \left(\mu_n^+ \mu_{n-1}^- + \mu_n^- \mu_{n-1}^+ \right) + \Gamma_{n,1,n+1} \Gamma_{n+1,1,n} + \Gamma_{n,1,n-1} \Gamma_{n-1,1,n} \right) + \\
& + K_{2,n,n-2} \left(12 \mu_{n-2}^+ \mu_{n-1}^+ + \Gamma_{n-2,1,n-1} \Gamma_{n-1,1,n} \right) + \left(12 \mu_{n+2}^- \mu_{n+1}^- + \Gamma_{n+2,1,n+1} \Gamma_{n+1,1,n} \right) \times \\
& \times K_{2,n,n+2} - \frac{1}{5} \left(L_{n-1,1,n} \left(\Gamma_{n,1,n-1} + \frac{3}{2} \Gamma_{n,3,n-1} \right) + L_{n+1,1,n} \left(\Gamma_{n,1,n+1} + \frac{3}{2} \Gamma_{n,3,n+1} \right) + \right. \\
& + \mu_n^+ \left(\frac{40}{3} \mu_{n+1}^- + 42 K_{3,n+1,n} - L_{3,n+1,n} - 2 L_{1,n+1,n} \right) + \mu_n^- \left(\frac{40}{3} \mu_{n-1}^+ + 42 K_{3,n-1,n} - \right. \\
& \left. - L_{3,n-1,n} - 2 L_{1,n-1,n} \right) \left. \right) + G1_{n+1}(kr) \Big|_{r=R} (n+1)(n+2) \left(3 \mu_{n-1}^+ K_{2,n+1,n-1} - \right. \\
& - \frac{12}{5} \mu_n^+ K_{3,n+1,n} + \mu_{n+1}^- \left(G1_{n+1}(kr) \Big|_{r=R} \mu_n^+ \Gamma_{n+1,2,n+1} (n+1)(n+2) + \right. \\
& + G1_{n-1}(kr) \Big|_{r=R} \mu_n^- \Gamma_{n-1,2,n-1} n(n-1) - \frac{12}{5} \Gamma_{3,n,n+1} + \frac{4}{2n+1} K_{2,n,n} - \\
& - \frac{4}{5} \Gamma_{1,n,n+1} + \mu_{n+2}^+ (3 \Gamma_{2,n,n+2} + \Gamma_{n,2,n+2}) + \mu_n^- (3 \Gamma_{2,n,n} + \Gamma_{n,2,n} + 2 \Gamma_{n-1,2,n+1}) + \\
& + \left(\Gamma_{2,n-1,n+1} \mu_n^- + \Gamma_{2,n+1,n+1} \mu_n^+ \right) \left(RG3_n(kr) \Big|_{r=R} - 1 \right) - 3 \Gamma_{n,3,n+1} - \\
& - \mu_n^+ \left(\frac{4}{5} - 2 \Gamma_{n+1,2,n+1} - \left(3 K_{2,n+1,n+1} + (n+2)(K_{2,n+2,n} - K_{2,n2,n}) \right) \right) - \frac{6}{5(2n+3)} - \\
& - \frac{4}{2n+5} K_{2,n,n+2} \left. \right) + G1_{n-1}(kr) \Big|_{r=R} n(n-1) \left(3 \mu_{n+1}^- K_{2,n-1,n+1} - \frac{12}{5} \mu_n^+ K_{3,n+1,n} + \right. \\
& + \mu_{n-1}^+ \left(G1_{n+1}(kr) \Big|_{r=R} \mu_n^+ \Gamma_{n+1,2,n+1} (n+1)(n+2) + G1_{n-1}(kr) \Big|_{r=R} \mu_n^- \times \right. \\
& \times \Gamma_{n-1,2,n+1} n(n-1) - \frac{12}{5} \Gamma_{3,n,n-1} + \frac{4}{2n-3} K_{2,n,n-2} - \frac{4}{5} \Gamma_{1,n,n-1} - 3 \Gamma_{n,3,n-1} + \\
& + \left(RG3_n(kr) \Big|_{r=R} - 1 \right) \left(\Gamma_{2,n-1,n-1} \mu_n^- + \Gamma_{2,n+1,n-1} \mu_n^+ \right) + \left(3 \Gamma_{2,n,n-2} + \Gamma_{n,2,n-2} \right) \times \\
& \times \mu_{n-2}^- + \mu_n^+ \left(3 \Gamma_{2,n,n} + \Gamma_{n,2,n} + 2 \Gamma_{n+1,2,n-1} \right) + \frac{2}{2n+1} \left(\frac{3}{5} - 2 K_{2,n,n} \right) - \\
& - \mu_n^- \left(\frac{4}{5} - 2 \Gamma_{n-1,n,n-1} - \left(3 K_{2,n-1,n-1} + (n-1)(K_{2,n,n} - K_{2,n-2,n}) \right) \right) \left. \right) - \\
& - R \left(G4_{n-1}(kr) \Big|_{r=R} n(n-1) \left(K_{2,n-1,n-1} \mu_{n-1}^+ + K_{2,n-1,n+1} \mu_{n+1}^- \right) + \right. \\
& + G4_{n+1}(kr) \Big|_{r=R} (n+1)(n+2) \left(K_{2,n+1,n-1} \mu_{n-1}^+ + K_{2,n+1,n+1} \mu_{n+1}^- \right) \left. \right); \\
G5_n(kr) \equiv & \frac{\partial^2_{r^2} \left(h_n^{(2)}(kr) \right)}{\partial_r \left(r h_n^{(2)}(kr) \right) \Big|_{r=R}}; \quad G6_n(kr) \equiv \frac{\partial^3_{r^3} \left(r h_n^{(2)}(kr) \right)}{\partial_r \left(r h_n^{(2)}(kr) \right) \Big|_{r=R}}.
\end{aligned}$$

Выражения для коэффициентов T_3, T_6, T_7, T_8 в (16).

$$\begin{aligned}
T_3 = & \frac{2}{7} \left(\frac{(7167\rho_1 + 8078\rho_2)}{35(3\rho_1 + 2\rho_2)} + \frac{12(159\rho_1 + 206\rho_2)}{25(3\rho_1 + 2\rho_2)} G_{11}(kr) \Big|_{r=R} - \right. \\
& - \frac{144}{25} \left(7 \left(G_{11}(kr) \Big|_{r=R} \right)^2 - 9 G_{11}(kr) \Big|_{r=R} G_{13}(kr) \Big|_{r=R} + 27 \left(G_{13}(kr) \Big|_{r=R} \right)^2 \right) - \\
& - \frac{972}{35} \frac{(9\rho_1 - 4\rho_2)}{(3\rho_1 + 2\rho_2)} G_{13}(kr) \Big|_{r=R} + 6R \left(11 G_{41}(kr) \Big|_{r=R} + 36 G_{43}(kr) \Big|_{r=R} - \right. \\
& \left. - \frac{7}{5} G_{21}(kr) \Big|_{r=R} \left(8 G_{11}(kr) \Big|_{r=R} + 27 G_{13}(kr) \Big|_{r=R} \right) \right) \Bigg); \\
T_6 = & \frac{4}{7} \left(\frac{(243\rho_1 + 172\rho_2)}{3(3\rho_1 + 2\rho_2)} - G_{12}(kr) \Big|_{r=R} \left(\frac{(9\rho_1 - 4\rho_2)}{(3\rho_1 + 2\rho_2)} + 60 G_{12}(kr) \Big|_{r=R} \right) + \right. \\
& \left. + 2R \left(2 G_{32}(kr) \Big|_{r=R} G_{12}(kr) \Big|_{r=R} + 3 G_{42}(kr) \Big|_{r=R} \right) \right); \\
T_7 = & \frac{3}{7} \left(\frac{4}{5} \left(\frac{47}{7} + 36 G_{11}(kr) \Big|_{r=R} \right) + \left(\frac{11}{7} - \frac{168}{5} G_{11}(kr) \Big|_{r=R} \right) \times \right. \\
& \times G_{12}(kr) \Big|_{r=R} + \frac{36}{5} \left(2 - 5 G_{12}(kr) \Big|_{r=R} \right) G_{13}(kr) \Big|_{r=R} + \\
& + \frac{3}{5} R G_{21}(kr) \Big|_{r=R} \left(2 G_{11}(kr) \Big|_{r=R} - G_{13}(kr) \Big|_{r=R} \right) + \\
& \left. + \frac{1}{5} R \left(-2 G_{41}(kr) \Big|_{r=R} + 5 G_{42}(kr) \Big|_{r=R} + 12 G_{43}(kr) \Big|_{r=R} \right) \right); \\
T_8 = & \frac{2}{49} \left(-8 \frac{(33\rho_1 + 17\rho_2)(21\rho_1 + 19\rho_2)}{(3\rho_1 + 2\rho_2)^2} + 36 G_{12}(kr) \Big|_{r=R} \times \right. \\
& \times \left(\left(6 \frac{(\rho_1 - \rho_2)}{(3\rho_1 + 2\rho_2)} G_{12}(kr) \Big|_{r=R} - \frac{(2061\rho_1^2 + 2538\rho_1\rho_2 + 676\rho_2^2)}{6(3\rho_1 + 2\rho_2)^2} \right) + \right. \\
& \left. + 2 \left(3 \left(G_{21}(kr) \Big|_{r=R} \right)^2 + 8 G_{14}(kr) \Big|_{r=R} \left(3 G_{12}(kr) \Big|_{r=R} - 1 \right) \right) \right) + \\
& \times 6R \left(7 G_{32}(kr) \Big|_{r=R} - 6 \frac{(2\rho_1 + 3\rho_2)}{(3\rho_1 + 2\rho_2)} G_{12}(kr) \Big|_{r=R} G_{32}(kr) \Big|_{r=R} - 2 G_{42}(kr) \Big|_{r=R} \times \right. \\
& \times \left(\frac{(9\rho_1 - 4\rho_2)}{(3\rho_1 + 2\rho_2)} + 27 G_{21}(kr) \Big|_{r=R} \right) + 6 \left(2 \left(G_{12}(kr) \Big|_{r=R} - 4 G_{14}(kr) \Big|_{r=R} \right) \times \right. \\
& \left. \times G_{32}(kr) \Big|_{r=R} - G_{34}(kr) \Big|_{r=R} \right) G_{12}(kr) \Big|_{r=R} - 24 \left(3 G_{12}(kr) \Big|_{r=R} - 1 \right) G_{44}(kr) \Big|_{r=R} \Bigg) +
\end{aligned}$$

$$+3R^2 \left(7 G_{6_2}(kr) \Big|_{r=R} + 2 G_{3_2}(kr) \Big|_{r=R} \left(\left(G_{3_2}(kr) \Big|_{r=R} + 6 G_{3_4}(kr) \Big|_{r=R} \right) \times \right. \right. \\ \left. \left. \times G_{1_2}(kr) \Big|_{r=R} - 2 G_{4_2}(kr) \Big|_{r=R} - 12 G_{4_4}(kr) \Big|_{r=R} \right) + 21 G_{5_2}(kr) \Big|_{r=R} \right) \Bigg);$$

Выражения для коэффициентов F_e в (19).

$$F_e = \frac{41472}{1715} \frac{W(1-W)^4}{c^6} \left(\alpha_2^{(2)} \right)^2 + \frac{36}{875} \frac{1}{c^4} F_1 - \frac{2}{35c^2} \left(F_2 + (1-W) \times \right. \\ \left. \times \left(7350W\alpha_0^{(4)}F_3 - 54w\alpha_2^{(2)}F_4 - 350W\alpha_2^{(4)}F_5 - 700W\alpha_4^{(4)}F_6 - \right. \right. \\ \left. \left. - 15\sqrt{wW}\alpha_3^{(3)}F_7 + 75W \left(\alpha_2^{(2)} \right)^2 F_8 \right) \right) - 27(1-W)F_9;$$

$$F_1 = \left(162w(3+2\rho_2) + 5\alpha_2^{(2)}(5(9+4\rho_2) + W(27+8\rho_2)) \right) \times \\ \times \left(700c^4w(3+2\rho_2)^2 + (1-W) \left(2304w(1-W) + 375c^2(7+8\rho_2)W\alpha_2^{(2)} \right) \right) + \\ + 64(1-W)^3 \left((-321+236\rho_2)w\alpha_2^{(2)} + 70(3+2\rho_2)\sqrt{wW}\alpha_3^{(3)} \right);$$

$$F_2 = \frac{9}{35} W \left(162(3+2\rho_2)w + 5\alpha_2^{(2)}(5(9+4\rho_2) + W(27+8\rho_2)) \right);$$

$$F_3 = -9 - 10\rho_2 + W(27+22\rho_2); F_4 = -420(3+2\rho_2) + W(39783+29222\rho_2);$$

$$F_5 = 297 + 158\rho_2 + 2W(243+182\rho_2);$$

$$F_6 = 4(81+49\rho_2) + W(351+254\rho_2);$$

$$F_7 = (3+2\rho_2)(-311+21551W);$$

$$F_8 = (3+2\rho_2) \left((4239+5772\rho_2+2764\rho_2^2) + 2W(85671+110388\rho_2+35116\rho_2^2) \right);$$

$$F_9 = (3+2\rho_2) \left(2(237+356\rho_2+132\rho_2^2)w\alpha_2^{(2)} + 33(3+2\rho_2)^2\sqrt{wW}\alpha_3^{(3)} \right)$$

Ссылки

1. Леонов Р. А. Загадка шаровой молнии. М.: Наука, 1965. 78 с.
2. Имянитов И. М., Тихий Д. Я. За гранью закона. Л.: Гидрометеиздат, 1967. 141 с.
3. Сингер С. Природа шаровой молнии: пер. с англ. М.: Мир, 1973. 239 с.
4. Стаханов И. П. Физическая природа шаровой молнии. М.: Атомиздат, 1979. 242 с.
5. Григорьев А. И. Шаровая молния. Ярославль: ЯрГУ, 2010. 200 с.
6. Григорьев А. И., Ширяева С. О., Белафина Е. И. // ЖТФ. 1989. Т. 59, вып. 6. С. 27–34.
7. Френкель Я. И. // ЖЭТФ. 1936. Т. 6, № 4. С. 348–350.
8. Калечиц В. И., Нахутин И. Е., Полуэктов П. П. // ДАН СССР. 1982. Т. 262, № 6. С. 1344–1347.
9. Сивухин Д. В. Общий курс физики. Т. 3: Электричество. Ч. 1. М.: Наука, 320 с.

10. Ширяева С. О., Колбнева Н. Ю., Григорьев А. И., Артёмова Т. К. // ЖТФ. 2015. Т. 85, вып. 4. С. 20–27.
11. Ширяева С. О. // ЖТФ. 2006. Т. 76, вып. 10. С. 32–40.
12. Варшалович Д. А., Москалев А. Н., Херсонский В. К. Квантовая теория углового момента. Л.: Наука, 1975. 436 с.
13. Абрамовиц М., Стиган И. Справочник по специальным функциям. М.: Наука, 1979. 830 с.
14. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля. М.: Наука, 1973. 504 с.

УДК 551.594.2: 532.59: 534.1

О НЕКОМПЕНСИРОВАННОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ЗАРЯДЕ ШАРОВОЙ МОЛНИИ

А. И. Григорьев, Н. А. Петрушов, С. О. Ширяева

*Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова. Россия. Ярославль.
E-mail: grig@uniyar.ac.ru*

Введение. В проблеме исследования имеющихся у шаровой молнии (ШМ) свойств особняком стоит вопрос о наличии у неё собственного электрического заряда. Постараемся разобраться в нём, не привязываясь ни к какой модели, исходя просто из общефизического смысла и описаний наблюдений очевидцев. О свойствах ШМ можно судить более-менее достоверно только по описаниям очевидцев. Многочисленные теоретические и экспериментальные модели в расчёт не берутся ввиду их сомнительности [1]. Сведения же, поступающие от очевидцев, достоверны не на сто процентов. Среди присылающих описания своих встреч с ШМ, кроме искренне пытающихся помочь, имеются и добровольно заблуждающиеся, а встречаются и откровенные выдумщики. Разделить респондентов по степени недостоверности сообщаемых ими сведений о ШМ трудно, а точнее, практически невозможно: всегда остаётся сомнение. Вопрос о наличии заряда у ШМ не корректен по постановке, а ответ на него базируется только на косвенных данных. Так, о наличии заряда можно судить по способности ШМ поражать людей и животных электрическим разрядом. Такие описания есть, хотя их и мало. Имеются даже заключения судебно медицинской экспертизы по этому вопросу. Об этом свидетельствуют описания появления ШМ из розеток и других электропроводных предметов и способность ШМ уходить в оные с электрическим разрядом: среди обработанных на компьютере ≈ 5000 описаний удалось выделить ≈ 1000 , когда ШМ проявляет электрические свойства.

Анализ закономерностей исчезновения ШМ, так же как и анализ условий ее зарождения, может дать новую информацию о природе вещества ШМ, ее строении, механизме поддержания устойчивости и т. п. В табл.1 приведены статистические данные для 5128 описаний ШМ, в которых сообщалось о том, чем закончились наблюдения [1].

© Григорьев А. И., 2015
© Петушков Н. А., 2015
© Ширяева С. О., 2015

Возможные варианты путей исчезновения ШМ

<i>Наблюдение ШМ прекратилось, когда она:</i>	<i>Значение вероятности по 5128 описаниям</i>
ушла из поля зрения	$0,403 \pm 0,009$
взорвалась	$0,259 \pm 0,007$
ушла в землю	$0,078 \pm 0,004$
ушла в проводник	$0,056 \pm 0,003$
рассыпалась на искры	$0,054 \pm 0,003$
тихо погасла	$0,138 \pm 0,005$
спровоцированный взрыв	$0,0129 \pm 0,0016$

Если исходить из положения, что земля является хорошим проводником электричества, то уход ШМ в землю должен быть эквивалентен ее уходу в проводник. И описаний подобного явления имеется предостаточно.

1. Июль 1976 года, г. Темиртау Карагандинской обл. Наблюдатель Миронова М. А.

«Погода была пасмурная, но грозовой активности не наблюдалось. Около 17 часов я услышала шипение, и одновременно через открытую балконную дверь в комнату на высоте 60–80 сантиметров от пола медленно всплыл светящийся клубок, состоящий из двойных пунктирных линий толщиной 2,5–3 миллиметра. Цвет этих линий можно сравнить с нагретой спиралью электрической плитки. Клубок этот (50–60 сантиметров в диаметре) закрутился на одном месте на расстоянии приблизительно 50 сантиметров от порога. Он весь шевелился и шипел, как рой пчел. Мы не двигались. Покрутившись так, шар медленно, со скоростью мыльного пузыря в воздухе, начал продвигаться к стене, перестраивая свою форму на коническую, острый конец которой был направлен в сторону электросети. Когда до розетки осталось около метра, из вершин конуса образовались два сплошных «шнура», которые с шумом «ушли» в отверстия розетки, словно кто-то, резко потянув, вытянул в розетку весь клубок. сколько это длилось, сложно сказать, возможно около минуты. Удивительно, но электропроводка оказалась неповрежденной».

2. Конец июня – начало июля 1975 года, г. Барнаул. Наблюдатель Густенкова Г. Е., 1942 года рождения.

«Я работаю электромонтером на высоковольтной тяговой подстанции. Однажды в нашу смену была сильная гроза, дождь. Мы сидели в машинном зале, где находится все оборудование. Мой стол стоял у окна, которое было чуть-чуть приоткрыто, а стол диспетчеров с телефоном и рацией стоял метрах в 12–15 у глухой стенки. Вдруг в какой-то миг в окно не спеша "вползла" змейка, проплыла по воздуху мимо моего левого уха, над плечом. Она напоминала пилу. Верхний край – гладкий, а нижний – пилообразный. Длинной она была приблизительно 0,5 сантиметров, шириной 1,5–2 сантиметра. Она была ярко-желто-голубая и светилась, как керосиновая лампа. Ни тепла, ни запаха я не почувствовала. Змейка была не сплошная, а как бы сплетенная из отдельных "нитей". "Змейка" проплыла вдоль телефонного провода на стол диспетчера и скользнула в телефон, тот звякнул и перестал работать. Позднее выяснили, сгорела катушка. Длилось это недолго, по крайней мере, несколько секунд, так что рассмотреть "змейку" я успела свободно. Все оборудование в зале было заземлено».

3. Июнь – июль 1960 года. Сельская местность Киевской области. Наблюдатель Кулиш А. И., 1911 года рождения.

«В полдень разразилась сильная гроза. Я стоял в 1,5 метрах от закрытого окна и курил. Вдруг раздался страшный удар грома и секунд через 15–20 прямо в закрытое окно влетел шар 13–15 сантиметров в диаметре. Он был светло-серого цвета, не яркий, как дым от сигарет. Летел медленно, все время меняя форму, как мыльный пузырь. Не долетая до меня полметра, он вдруг с громким треском взорвался, превратившись в искру, которая огненной стрелой полетела в радиорозетку. В том месте, где произошел взрыв, остался клубок дыма. Я наблюдал шар в течение 3–4 секунд. После взрыва секунд 10–15 не мог сойти с места».

4. Июль 1978 года, г. Псков. Наблюдатель Иванова Г. А.

«Во время сильной грозы я сидела за столом в кабинете на первом этаже здания ГорСОБЕСА. Форточка в кабинете была открыта. Шаровую молнию я заметила, когда она была уже над моим столом в полуметре от меня. Она летела от окна к двери в нескольких десятках сантиметров над столом. Собственно, был не один шар, а четыре: впереди большой, диаметром 10–15 сантиметров, а за ним цепочкой на расстоянии около 10 сантиметров друг от друга еще три шарика примерно по три сантиметра в диаметре. Шары были желто-красные, и казалось, что они внутри пустые. Светили они несильно: все вместе как лампочка в 25 Вт. Шары быстро пролетели мимо меня к выключателям, расположенным возле двери, слева от меня, и ушли в них. При этом в выключателях раздался громкий треск. Был слышен треск и в выключателях в соседнем кабинете, за стенкой, и в кабинете начальника отдела, расположенном через коридор на расстоянии около десяти метров от моего кабинета. Все пребывание шаровых молний в кабинете заняло около секунды. При движении шаров по кабинету из телефона, стоявшего передо мной на столе, раздавался сильный треск, какой обычно бывает при разряде школьной электрофорной машины».

Форточка была открыта на высоте 2,5 метров. Стол стоял на расстоянии около метра от окна. Кабинет длиной шесть метров. Таким образом, скорость шаров была 5 м/с.

Как можно видеть из табл. 1, где приведены статистические данные для 5128 описаний, в которых сообщается о том, как окончились наблюдения за ШМ, при объединении граф «ушла в проводник» и «ушла в землю», оказывается, что в 12,4 % описаний наблюдение за ШМ оканчивается ее разрядом на проводящий предмет.

Интересно сравнить статистические данные о том, как прекратилось существование ШМ для тех из них, что возникли на проводниках, а таких в нашем собрании набралось 746 штук с данными, приведенными в табл.1, где селекция по месту зарождения не сделана. Несложно видеть, что ШМ, зародившиеся на проводниках, заметно реже заканчивают свое существование взрывом и чаще уходят в проводящую среду или тихо гаснут. Из табл. 2 видно, что для ШМ, появившейся в помещении из телефона или розетки, вероятность снова уйти в проводник или в землю больше, чем для ШМ, родившейся в облаке или в канале разряда линейной молнии и летящей по ветру.

И тем не менее отмеченные в табл. 1 и 2 большие вероятности зарождения ШМ на проводнике и их ухода в проводники опять наталкивает на мысль об электрической разрядной природе феноменов происхождения и исчезновения ШМ. Ведь «уход ШМ в проводник» согласно описаниям весьма напоминает просто электрический разряд на проводник.

5. 10 июня 1977 года, г. Медногорск Оренбургской обл. Наблюдатель Князькин И. В.

«Мы подъезжали к Медногорску. За рулем мотоцикла сидел мой сын двадцати восьми лет, за ним мой друг, а я сидел в коляске. День был очень жаркий, но, когда мы въехали на сырт (невысокие горы), началась гроза. Я предложил сыну переждать, но он ответил, что вот съедем в долину, там остановимся. В этот момент я увидел на расстоянии метров 10 ярко светящийся шарик размером с пуговицу. Яркость шарика была как у электросварки. Шарик приблизился к нам, сел на руль мотоцикла. Раздался щелчок, как выключатель щелкнул, и мотоцикл отключился. По инерции мотоцикл съехал в долину и там остановился. Я посмотрел на сына – он лежал, упав на руль. Мой друг, сидевший на заднем сиденье, упал назад. С сына сорвало правую сторону каски, отрезало правое ухо. Электрический заряд вошел сыну в ухо и вышел через левую ногу, чуть выше колена, пройдя через сердце. У второго седока было сожжено все тело. Оно стало черным как уголь, и до него нельзя было дотронуться, т. к. оно приставало к любому предмету, как холодец. Мотоцикл остался невредимым, в нем ничего не вышло из строя. Мне также ничего не было».

6. Июль 1961 года. Красноярский край. Наблюдатель Шмелева А. Т.

«Во время грозы, днем, примерно в 14 часов, я сидела в комнате. Из розетки или электросчетчика над ней вдруг появился огненный шар около 10 сантиметров в диаметре. Шар пересек комнату, вышел через открытые двери на террасу, а оттуда через открытое окно во двор. Шар коснулся проволоки, по которой на цепи бегала собака. В результате собаку оглушило, и только через два часа она очнулась.

Шар двигался горизонтально на высоте 1–2 метра от пола и прошел на расстоянии трех метров от меня. Ощущения тепла я не испытала. Запаха не почувствовала».

7. 1920 год, ст. Гагарино, Михайловский район Полтавской обл. Наблюдатель Креловская К. М.

«Вечером я гуляла в поле с собакой, когда началась гроза. Я побежала в сторону деревни, собака за мной. Тут раздался грохот грома, и вслед за нами помчался маленький блестящий шарик, имевший слегка вытянутую форму, размером с глубинное яйцо, но светивший, как лампочка на 100 Вт. Через несколько секунд шар нагнал собаку, коснулся ее, раздался оглушительный треск. Собака упала замертво в нескольких шагах от меня. Шкура на ней обуглилась».

8. 2 августа 1954 года, с. Илья-Высоково Пучежского района Ивановской обл. Наблюдатель Красулина М., хирург.

«Во второй половине дня началась сильная гроза. Все потемнело за считанные минуты, засверкали молнии, загредел гром, но дождь был не очень сильный. Внезапно в дом через открытое окно влетел огненный шар около 30 сантиметров в диаметре, яркий, как лампочка в 100 Вт. Влетел быстро, как брошенный в окно мяч, ударился в зеркало, которое висело напротив окна, отскочил от него и ударил в грудь молодой женщины, сидевшей с ребенком на руках за столом. Оба упали. Ребенок не пострадал, а женщину мы с подругой пытались привести в чувства: искусственное дыхание, массаж сердца, внутримышечные инъекции сердечных средств. Часа через два мы прекратили эти попытки, т. к. женщина не ожила. На груди у нее (в области грудины) появился ожог в виде разветвленного дерева: зигзагообразные полосы размером до 15–20 сантиметров, и мы поняли, что она погибла от паралича сердца. Сразу ожога на груди не было видно, он появился через два часа».

Таблица 2

Место возникновения ШМ

<i>ШМ возникла:</i>	<i>Значение вероятности по 1138 описаниям</i>
в канале разряда линейной молнии	$0,0835 \pm 0,0001$
в месте удара линейной молнии	$0,0817 \pm 0,0001$
в облаках	$0,043 \pm 0,0001$
на металлическом проводнике	$0,656 \pm 0,025$
Просто факт наблюдения рождения ШМ	$0,1305 \pm 0,0001$

Среди 5315 ранее неизвестных описаний ШМ, собранных нами в 1138 случаях, очевидцы были свидетелями факта рождения ШМ. В табл. 2 представлены вероятности, с которыми встречаются различные варианты возникновения ШМ:

9. Наблюдатель Затенацкий А. Н.

«Лет десять тому назад летним днем мы с ребятами развлекались, заряжая конденсаторы от сети и разряжая их путем замыкания контактов различными металлическими предметами. После нескольких зарядов при введении контактов конденсатора в розетку из нее выскочил очень яркий – нас почти ослепило – красный шар диаметром около полуметра. Через секунду он с оглушительным грохотом лопнул, словно проколотый воздушный шар. Минут через десять началась гроза».

10. Сентябрь 1981 года, г. Донецк. Наблюдатель Исаев Н. К.

«Рано утром я брился электробритвой «Бердск-2». Она остановилась. Чтобы быстрее найти неисправность, я, не выключая бритвы, снял с нее крышку и стал отверткой проверять наличие контакта. Вдруг откуда-то изнутри бритвы, я не заметил откуда, выскочил ярко-желтый шарик размером с горошину, поплыл к моему лицу и с треском взорвался на расстоянии 20–25 сантиметров. Я потерял сознание. Когда пришел в себя, шарика нигде не было».

Кроме сказанного встаёт вопрос о закономерностях движения ШМ. Соответствующие данные приведены в табл. 3.

Таблица 3

Особенности движения ШМ

<i>Особенности движения</i>	<i>Данные [1] (по 1743 описаниям)</i>	<i>Данные Стаханова [2] (по 928 описаниям)</i>	<i>Данные Рейли [3] (по 98 описаниям)</i>	<i>Данные МакНэлли [4]</i>
Двигалась неравномерно	$0,086 \pm 0,007$	—	—	—
Двигалась горизонтально равномерно	$0,75 \pm 0,02$	$0,75 \pm 0,03$	$0,53 \pm 0,07$	—
Падала из облака	$0,047 \pm 0,005$	—	—	—
Поднималась к облакам	$0,004 \pm 0,002$	—	—	—
Вращалась	$0,051 \pm 0,005$	—	$0,20 \pm 0,05$	—
Огибала препятствия	$0,026 \pm 0,004$	—	—	—
Двигалась вдоль провода	$0,039 \pm 0,005$	—	$0,16 \pm 0,04$	$0,20 \pm 0,04$

Согласно табл. 3 ШМ способна двигаться по разному. Но чаще всего она просто плывёт в воздухе. Это означает, что её вес скомпенсирован выталкивающей силой (силой Архимеда), и если принять, что нескомпенсированный заряд ШМ отличен

от нуля, то силой его электростатического взаимодействия с внешним для ШМ электрическим полем. Если учесть, что ШМ, согласно табл. 3, может и падать из облаков, и подниматься к облакам, то можно принять, что плотность её вещества может быть как больше плотности воздуха, так и меньше.

11. Июнь 1942 года, с. Попенки Рыбницкого района МССР. Наблюдатель Мокряк В. Н.

«Во второй половине дня, примерно в 15 часов, над кукурузным полем, где мы работали, собрались большие черные тучи. Сверкнула молния, раздался страшный удар грома, и пошел дождь с сильным градом разного размера. Затем град перестал, но дождь продолжал лить, и колхозники отправились домой под дождем. Мы шли по шоссе, небо было затянуто страшными тучами, и все гремело вокруг (сплошной гул), хотя основная гроза прошла, а спереди, сзади от нас на шоссе падали шаровые молнии. Они были огненного цвета, по яркости напоминали лампочки в 65–100 Вт, все шоссе было освещено ими. От них исходил какой-то пар. Шаровых молний было очень много, нам казалось, что мы наступаем на них. От них веяло теплом, двигались они со скоростью ≈ 2 м/с. Продолжалось это около полчаса».

12. Примерно 1920 год. Степь Кировского района Крымской обл. Наблюдатель Ламси В. П., 1907 года рождения.

«Я работал батраком у татарина-помещика по имени Кали-Эфенди. Имение находилось в пяти километрах от татарской деревни Тэри, в десяти километрах от Сиваша и примерно в двадцати километрах от железнодорожной станции Ислам-Терек. Я пас около двух тысяч баранов в трех километрах от имения. Надвигался дождь. Внезапно ударил сильный гром и начался ливень. Барашки вели себя спокойно, засунув головы под животы друг другу. Гром гремел без перерыва. Вдруг после каждого удара грома на траву стали сыпаться огненные шары в 5, 10, 20 метрах от меня. Они прыгали как мячики, они прыгали как бы один за другим то ближе ко мне, то дальше. Все это время животные вели себя спокойно, я же следил за всем с большим интересом не шевелясь. Продолжалось это примерно часа полтора-два. Затем гроза стихла, дождь прекратился.

Размеры шаров были разные: крупные – с кулак среднего размера, мелкие – с кулак мальчика 12–13 лет. Они падали с неба на землю небыстро, прыгали метров 30–50, постепенно уменьшаясь в размерах, и гасли. Все шары имели вид раскаленного до синевы железа и как бы излучали сияние».

Падение ШМ на землю и движение её к облакам может также свидетельствовать о том, что заряд ШМ может иметь разные знаки или что электрическое поле облаков имеет в различных случаях различное направление. Во всяком случае, последнее утверждение обосновано, т. к. направление поля определяется знаком зарядов в нижней части грозового облака, который варьируется от облака к облаку, и для одного облака может меняться во время его существования [5].

Следует отметить, что, согласно данным различных авторов (см. табл. 4) ШМ может появляться и в ясную погоду. Конечно, это не противоречит сказанному, т. к. и в ясную погоду напряжённость электрического поля у поверхности земли отлична от нуля [5].

В нижеследующем, чтобы не ограничивать общности проведенных рассуждений и не привязываться ни к какой модели строения ШМ, будем исходить из того, что вещество ШМ имеет плотность порядка плотности воздуха (может быть немного меньше или немного больше её), несёт нескомпенсированный электрический заряд (заряд может быть обоих знаков) и обладает поверхностным натяжением,

коэффициент которого имеет величину порядка величины коэффициента поверхностного натяжения воды [1, 6].

Таблица 4

Метеоусловия появления ШМ

Метеоусловия	Данные авторов [1] (по 1924 опи- саниям)	Данные Стаханова [2] (по 1006 опи- саниям)	Данные Мак Нелли [4] (по 376 опи- саниям)
В грозу	0,510 0,016	—	—
Одновременно с разрядом линейной молнии	0,106 0,007	0,695 0,026	—
Перед началом грозы	0,066 0,006	—	0,99 0,01
Сразу после грозы	0,088 0,007	—	—
Во время дождя	0,072 0,006	0,172 0,013	—
В облачную погоду	0,060 0,006	—	—
В ясную погоду	0,098 0,007	0,133 0,012	0,008 0,004

1. Постановка задачи. Пусть Q – собственный заряд шаровой молнии. В околоземном пространстве на неё действуют коллинеарные внешнее электростатическое поле Земли напряженностью E_0 и гравитационное поле Земли g , а также сила Архимеда F_A во внешней среде с плотностью ρ_{ex} . Они удерживают шаровую молнию в висащем положении. Примем, что вещество шаровой молнии имеет плотность ρ , коэффициент поверхностного натяжения σ , который по предположению близок к коэффициенту поверхностного натяжения воды. Пусть в отсутствие сил и полей шаровая молния имеет сферическую форму с радиусом R .

Принимая плотность шаровой молнии ρ , коэффициент поверхностного натяжения σ и радиус сферической формы R в качестве трех основных масштабов измерения физических величин, перейдем к безразмерным переменным, в которых $\rho_{ex} = \sigma = R = 1$.

Будем искать форму равновесной поверхности капли в сферических координатах в наиболее общей осесимметричной форме в виде разложения по полиномам Лежандра:

$$r(\theta) = 1 + h(\theta) \equiv 1 + \sum_{n=0}^{\infty} a_n P_n(\cos \theta). \quad (1)$$

Рассматривая малые отклонения формы ШМ от сферической $h(\theta) \ll 1$, введем малый параметр $\eta^2 \propto h(\theta) \ll 1$. Поскольку в отсутствие внешнего поля E_0 докритический заряд Q , не нарушает сферичности формы, то $Q \propto \eta^0$. Внешнее электростатическое поле E_0 по предположению весьма мало.

Гравитационное и электростатическое поля и сила Архимеда должны обеспечивать неподвижность центра масс вне зависимости от формы её поверхности $g \propto QE_0 \propto \eta$. Поскольку про заряд мы знаем, что он имеет нулевой порядок малости, то, следовательно, $E_0 \propto \eta$.

Взаимодействие всех сил с отклонением формы капли $h(\theta)$ будет приводить к появлению добавок в соответствующих давлениях, имеющих величину не ниже второго порядка малости по η .

Чтобы учесть влияние g , E_0 и Q на равновесную форму, представим коэффициенты a_n ряда (1) в виде разложения по малому параметру η :

$$a_n = \eta^2 a_n^{(2)} + \eta^3 a_n^{(3)} + \eta^4 a_n^{(4)} + O(\eta^5).$$

Верхний индекс в коэффициентах $a_n^{(m)}$ указывает порядок малости коэффициентов. Подчеркнем только, что параметр η является формальным и введен лишь для удобства проведения разложений. В конечном счете его следует убрать. Степень малости различных слагаемых будет выражена через амплитуды $a_n^{(m)}$, а те, в свою очередь, будут выражены через напряженность внешнего электростатического поля E_0 , собственный заряд капли Q и ускорение свободного падения g .

2. Расчет равновесной формы. На поверхности шаровой молнии в состоянии равновесия должно выполняться условие баланса давлений:

$$p_{in} - p_{atm} + p_{EQ} + p_g - p_\sigma = 0 . \quad (2)$$

Здесь p_{in} – давление внутри ШМ, p_{atm} – атмосферное давление, p_{EQ} , p_g и p_σ – давление на поверхность (1) электрических, гравитационных сил и сил поверхностного натяжения. Помимо баланса давлений необходимо потребовать выполнения условий неизменности объема, заряда и неподвижности центра масс:

$$\iiint_V dV = 2\pi \int_{-1}^1 \int_0^{r(\theta)} r^2 dr d\mu = \frac{4}{3}\pi ; \quad \mu \equiv \cos \theta ; \quad (3)$$

$$V \equiv \{0 \leq r \leq r(\theta); 0 \leq \theta \leq \pi; 0 \leq \varphi \leq 2\pi\};$$

$$\iint_S (\mathbf{n}, \mathbf{E}) dS = -2\pi \int_{-1}^1 \left(r^2 (\mathbf{n}, \nabla \Phi) \right) \Big|_{r(\theta)} d\mu = 4\pi Q ; \quad (4)$$

$$S \equiv \{r = r(\theta); 0 \leq \theta \leq \pi; 0 \leq \varphi \leq 2\pi\};$$

$$\iiint_V \mathbf{r} dV = 2\pi \int_{-1}^1 \int_0^{r(\theta)} \mathbf{e}_r r^3 dr d\mu = 0 . \quad (5)$$

Здесь $\mathbf{n}$ – орт нормали к поверхности (1), Φ – потенциал электростатического поля напряженностью $\mathbf{E} = -\nabla \Phi$. Для расчета напряженности электростатического поля $\mathbf{E}$ в окрестности шаровой молнии добавим уравнение Максвелла, граничные условия и условие эквипотенциальности поверхности:

$$\operatorname{div} \mathbf{E} = 0; \quad r \rightarrow \infty: \quad \mathbf{E} \rightarrow \mathbf{E}_0; \quad r = r(\theta): \quad \Phi = \Phi_S , \quad (6)$$

где Φ_S – потенциал поверхности ШМ.

Давления, входящие в (2), представим в виде разложения по степеням η с точностью до слагаемых порядка η^2 :

$$p_j \approx p_j^{(0)} + \eta p_j^{(1)} + \eta^2 p_j^{(2)} + \eta^3 p_j^{(3)} + \eta^4 p_j^{(4)} + O(\eta^5) .$$

Собрав вместе слагаемые одного порядка малости при выполнении баланса давлений, получим систему уравнений, позволяющую последовательно рассчитать амплитуды $a_n^{(m)}$.

Давление капиллярных сил определяется через орт нормали $\mathbf{n}$ к поверхности (1):

$$p_\sigma = \operatorname{div} \mathbf{n}; \quad \mathbf{n} \equiv \frac{\nabla(r - r(\theta))}{\left| \nabla(r - r(\theta)) \right|} . \quad (7)$$

Подставив в эти формулы разложение (1) с учетом выражений (7), получим:

$$p_\sigma^{(0)} = 2; \quad p_\sigma^{(1)} = 0; \quad p_\sigma^{(2)} = \sum_{n=0}^{\infty} (n-1)(n+2) a_n^{(2)} P_n(\mu); \quad p_\sigma^{(3)} = \sum_{n=0}^{\infty} (n-1)(n+2) a_n^{(3)} P_n(\mu);$$

$$p_{\sigma}^{(4)} = \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ (n-1)(n+2)a_n^{(4)}P_n(\mu) - 2(n^2+n-1) \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{j=|n-k|}^{n+k} a_n^{(2)}a_k^{(2)} \left(C_{(n,k,j)}^{(0,0,0)} \right)^2 P_j(\mu) \right\}.$$

Здесь и далее $C_{(n,m,k)}^{(0,0,0)}$ – коэффициенты Клебша-Гордана, отличные от нуля, только когда индексы удовлетворяют соотношениям $|n-m| \leq k \leq |n+m|$, $n+m+k$ – четное.

Гравитационное давление с учетом выталкивающей силы Архимеда определяется выражением:

$$p_g = g(1-\rho)(r(0)-r(\theta)),$$

после подстановки в которое функции $r(\theta)$, описывающей форму поверхности (1), несложно получить:

$$\begin{aligned} p_g^{(0)} &= 0; \quad p_g^{(1)} = g(1-\rho)(1-\mu) = g(1-\rho_{ex})(P_0(\mu)-P_1(\mu)); \\ p_g^{(2)} &= 0; \quad p_g^{(3)} = g(1-\rho) \sum_{n=2}^{\infty} a_n^{(2)} \left(P_0(\mu) - \sum_{j=n-1}^{n+1} \left(C_{(n,1,j)}^{(0,0,0)} \right)^2 P_j(\mu) \right); \\ p_g^{(4)} &= g(1-\rho) \sum_{n=2}^{\infty} a_n^{(3)} \left(P_0(\mu) - \sum_{j=n-1}^{n+1} \left(C_{(n,1,j)}^{(0,0,0)} \right)^2 P_j(\mu) \right). \end{aligned}$$

Для нахождения давления электростатических сил вычислим поле в окрестности шаровой молнии. Решение для потенциала электростатического поля будем искать в виде разложения:

$$\Phi \approx \Phi_0 + \eta\Phi_1 + \eta^2\Phi_2 + \eta^3\Phi_3 + \eta^4\Phi_4 + O(\eta^5).$$

Перейдя от напряженности к потенциалу электростатического поля в (6), дополненной условием (4), нетрудно получить:

$$\begin{aligned} \Phi_0 &= \frac{Q}{r}; \quad \Phi_1 = E_0\mu \left(\frac{1}{r^2} - r \right); \quad \Phi_2 = Q \sum_{n=0}^{\infty} r^{-(n+1)} a_n^{(2)} P_n(\mu); \\ \Phi_3 &= \sum_{n=0}^{\infty} r^{-(n+1)} \left(3E_0 \left(\frac{na_{n-1}^{(2)}}{2n-1} + \frac{(n+1)a_{n+1}^{(2)}}{2n+3} \right) + Qa_n^{(3)} \right) P_n(\mu); \\ \Phi_4 &= \sum_{n=0}^{\infty} r^{-(n+1)} \left[3E_0 \left(\frac{na_{n-1}^{(3)}}{2n-1} + \frac{(n+1)a_{n+1}^{(3)}}{2n+3} \right) + Qa_n^{(4)} + \right. \\ &\quad \left. + Q \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{j=0}^n (k+j) a_{k+j}^{(2)} a_{n-j+k}^{(2)} \left(C_{(j+k,n-j+k,n)}^{(0,0,0)} \right)^2 \right] P_n(\mu). \end{aligned}$$

Пользуясь полученными выражениями, найдем давление электростатических сил:

$$p_{EQ} = \frac{E^2}{8\pi} = \frac{(\nabla\Phi)^2}{8\pi}.$$

Вычислив интегралы (3) и (5), получим:

$$\begin{aligned} a_0^{(2)} &= 0; \quad a_0^{(3)} = 0; \quad a_0^{(4)} = - \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{2n+1} \left(a_n^{(2)} \right)^2; \\ a_1^{(2)} &= 0; \quad a_1^{(3)} = 0; \quad a_1^{(4)} = \frac{9}{2} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(n+1)a_n^{(2)}a_{n+1}^{(2)}}{(2n+1)(2n+3)}. \end{aligned} \quad (7)$$

Подставляя слагаемые одного порядка в баланс давлений (2), с учетом соотношений (7), получим для нулевого порядка малости

$$p_{in}^{(0)} - p_{atm} = 2 - \frac{Q^2}{8\pi}$$

баланс давлений для заряженной сферической капли в отсутствие внешних полей. В первом порядке малости получим поправку к давлению в шаровой молнии, возникающую в результате действия гравитации и силы Архимеда, и условие неподвижности центра масс капли:

$$p_{in}^{(1)} = -g(1 - \rho); \quad g = \frac{3QE_0}{4\pi(1 - \rho)}. \quad (8)$$

Подстановка слагаемых второго порядка малости позволяет получить добавку внутреннего давления и коэффициенты второго порядка малости для формы поверхности (1):

$$p_{in}^{(2)} = -\frac{3E_0^2}{8\pi}; \quad a_n^{(2)} = \frac{3E_0^2}{16\pi - Q} \delta_{n,2}.$$

Здесь и далее $\delta_{n,k}$ – символ Кронекера. Таким образом, второй порядок имеет лишь коэффициент при $P_2(\mu)$, остальные полиномы Лежандра имеют коэффициенты более высокого порядка малости. В третьем порядке малости получим очередную поправку к давлению в капле и коэффициенты третьего порядка малости для формы поверхности (1):

$$p_{in}^{(3)} = \frac{3E_0^2 g(1 - \rho)}{16\pi - Q^2}; \quad a_n^{(3)} = \frac{(129QE_0 - 100\pi g(1 - \rho))a_2^{(2)}}{600\pi - 30Q^2} \delta_{n,3}.$$

Поправка к давлению четвертого порядка малости будет иметь вид:

$$\begin{aligned} p_{in}^{(4)} = & -\frac{E_0^2}{40\pi(20\pi - Q^2)(16\pi - Q^2)^2} \left(516\pi gQE_0(1 - \rho)(16\pi - Q^2) - \right. \\ & \left. - 400g^2\pi^2(1 - \rho)^2(16\pi - Q^2) + 9E_0^2(64\pi - 5Q^2)(20\pi - Q^2) \right) = \\ & = -\frac{1}{5} \left(8 - \frac{5Q^2}{8\pi} \right) \left(a_2^{(2)} \right)^2 - g(1 - \rho)a_3^{(3)}. \end{aligned}$$

Среди коэффициентов четвертого порядка малости для формы поверхности (1) отличными от нуля будут лишь:

$$\begin{aligned} a_2^{(4)} = & \frac{3E_0^2}{70(16\pi - Q^2)^3(20\pi - Q^2)} \left(400g^2\pi^2(1 - \rho)^2(16\pi - Q^2) - \right. \\ & \left. - 1416\pi gQE_0(1 - \rho_{ex})(16\pi - Q^2) + 3E_0^2(50560\pi^2 + 1104\pi Q^2 - 259Q^4) \right); \\ a_4^{(4)} = & \frac{E_0^2}{(16\pi - Q^2)^2(20\pi - Q^2)(16\pi - Q^2)} \left(800g^2\pi^2(1 - \rho)^2(16\pi - Q^2) - \right. \\ & \left. - 4032\pi gQE_0(1 - \rho)(16\pi - Q^2) + 9E_0^2(37440\pi^2 + 3388\pi Q^2 - 349Q^4) \right). \end{aligned}$$

Кроме того, с учетом (7):

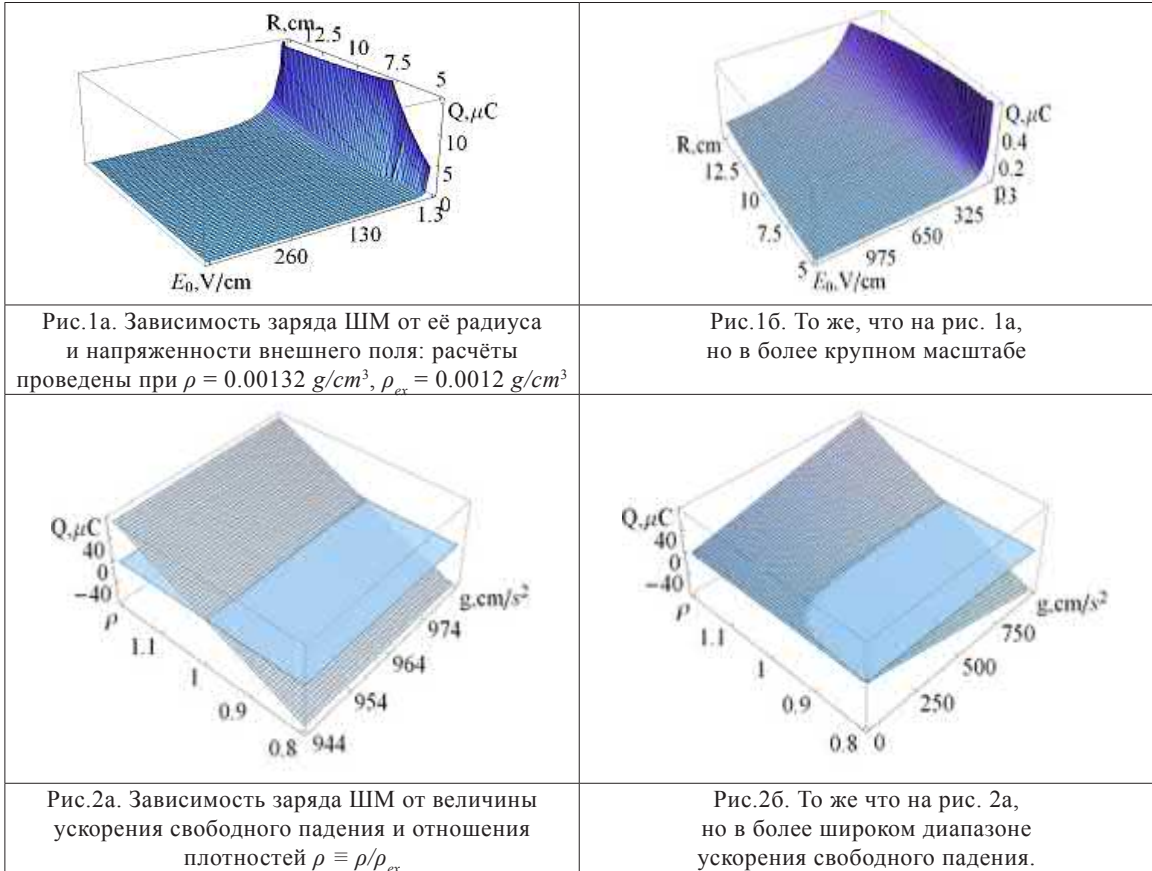
$$a_0^{(4)} = -\frac{1}{5} \left(a_2^{(2)} \right)^2; \quad a_1^{(4)} = 0.$$

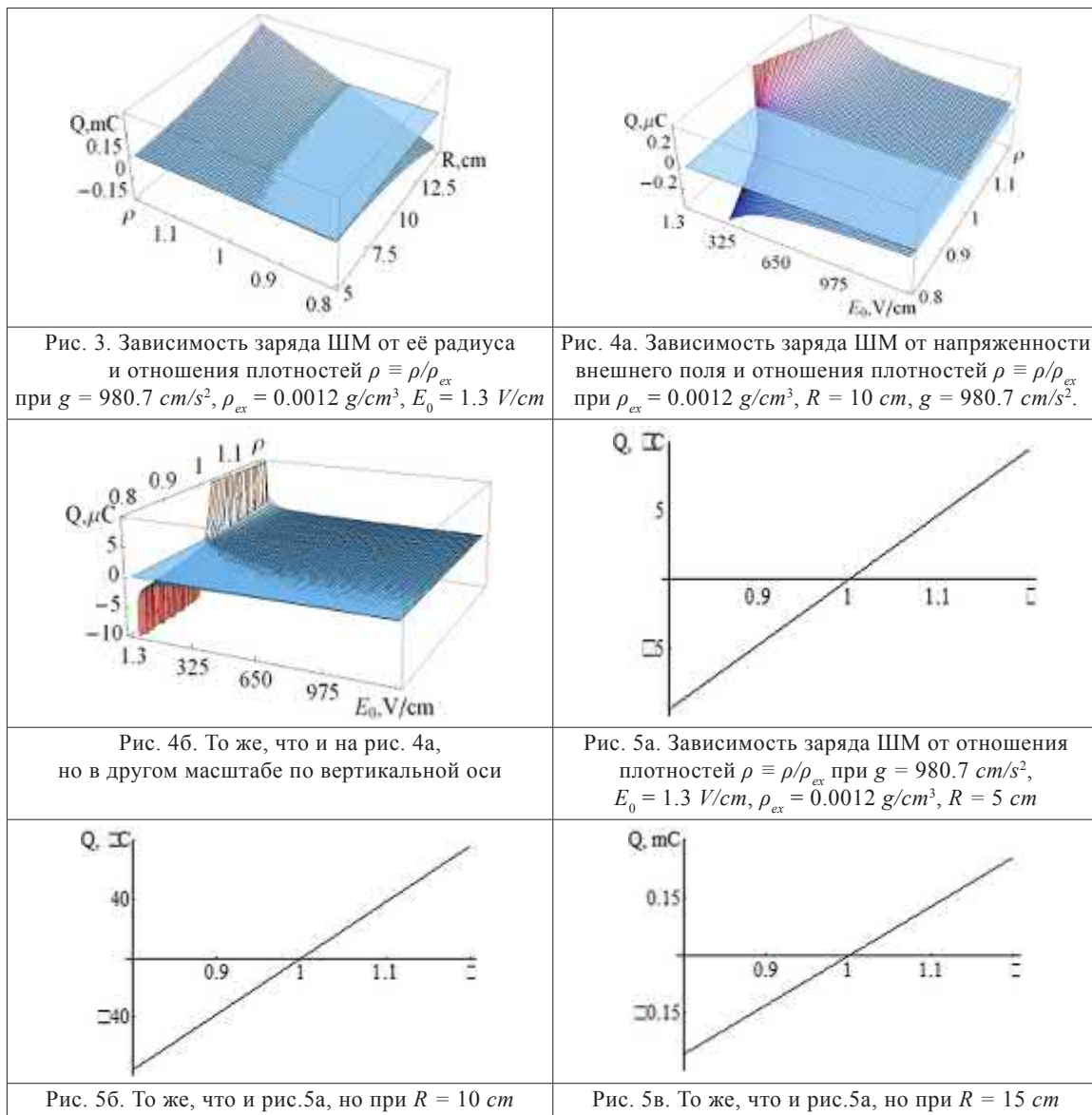
Форма с точностью до второго порядка малости по ε (что эквивалентно учету слагаемых до четвертого порядка по η) будет описываться следующим выражением:

$$r(\theta) = 1 + a_0^{(4)} P_0(\mu) + \left(a_2^{(2)} + a_2^{(4)} \right) P_2(\mu) + a_3^{(3)} P_3(\mu) + a_4^{(4)} P_4(\mu). \quad (9)$$

Коэффициенты $a_n^{(m)}$, выраженные через параметры Тейлора w и Рэлея W с учетом условия неподвижности центра масс капли (8), определяются соотношениями:

$$\begin{aligned} a_2^{(2)} &= \frac{3w}{1-W}; \quad a_3^{(3)} = \frac{6\sqrt{W}w^3(18-43\rho)}{5(1-W)(5-4W)(1-\rho)}; \quad a_0^{(4)} = -\frac{9w^2}{5(1-W)^2}; \\ a_2^{(4)} &= \frac{9w^2 \left(395(1-\rho)^2 + 6W(23\rho^2 + 72\rho - 70) - W^2(518\rho^2 - 328\rho - 40) \right)}{7(1-W)^3(5-4W)(1-\rho)^2}; \\ a_4^{(4)} &= \frac{6w^2 \left(585(1-\rho)^2 + W(847\rho^2 - 350\rho - 297) - 4W^2(349\rho^2 - 362\rho + 63) \right)}{35(1-W)^2(3-2W)(5-4W)(1-\rho)^2}; \\ w &= \frac{E_0^2}{16\pi}; \quad W = \frac{Q^2}{16\pi}; \quad g = \frac{12\sqrt{W}w}{1-\rho}. \end{aligned} \quad (10)$$





Условие неподвижности (10), записанное в безразмерных переменных, перепишем в размерном виде:

$$g = \frac{3QE_0}{4\pi R^3(\rho - \rho_{ex})}. \quad (11)$$

Зная напряженность электрического поля Земли, ускорение свободного падения, оценим величину собственного заряда шаровой молнии в зависимости от остальных параметров. Будем исходить из выражения:

$$Q = \frac{4g\pi R^3(\rho - \rho_{ex})}{3E_0}. \quad (12)$$

Результаты расчётов зависимости величины электрического заряда ШМ Q от всех физических переменных по (12) приведены на рис. 1–5.

На рис. 1 расчёты проведены при $g = 980.7 \text{ cm/s}^2$, $\rho_{ex} = 0.0012 \text{ g/cm}^3$, $\rho = 0.00132 \text{ g/cm}^3$. Видно, что заряд ШМ заметно зависит от радиуса ШМ и напряженности внешнего электрического поля. На рис. 2а приведена зависимость Q от величины ускорения свободного падения g и отношения плотностей вещества ШМ и воздуха $\rho_{ex} = 0.0012 \text{ g/cm}^3$, а именно $\rho \equiv \rho/\rho_{ex}$. Расчёты проведены при $R = 10$,

$E_0 = 1.3 \text{ V/cm}$ (напряженность электрического поля у поверхности земли). Изменение величины ускорения свободного падения связано с тем, что оно изменяется с высотой над уровнем моря, и уже на высоте 120 км равно $g = 944 \text{ cm/s}^2$, на полюсах Земли оно равно $g = 984 \text{ cm/s}^2$. Видно, что имеется сильная зависимость от отношения плотностей: при изменении ρ от 1 до 1.2 (или до 0.8) величина заряда изменяется на $80 \mu\text{Кл}$ (становясь положительным или отрицательным в зависимости от направления). От величины g в исследуемом диапазоне величин заметной зависимости нет. На рис. 2б взят (чисто формально) более широкий диапазон изменения g . Искомая зависимость появляется в области малых значений g . На рис. 3 приведена зависимость Q от величины радиуса ШМ и отношения плотностей вещества ШМ и воздуха. Видно, что заряд ШМ зависит от радиуса ШМ и отношения плотностей (при радиусах ШМ $> 5 \text{ cm}$). Но бросается в глаза зависимость заряда ШМ от ρ при $R \approx 15 \text{ cm}$, достигающая 30 мКл. На рис. 4а–б приведена зависимость Q от величины напряженности внешнего электрического поля и отношения плотностей вещества ШМ и воздуха. На рис. 5а–в приведена зависимость Q от величины отношения плотностей вещества ШМ и воздуха для $R \in (5, 10, 15) \text{ cm}$.

Из приведенных графиков следует, что величина электрического заряда ШМ с радиусом $\sim 15 \text{ cm}$ может измеряться сотыми долями кулона. Это весьма большой заряд, обеспечивающий ШМ возможность поражения людей и животных электрическим разрядом. К сожалению, наука о воздействии электрического тока на людей и животных пока находится в зачаточном состоянии. Известно, что электрическим разрядом можно убить, но точных измерений не проведено, да и скорее всего нельзя провести: величина убийного тока (и прочих физических величин) зависит уже от психологического настроения подопытных [7]. Определены (но некорректно) опасные для жизни значения, и всё. Например, выяснено [7], что электрический разряд, в котором расходуется энергия в $0.1 \div 1 \text{ J}$, может привести к летальным последствиям. Всё остальное в стадии наработок.

Электростатическая энергия заряженного шара определяется известным простым выражением [8]:

$$W = \frac{Q^2}{2C},$$

где C – электроёмкость шара. Выражение для энергии приведено в системе $CGSE$. Для расчёта по приведенной формуле учтём, что $1 \text{ C} \equiv 3 \cdot 10^9 \text{ CGSE}$, а электроёмкость $1 \text{ cm} \equiv 1.11265 \text{ pF}$. Несложно видеть, что ШМ радиусом 15 cm с зарядом $Q = 15 \text{ mC} \equiv 0.15 \text{ C}$ будет иметь электростатическую энергию $\sim 7 \text{ MJ}$ (что по порядку величины даёт примерно такую же оценку плотности энергии, запасенной в ШМ, как в [1], полученную на основании фотографии взрыва ШМ и теории сильного точечного взрыва в атмосфере).

О ШМ можно, однако, теперь сказать, что это явление электрически небезопасно, т. к. её электрическая энергия превосходит $0.1 \div 1 \text{ J}$ на много порядков. Но известны случаи (и немало), когда люди, находившиеся в непосредственном контакте с ШМ, не пострадали или отделались лёгкими ожогами.

Ссылки

1. Григорьев А. И. Шаровая молния. Ярославль: ЯрГУ, 2006. 220 с.
2. Стаханов И. П. Физическая природа шаровой молнии. М: Атомиздат, 1979. 242 с.
3. Rayle W. D. Ball lightning characteristics. Rept. N.A.S.A., T.N.O. 3188. 1966.

4. McNally J. R. Jr. Preliminary report on the ball lightning Second Annual Meeting of the Division of Plasma Physics of the American Physical Society. Gatlinburg, 1960. № 2–5. Paper J–15. P. 1–25.
5. Юман М. Молния. М: Мир, 1972. 328 с.
6. Хоробрых С. А., Григорьева И. Д., Пелевин О. Н., Шуняков В. В. О поверхностном натяжении вещества шаровой молнии // Исследования электрических разрядов в атмосфере. Ярославль: ЯрГУ, 1991. С. 135.
7. Манойлов В. Е. Основы электробезопасности. М: Энергоатомиздат, 1985. 384 с.
8. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982. 620 с.

УДК 551.594.2: 532.59: 534.1

ВЛИЯНИЕ ДАВЛЕНИЯ ГАЗА НА ВОЛЬТАМПЕРНУЮ ХАРАКТЕРИСТИКУ КОРОННОГО РАЗРЯДА*

Ф. П. Гросу^а, Ан. М. Болога^б, М. К. Болога^а, О. В. Моторин^а

*^аИнститут прикладной физики АН Молдовы, г. Кишинев, Республика Молдова,
E-mail: mbologa@phys.asm.md*

*^бТехнологический институт Карлсруэ, Институт технической химии,
Герман фон Гельмгольц Пл.1, Эггеништайн – Леопольдсхафен, 76344, Германия
E-mail: andrei.bologa@kit.edu*

Введение

Коронный разряд является одним из важнейших форм газового разряда, сопровождается существенным объемным зарядом, служит основой для эффективного применения в качестве средства электрической зарядки диэлектрических сред в различных целях и многочисленных электротехнологиях [1], в частности для электрической очистки газов [2], в преобразователях энергии [3], в электрогидро- и электрогазодинамических устройствах автоматики [4] и т. д. Этот тип разряда представляется одним из самых распространенных в окружающей природе; в свободной (от облаков) атмосфере существует электрическое поле, которое активизируется в грозовую погоду, когда к атмосферному электричеству прибавляется еще электричество заряженных облаков, коронный разряд присущ резко неоднородным электрическим полям, а таковыми являются практически все, встречающиеся вокруг нас. Речь идет о полях в окрестностях предметов, ограниченных поверхностями с малыми радиусами кривизны: шпилей и крестов мечетей и церквей, мачт кораблей (огни «Св. Эльма»), опор и проводов высоковольтных линий электропередач, верхушек деревьев и растений, углов и краев зданий и т. д. Что касается самих облаков, то они заслуживают особого внимания. Электрические поля в облаках всегда присутствуют,

** Работа выполнена при финансовой поддержке по двустороннему проекту ASM–BMBF: ASM: 13.823.15.09/GA, Институциональному проекту: 11.817.05.04A и BMBF:FKZ- Nr. 01DK13014*

© Гросу Ф. П., 2015
© Болога Ан. М., 2015
© Болога М. К., 2015
© Моторин О. В., 2015

поскольку они имеются и в свободной атмосфере. Однако в облаках электрические поля усиливаются особыми механизмами электризации составляющих их капель, градин и других частиц. И все чаще ставится вопрос: а не коронируют ли сами частицы? Есть веские основания полагать, что ответ положителен, ибо размеры, заряды и действующие напряженности электрических полей вблизи рассматриваемых частиц достаточны для возникновения коронного разряда. Установлено, например [5], что при нелинейных осцилляциях капель, в том числе облачных, напряженности поля в их окрестностях могут достигать критических значений, необходимых для возникновения коронного разряда. Автор [6] на основе представлений коронного разряда капель предлагает теоретическую модель механизма генерации электричества в грозовых облаках. Правдоподобность концепций коронирования облачных метеоров подтверждается и тем, что диапазон их размеров и электрических зарядов [7] достаточно велик для охвата условий возникновения коронного разряда [8, 9]. Учитывая сказанное, приходим к выводу о неисчерпаемости и актуальности исследований в области коронного разряда.

Одним из основных вопросов, возникающих при этом – вольтамперные характеристики (ВАХ). В этом плане первостепенный интерес представляет влияние давления и температуры газа на ВАХ, как двух основных термодинамических параметров, определяющих основные характерные особенности ВАХ в целом.

В данном сообщении основное внимание сосредоточено на влиянии давления на вольтамперные характеристики в двух газах: гелии, одного из наиболее легких атмосферных газов, и азоте, тяжелом, отличающемся наибольшим процентным содержанием в атмосфере. Нами выделены закономерности ВАХ в зависимости от давления (избыточном над атмосферным), которое менялось до 2 МПа – для He и до 0,7 МПа – для азота. Представляется, что полученные результаты экстраполируемы и на область давлений, ниже нормальных (до перехода коронного разряда в тлеющий). С другой стороны, при вспышках молнии, в ударной волне могут реализоваться давления гораздо выше нормальных. Наконец, следует помнить о специфических условиях, связанных с дополнительным давлением Лапласа, влияющим на формирование полей давления в окрестностях капель и градин [7]. В облаках, где разыгрываются разные сценарии метеоусловий, возможны как весьма малые, так и большие значения давлений.

Результаты предпринятых исследований представляются актуальными и с общенаучной точки зрения, поскольку могут оказаться полезными при анализе явлений, связанных с влиянием давления на процессы образования электричества в облаках, в том числе грозовых.

Влияние давления. Общие замечания

При условиях, близких к нормальным, вольт-амперные характеристики коронного разряда имеют стандартную математическую структуру [2, 8, 9]:

$$I = A \cdot U(U - U_c), \quad (1)$$

где коэффициент пропорциональности A равен (система единиц СИ):

$$A = a \cdot \epsilon \cdot k, \quad (2)$$

где ϵ и k – относительная диэлектрическая проницаемость газа и подвижность ионов знака коронирующего электрода; параметр a зависит от геометрии электродов и их размеров; и для цилиндрической системы электродов (ЦСЭ) имеет вид

$$a = \frac{8\pi\epsilon_0}{R^2 \cdot \ln(R/r_0)}, \quad (3)$$

что вытекает из общей формулы Таунсенда для ЦСЭ [2, 9]:

$$I = \frac{8\pi\epsilon_0\epsilon k \cdot U(U - U_c)}{R^2 \cdot \ln(R/r_0)}. \quad (4)$$

Методами конформных отображений было доказано [2], что структура формулы (1), то есть сам параболический характер зависимости $I(U)$, имеет место для любой плоской системы электродов, например любых двух параллельных цилиндров. Более того, методами теории подобия и размерностей показано [10], что структура формулы (1) при оговоренных выше условиях приближенно является справедливой вообще для любой коронирующей двухэлектродной системы. Ввиду распространенности эту формулу можно назвать классической, в отличие от других не подчиняющихся (1) [11, 12].

В работе [13] обработаны и обобщены опытные данные по ВАХ коронного разряда при различных, в том числе высоких, давлениях и температурах для гелия и азота, исходя из предположения, что эти данные подчиняются общей формуле (1). Результаты полностью подтвердили это предположение и были сведены к прямой линейной зависимости, графически представляющей собой отрезок биссектрисы, исходящей из начала координат. При этом сами зависимости ВАХ от давления p и температуры T остались невыясненными. Сила тока при заданном напряжении является функцией двух переменных $I(p, T)$, и согласно (1) эта зависимость может проявляться, в свою очередь, посредством зависимости параметров A и U_c от p и T . Простоты ради, рассмотрим зависимости ВАХ от давления при заданной температуре.

Влияние давления на параметры A и U_c .

1. Параметр A . Влияние давления на этот параметр может осуществляться посредством диэлектрической проницаемости ϵ и/или подвижности k . Поскольку коронный разряд относится к случаю слабоионизованной плазмы, то диэлектрическая проницаемость может быть принята обычной, газовой. Учитывая так же, что поправка на давление в виде электрической восприимчивости весьма мала ($\kappa \ll 1$), можно считать, что относительная диэлектрическая проницаемость равна единице, следовательно, ее зависимость от давления и температуры отпадает. Остается зависимость подвижности ионов от давления, и, как известно, согласно классическим воззрениям [2, 8, 9] с достаточной для практических целей точностью, она может быть принята обратно пропорциональной давлению, то есть

$$k \sim \frac{1}{p} \Rightarrow k = \frac{k_0 \cdot p_0}{p} = \frac{k_0}{p_*}, \quad (5)$$

где индекс «0» означает при «нормальных условиях» и введено обозначение для безразмерного (относительного) давления:

$$p_* \equiv p / p_0. \quad (6)$$

Формула (5) может быть непосредственно проверена на основе работы [13], в которой, наряду с обработкой опытных данных и их обобщением, приводятся экспериментальные сведения об интересующих нас зависимостях. Для гелия они представлены в табл. 1. На рис. 1 приведен соответствующий график регрессии и аппроксимирующей функции:

$$A = \frac{0,0056}{p}. \quad (7)$$

Расчет ВАХ для гелия при температуре $T = 293\text{ K}$

№ кривой	P , МПа	A , мА/кВ ²	U_c , кВ	$I(U)$, мА
1	0,5	0,0113	2,8	$0,0113 \cdot U \cdot (U - 2,8)$
2	1,0	0,0056	4,3	$0,0056 \cdot U \cdot (U - 4,3)$
3	1,5	0,0038	5,5	$0,0038 \cdot U \cdot (U - 5,5)$
4	2,0	0,0026	5,6	$0,0026 \cdot U \cdot (U - 5,6)$

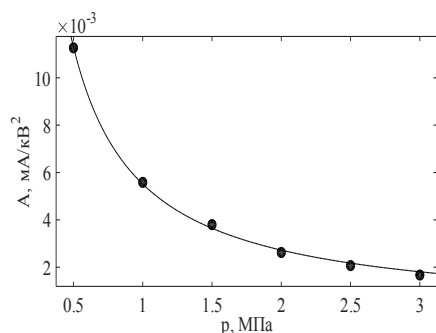


Рис. 1. Зависимость параметра A от давления p для гелия:
точки – эксперимент;
сплошная линия – расчет по формуле (6)

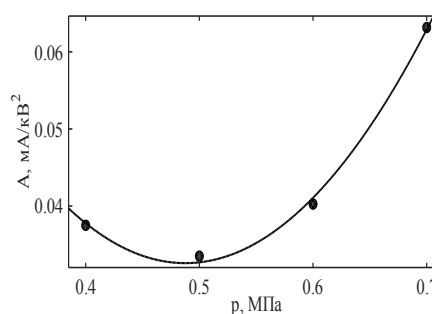


Рис. 2а. Зависимость параметра A от давления p (по параболическому закону):
точки – эксперимент;
сплошная линия – расчет по формуле (6)

Теоретически предсказанные зависимости (5) хорошо согласуются с экспериментальными данными. Однако для азота зависимость $A(p)$ имеет минимум, о чем свидетельствует рис. 2а. Уравнение регрессии при этом можно аппроксимировать параболой:

$$A(p) = 0,6724 p^2 - 0,6559 p + 0,1926, \quad (8)$$

которая по виду далека от случая гиперболы (7) для гелия. Казалось бы, зависимость коэффициента подвижности от давления не охватывается единой математической закономерностью: в одном случае подчиняется гиперболическому закону, в другом – параболическому. В действительности оказывается, что экспериментальная кривая, представленная на рис. 2а, так же описывается гиперболической зависимостью в виде отношения полинома второй степени к полиному первой степени:

$$A = \frac{a \cdot p^2 + b \cdot p + c}{d \cdot p + e}, \quad (9)$$

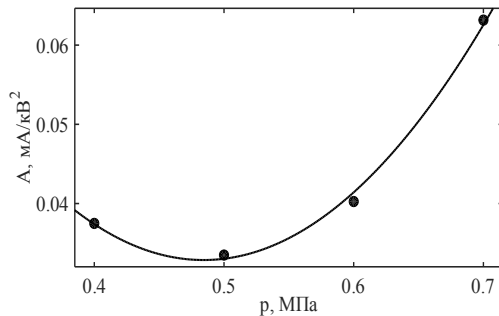
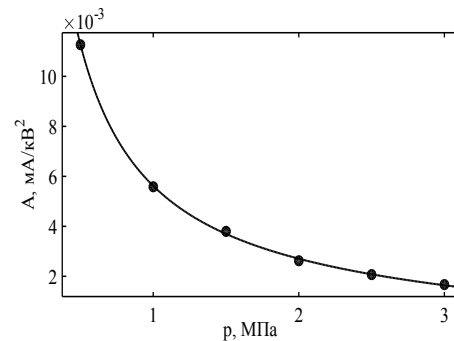
где коэффициенты a, b, c, d, e предстоят определению по соответствующим уравнениям регрессии. Для азота согласно табл. 2 уравнение (9) с учетом числовых коэффициентов имеет вид:

$$A = \frac{221,2 p^2 - 214,2 p + 63,25}{p + 346,2}. \quad (10)$$

Соответствующий график представлен на рис. 2б. Графики рис. 2а и 2б практически совпадают. Все же, среднеквадратичное отклонение гиперболической зависимости несколько меньше, составляя $0,51 \cdot 10^{-3}$, по сравнению с $1,2 \cdot 10^{-3}$ в случае регрессии по параболе, что означает более адекватное описание экспериментальных данных в первом случае.

Расчет ВАХ для азота при температуре $T = 473 \text{ K}$

№ кривой	$P, \text{ МПа}$	$A, \text{ мА/кВ}^2$	$U_c, \text{ кВ}$	$I(U), \text{ мА}$
1	0,4	0,0375	7,3	$0,0375 \cdot U \cdot (U-7,3)$
2	0,5	0,0335	8,2	$0,0335 \cdot U \cdot (U-8,2)$
3	0,6	0,0403	9,9	$0,0403 \cdot U \cdot (U-9,9)$
4	0,7	0,0632	10,1	$0,0632 \cdot U \cdot (U-10,1)$

Рис. 2б. Зависимость параметра A от давления p (по закону гиперболы): точки – эксперимент; сплошная линия – расчет по формуле (10)Рис. 3. Зависимость параметра A от давления согласно общей гиперболической формуле (9)

Следует заметить, что вместо формулы (7) для гелия можно также использовать общую и вместе с тем более точную формулу (9). Хотя точность формулы (7) и график (рис.1) вполне приемлемы. Для сравнения проведем вычисления и по формуле (9). Найден следующий результат:

$$A = \frac{-5,286 \cdot 10^{-5} p^2 - 0,0001091 p + 0,005864}{p + 0,01193}, \quad (11)$$

причем вместо рис. 1 получим рис. 3, который практически проходит через все экспериментальные точки. Это показывает, что более общая гиперболическая зависимость типа (9) гораздо адекватнее отражает влияние давления на параметр A , следовательно, и на ВАХ коронного разряда в целом. Одновременно из (11) видно, что, пренебрегая малыми слагаемыми, получим формулу (7). Учитывая, что закономерность (9) охватывает столь сильно различающиеся случаи (гелия и азота), можно ожидать, что именно гиперболическая зависимость типа (9), (10) должна носить универсальный характер.

2. Параметр U_c . Зависимость порогового напряжения возникновения коронного разряда от давления качественно можно объяснить на основе формулы Пика, которая с точностью до числовых коэффициентов соблюдается не только для ЦСЭ, но и для других случаев [9]. Полагаем:

$$U_c \sim E_c \sim \delta \cdot \left(b + \frac{c}{\delta} \right) = b \cdot \delta + c \cdot \sqrt{\delta}, \quad (12)$$

где b и c – числовые коэффициенты, зависящие от геометрии и размеров электродов,

$$\delta \equiv \frac{\gamma}{\gamma_0}; \quad p = \frac{\gamma R T}{M} \Rightarrow \delta = \frac{p}{T_*}, \quad (13)$$

где γ – массовая плотность газа; R – универсальная газовая постоянная; T – абсолютная температура газа; M – его молярная масса, причем по аналогии с формулой (6) введена безразмерная (относительная) температура:

$$T_* \equiv T/T_0, \quad (14)$$

где $T_0 = 273$ К – нормальная температура.

В результате, с точностью до постоянных коэффициентов, получим зависимость порогового напряжения как функцию давления и температуры:

$$U_c = b \cdot (p_*/T_*) + c \cdot \sqrt{(p_*/T_*)}. \quad (15)$$

При постоянной температуре эта зависимость от размерного давления p такова:

$$U_c = b_1 \cdot p + c_1 \cdot \sqrt{p}, \quad (16)$$

где коэффициенты b и c из (15) переобозначены. Соответствующая кривая (16) выпуклая, что подтверждается экспериментальными данными для гелия. На рис. 4 приведен график кривой, построенной согласно табл. 1 по уравнению регрессии:

$$U_c = 0,12 \cdot p + 4,48 \cdot \sqrt{p}. \quad (17)$$

Как видно из рис. 4 и уравнения (17), для гелия теоретически предсказанные на основе формулы Пика (12) зависимости для начального напряжения от давления экспериментально оправдываются.

Аналогичные исследования для азота дали следующие результаты. Кривая менее выпуклая по сравнению со случаем гелия, о чем свидетельствует рис. 5, график построен по уравнению регрессии:

$$U_c = 4,036 \cdot p + 9,008 \cdot \sqrt{p}. \quad (18)$$

Разброс экспериментальных данных возле линии регрессии в азоте, больше, чем в случае гелия, что свидетельствует о менее устойчивом характере коронного разряда.

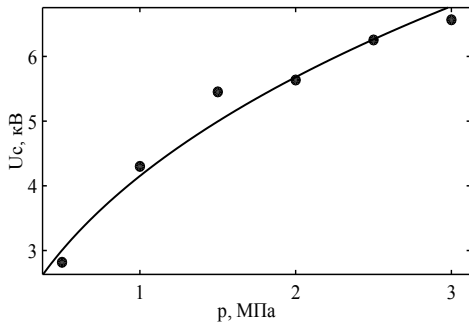


Рис. 4. Зависимость критического напряжения U_c от давления p в гелии

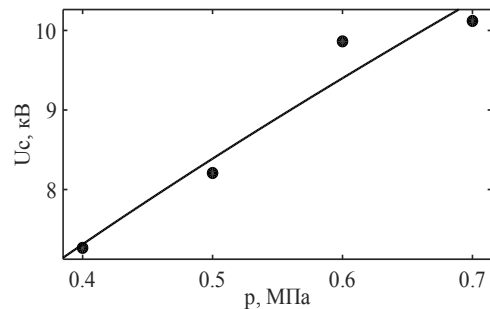


Рис. 5. Зависимость критического напряжения U_c от давления p в азоте

Таким образом, теоретические предсказания на основе полуэмпирической теории КР о влиянии давления на параметры распределения ВАХ $A(p)$ и $U_c(p)$ экспериментально подтверждены с достаточной для практических целей точностью. Кроме того, представляется важным, установленным на основе обработки опытных данных фактом универсальная гиперболическая зависимость подвижности ионов от давления газа; при этом наличие минимума в случае азота предстоит физическому объяснению.

Влияние давления на силу тока при $U, T = \text{const}$

Влияние давления на силу тока при заданном напряжении можно установить, исходя из формулы (1), а именно:

$$I = A(p) \cdot U[U - U_c(p)] \Rightarrow I \sim A(p) \cdot U - A(p) \cdot U_c(p). \quad (19)$$

Приняв закон обратной пропорциональности от давления, типа (7), а для порогового напряжения – типа (18), из (21) придем к выражению:

$$I = \frac{c_2}{p} \cdot \left[U - (a_1 \cdot p + b_1 \cdot \sqrt{p}) \right], \quad (20)$$

которое принимает минимальное значение при давлении

$$p_m = (2U / b_1)^2. \quad (21)$$

Подставляя из (17) $b_1 = 4,48 \text{ кВ}/(\text{МПа})^{1/2}$, ориентировочно (исходя из данных табл. 1) $U = 6 \text{ кВ}$, из (21) найдем $p_m = 7,2 \text{ МПа}$, что выходит за пределы данных табл. 1. Следовательно, для рассматриваемого случая, если и есть экстремум, то он не принадлежит области экспериментальных данных. В силу отсутствия пока данных по зависимостям $I(p)$ при $U, T = \text{const}$, представляется, что соотношение (21) для случаев $A \sim 1/p$ станет одним из надежных реперов в исследованиях закономерностей ВАХ при коронном разряде.

В случае азота параметр $A(p)$ в (19) следует подставить в соответствии с формулой (9), в частности, (10), что значительно усложняет задачу нахождения экстремума.

Таким образом, рассмотрено влияние давления на параметры вольтамперной характеристики A и U_c , а также на силу электрического тока и установлено, что в случае гелия имеется экстремум, физическая природа которого пока еще не выяснена. Установлены закономерности ВАХ коронного разряда при различных давлениях. В частности, что коэффициент подвижности ионов знака коронирующего электрода подчиняется гиперболической зависимости от давления, причем в случае гелия – монотонной, а в азоте – с наличием минимума.

Ссылки

1. Басов А. М., Быков В. Г., Лаптев А. В., Файн В. Б. Электротехнология. М.: Агропромиздат, 1985. 256 с.
2. Верещагин И. П., Левитов В. И., Мирзабекян Г. З., Пашин М. Основы электродинамики дисперсных систем. М.: Энергия, 1974. 420 с.
3. Рубашов И. Б., Бортников Н. С. Электрогазодинамика. М.: Атомиздат, 1971. 219 с.
4. Денисов А. А., Нагорный В. С. Электрогидро- и электрогазодинамические устройства автоматики. Л.: Машиностроение, 1979. 288 с.
5. Григорьев А. И., Ширяева С. О., Волкова М. В. О возможности зажигания коронного разряда в окрестности нелинейно осциллирующей слабо заряженной капли // Журнал технической физики. 2003. Т. 73, вып. 11. С. 31–36.
6. Карелин А. В. Механизм генерации электричества в грозовых облаках и тропических ураганах // Вопросы электромеханики. 2010. Т. 118. С. 45–49.
7. Матвеев Л. Т. Физика атмосферы. М.: Гидрометеиздат, 1984. 751 с.
8. Капцов Н. А. Коронный разряд и его применение в электрофилтрах. М.; Л.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1947. 226 с.
9. Райзер Ю. П. Физика газового разряда. М.: Наука, 1992. 536 с.
10. Гросу Ф. П., Болога Ан. М., Болога М. К., Моторин О. В. О моделировании коронного разряда методами теории подобия // Электронная обработка материалов. 2014. № 50(2). С. 41–48.
11. Bologa An., Paur H.-R. Corona discharge in gaseous phase – study and applications. Abstracts of the 6th International Conference on Materials Science and Condensed Matter Physics, 11–14 September 2012. Chisinau, Moldova. P. 258.

12. Самусенко А. В., Стишков Ю. К. Электрофизические процессы в газах при воздействии сильных электрических полей. СПб., 2011. 567 с.

13. Гросу Ф. П., Болога Ан. М., Паур Х.-Р., Болога М. К., Моторин О. В. Обобщение таунсендовских вольт-амперных характеристик коронного разряда // Электронная обработка материалов. 2014. № 4. С. 23–28.

УДК 551.594.2: 532.59: 534.1

ИНФОРМАЦИОННО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ МОНИТОРИНГА ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОЙ АКТИВНОСТИ АТМОСФЕРЫ ВБЛИЗИ ОХРАННЫХ ЗОН*

Н. Н. Давыдов, Д. М. Орешкин, Д. А. Разумов, Нт. Н. Давыдов

*Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых, г.Владимир,
E-mail: ndavydov@vlsu.ru*

Выявление в приземных слоях воздушного пространства признаков нарастания электростатической активности, вызывающей формирование в атмосфере пожароопасных электрических разрядов вблизи лесных и сельскохозяйственных угодий, а также импульсных электромагнитных помех вблизи охранных зон магистралей высокоскоростного железнодорожного транспорта [1], взлетно-посадочных полос аэродромов, коммуникационных объектов связи, управления и энергетики, является весьма актуальным. Своевременное поступление информации об изменениях электрической активности атмосферы предопределяет, например, возможность принятия надлежащих мер для обеспечения устойчивого функционирования цифровых полупроводниковых микросхем [2] в составе электронных средств управления охраняемыми объектами.

Выполненные авторами научно-практические исследования и разработка мобильных компьютеризированных средств мониторинга приземных слоев воздушного пространства предоставляет возможность оценки и измерения в удаленном доступе параметров и характеристик атмосферы в точке наблюдения, а также видеофиксации атмосферных явлений и регистрации метеоусловий.

Решены задачи: анализа методов и средств оптимальной видеофиксации атмосферных явлений, регистрации и передачи информационных пакетов, содержащих данные измерения электрических характеристик атмосферы, GPS-параметров местоположения датчиков и метеоусловий в точке наблюдения; разработки структуры информационно-технических средств комплексного локального наблюдения

* Исследования выполнены при поддержке РФФИ (гранты № 14-07-00794А и № 14-07-97520р), а также Фонда содействия развитию малых форм предприятий в научно-технической сфере «Фонд содействия инновациям» (гранты У.М.Н.И.К. № 1771 и № 1774).

© Давыдов Н. Н., 2015

© Орешкин Д. М., 2015

© Разумов Д. А., 2015

© Давыдов Нт. Н., 2015

метеорологических и электростатических параметров и характеристик воздушной среды; оптимизации способов и средств обработки данных и отображения результатов измерения, регистрации и видеофиксации в Интернет-доступе; создания аппаратно-программных средств и проведения экспериментальных исследований комплекса в полевых условиях.

Структура аппаратно-программного комплекса представлена на рис. 1. Основными базовыми составляющими комплекса являются: флюксометр – цифровой датчик электростатического поля Земли [3], разработанный и изготовленный в лабораториях ВлГУ; цифровая метеостанция; цифровая Web-камера; средства информационно-технического и программного обеспечения обработки данных эксперимента и отображения результатов исследования, защищенные Свидетельствами РФ о государственной регистрации программ для ЭВМ [4; 5].

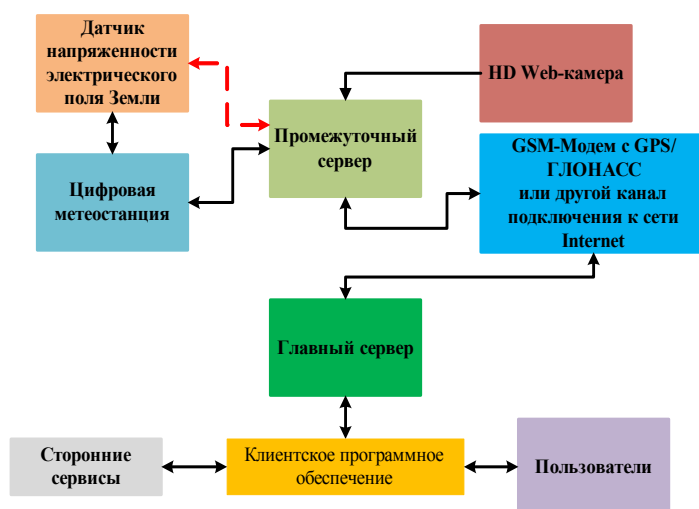


Рис. 1. Структура средств комплексного наблюдения атмосферных явлений и регистрации метеоусловий

Список и формат регистрируемых и отображаемых комплексом показаний представлен в таблице 1.

Таблица 1

Формат регистрируемых показателей

<i>Показатели</i>	<i>Формат</i>
Идентификатор датчика	24 символа
Дата эксперимента	дд.мм.гггг
Время эксперимента	чч:мм:сс:ммм (вплоть до мс)
Температура окружающей среды, °C	трехзначное целое число
Атмосферное давление, мм рт. ст.	трехзначное целое число
Влажность воздуха, %	трехзначное целое число
Параметр электростатического поля Земли, В/м	трехзначная целая и двузначная дробная часть
Количество GPS-спутников	трехзначное целое число
Дата (со спутника)	дд.мм.гггг
Время (со спутника)	чч:мм:сс (вплоть до с)
Географическая широта местности по GPS	двузначная целая и шестизначная дробная часть
Географическая долгота местности по GPS	трехзначная целая и шестизначная дробная часть
Высота местности над уровнем моря по GPS, км	трехзначная целая и шестизначная дробная часть
Скорость движения объекта, м/с	трехзначная целая и шестизначная дробная часть

Экспериментальные исследования работоспособности аппаратно-программного комплекса выполнены в удаленной от промышленных районов местности Среднерусской возвышенности вблизи населенного пункта Веска Юрьев-Польского района Владимирской области. Результаты экспериментальных наблюдений приведены в табл. 2.

Таблица 2

Экспериментальные данные

<i>Параметры и данные наблюдения</i>	<i>Значение</i>
Дата наблюдения	16.08.2014
Период времени регистрации данных	с 16:06:50 по 16:16:50; UTC/GMT+3
Географическое положение датчика	широта: 56.630671 (56°37'50"N); долгота: 39.654916 (39°39'18"E)
Диапазон измерения напряженности электрического поля Земли, В/м	от -8091 до 8091
Наименьшее значение напряженности электрического поля Земли в указанный период времени, В/м	-704,653
Наибольшее значение напряженности электрического поля Земли в указанный период времени, В/м	534,306
Погрешность измерения, %	±4,2

Спутниковый снимок местности в географической точке проведения наблюдений представлен на рис. 2.



Рис.2. Местоположение датчика («Яндекс-карта»)

График изменения напряженности E электрического поля Земли в точке наблюдения, рассчитанный с учетом калибровочных коэффициентов, приведен на рисунке 3. Зафиксирован резкий всплеск величины напряженности электрического поля Земли с изменением полярности (от $-593,071$ В/м до $+534,306$ В/м) в период прохождения череды облаков над точкой наблюдения.

На рис. 4 приведены «стоп-кадры» видеозаписи состояния воздушного пространства над местом установки датчика, синхронизированные с регистраторами величины электрического поля Земли в точке наблюдения. Зафиксировано изменение напряженности электрического поля (рис. 4а) от $-593,071$ В/м до $468,990$ В/м (рис. 4б).

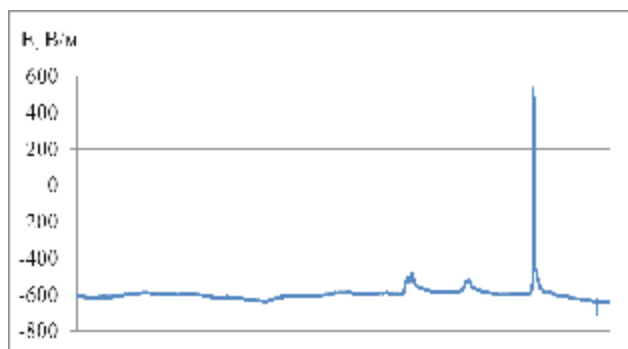


Рис. 3. График изменения напряженности электрического поля Земли в точке наблюдения 16.08.2014 г. в период времени с 16:06:50 до 16:16:50

В ходе экспериментальных исследований подтверждена высокая чувствительность флюксметра, в том числе к проявлению локальных атмосферных электрических эффектов, и установлена возможность регистрации и видеофиксации над точкой наблюдения малых летательных объектов, обладающих наведенным электрическим зарядом на поверхности тела или корпуса (рис. 5).

Архивная сводка состояния погоды в географической точке наблюдения на дату проведения эксперимента 16.08.2014 г. представлена в табл. 3 [6].

Регистрируемые комплексом данные позволяют в удаленном доступе оценивать интенсивность возникновения, нарастания и перемещения в воздушном пространстве разнополярных атмосферных образований, а также фиксировать скорость флуктуации электрической напряженности поля Земли в точке наблюдения с видеоотображением и архивированием происходящих процессов.

При использовании метеоданных о скорости и направлении ветра над контролируемой местностью появляется возможность прогнозирования области распространения электрически заряженных воздушных масс над территорией охранных зон.

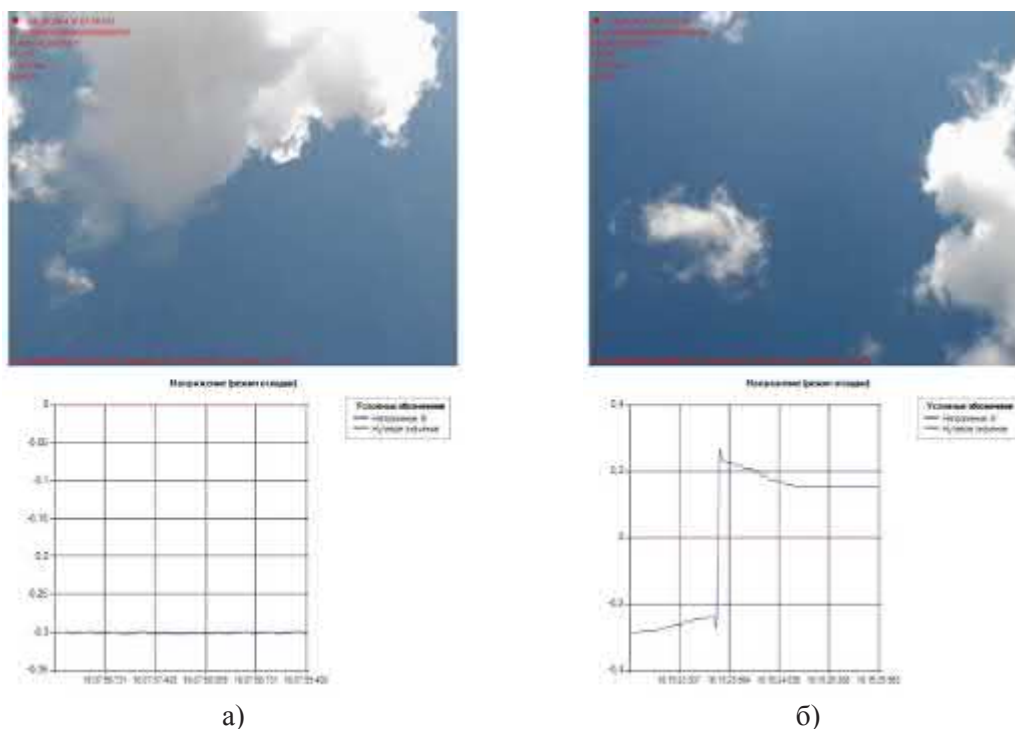


Рис.4. Видеофиксация процесса прохождения облаков с разнополярными зарядами и графики изменения напряженности электрического поля Земли в точке наблюдения: а – прохождение отрицательно заряженных облаков; б – фиксация положительно заряженного облака.

Таблица 3

Сводка погоды 16.08.2014г. в месте проведения эксперимента

Время суток, час	01	04	07	10	13	16	19	22
Состояние погоды								
Температура воздуха, °С	15	14	13	18	22	24	22	16
Атмосферное давление, мм	739	739	740	740	740	739	739	739
Влажность воздуха, %	46	35	28	29	30	30	32	35
Скорость ветра, м/с	2.7	2.4	2.6	3.2	2.3	1.7	1.4	2.8
Порывы ветра, м/с	5.4	4.5	4.6	4.8	3.1	2	1.6	3.9
Направление ветра								
Облачность, %	58	-	28	0	12	12	0	0
Осадки, мм	0.1	-	0	0	0	0.1	0.2	0.7

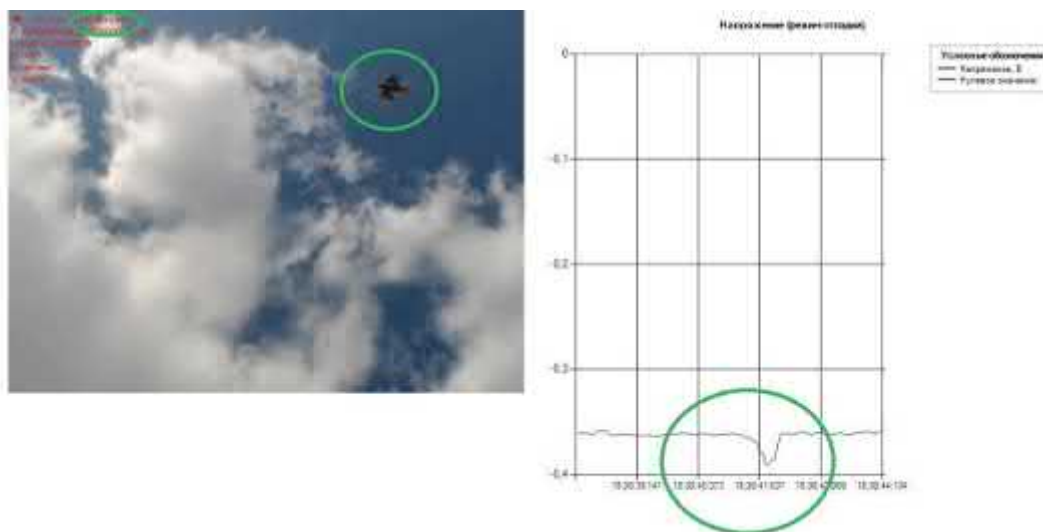


Рис. 5. Видеофиксация и регистрация датчиком напряженности низколетящих объектов (птицы)

Результаты выполненных исследований предопределяют возможность позиционирования разработанного комплекса, в том числе как одного из средств прогнозирования гроз над контролируемой территорией охранных зон.

Ссылки

1. Стратегия инновационного развития ОАО «РЖД» до 2030 года. URL: <http://www.protown.ru/information/doc/4308.html> (дата обращения: 17.03.2015).
2. Давыдов Н. Н., Орешкин Д. М., Разумов Д. А., Давыдов Н. Н., Ефимов В. А., Данилов С. Ю. // Проектирование и технология электронных средств. 2014. № 3. С. 48–54.
3. Ефимов В. А., Орешкин Д. М., Фирстов П. П., Акбашев Р. Р. // Сейсмические приборы. 2013. Т. 49. № 4. С. 14–24.
4. Разумов Д. А., Орешкин Д. М., Давыдов Н. Н. // Свидетельство РФ о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2014615084: рег. 16.05.2014 г.; Заявл. 25.03.2014 г., № 2014612556.

5. Разумов Д. А., Орешкин Д. М., Давыдов Н. Н. // Свидетельство РФ о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2014615091: рег. 19.05.2014 г.; Заявл. 18.03.2014 г., № 2014612231.

6. ЕвроМетео: Архив прогнозов погоды в Веске [Электронный ресурс]. URL: <http://www.eurometeo.ru/russia/vladimirskaya-oblast/urev-polskiy-rayon/veska/archive/201408/> (дата обращения: 20.03.2015).

УДК 551.594.2: 532.59: 534.1

ОПТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ОБРАЗОВАНИЯ ИСКР В ГРУНТЕ

**А. Н. Данилин¹, Л. М. Василяк², С. П. Ветчинин²
В. В. Ивонин¹, В. А. Панов³, В. Я. Печеркин²**

¹ Центр физико-технических проблем энергетики
Севера Кольского научного центра РАН, г. Апатиты

² Объединенный институт высоких температур РАН, Москва

³ Московский физико-технический институт (ГУ), г. Долгопрудный
E-mail: vpcherkin@yandex.ru

Грунт представляет собой совокупность веществ, включающих песок, глину, гравий, минеральные и органические соединения, а также воду и воздух [1]. Их свойства влияют на электрические характеристики грунта и процессы стекания тока при высоковольтных импульсных воздействиях. До настоящего времени не разработана физическая модель, которая была бы универсальной в отношении характеристик пробоя составных грунтов [2]. Считается, что электрическое поле, созданное большими токами, приводит к появлению искровых каналов в водной среде и по газовым включениям в грунте, окружающем электрод. Так как удельное сопротивление плазмы в этих каналах ниже, чем удельное сопротивление окружающего грунта, происходит существенное уменьшение сопротивления заземляющего электрода [3]. Это явление называют ионизацией грунта или искрообразованием в грунте. Процессы, связанные с искрообразованием, носят нелинейный характер. Целью данной работы является разработка методик регистрации искр в грунте и исследование формирования искры при различных условиях.

Исследования высоковольтных импульсных процессов в увлажненных грунтах выполнялись на установке, схематично представленной на рис. 1. Здесь же приводится электрическая схема высоковольтных импульсных измерений электрических параметров: тока и напряжения нагрузки – электрода, помещенного во влажный грунт.

Полученные совмещенные осциллограммы имеют вид, приведенный на рис. 2. На этой же осциллограмме приведена зависимость во времени динамического сопротивления. Динамическое сопротивление подземных проводников, определяемое

© Данилин А. Н., 2015
© Василяк Л. М., 2015
© Ветчинин С. П., 2015
© Ивонин В. В., 2015
© Панов В. А., 2015
© Печеркин В. Я., 2015

как отношение во времени импульсных напряжений к импульсным токам, имеет зону некорректности. Некорректность данного метода определения сопротивления лежит в интервалах времени, пока не закончится влияние реактивных параметров заземлителей (в основном их емкость), и составляет примерно первые 0,5 мкс.

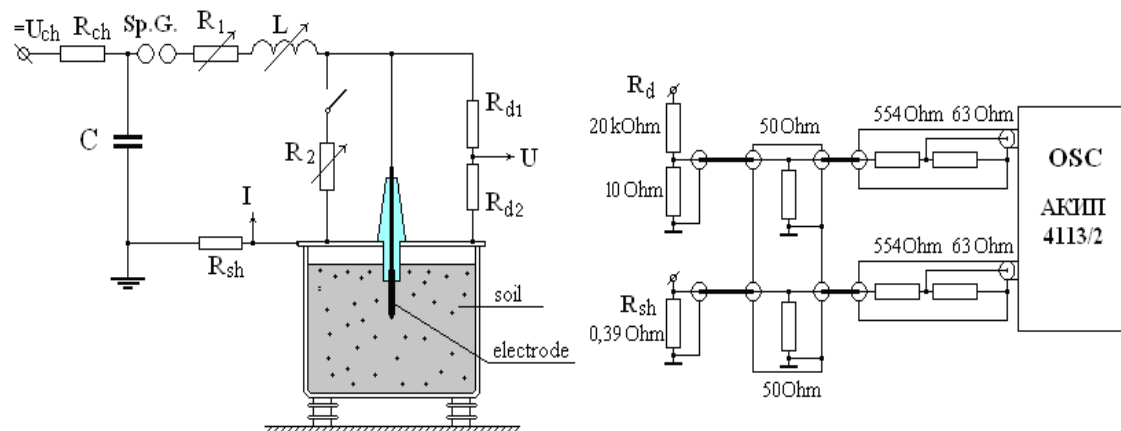


Рис. 1. Высоковольтная установка и схема измерений для выполнения исследований импульсных процессов в увлажненных грунтах

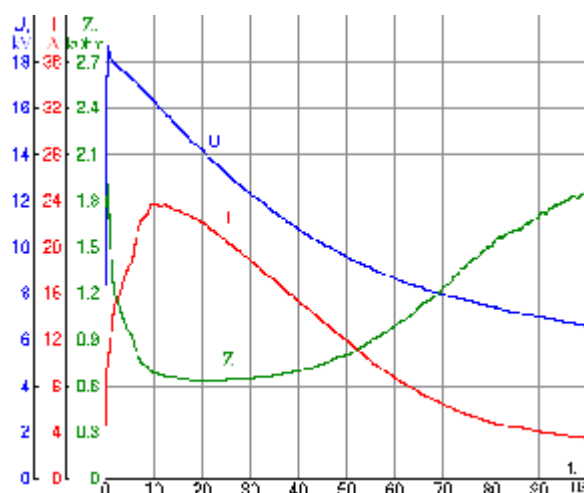


Рис. 2. Осциллограммы импульсов тока, напряжения и расчетного динамического сопротивления

Искровые процессы в грунте фиксировались цифровым фотоаппаратом через стеклянное окно в стенке бака с увлажненным грунтом. Электрод прислонялся к стеклу в окне заземленного экрана, относительно которого на этот электрод подавался импульс напряжения. В другом способе для наблюдения искровых процессов в увлажненном грунте размещался лист фотобумаги, на который устанавливался электрод. После подачи импульса напряжения бумага проявлялась, и на ней проявлялись следы развивающихся в грунте искровых каналов.

Из большого массива экспериментальных данных подобраны наблюдения, отражающие идентичность фиксируемых процессов.

На рис. 3 приведены сравнительные результаты наблюдаемых явлений, зафиксированных оптическими методами и на фотобумаге, для стержневого электрода. Амплитуда импульса напряжения – 20 кВ. Еще одной парой сравнительных опытов, выполненных по такой же методике, являются зафиксированные процессы искрообразования, происходящие на краю плоского диска, диаметром 25 мм (рис. 4).

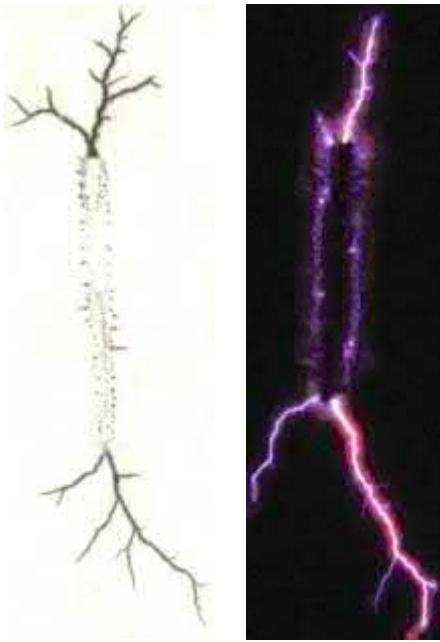


Рис. 3. Искровые процессы в грунте, зафиксированные на фотобумаге (А) и через стекло (Б).

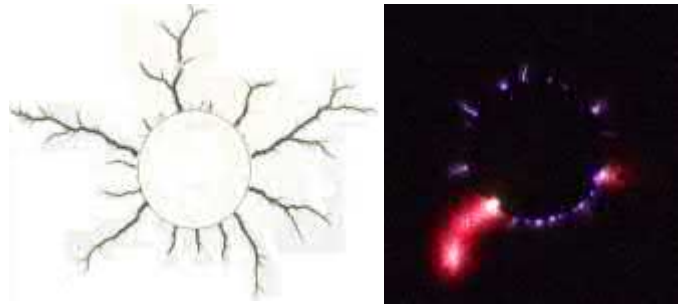


Рис. 4. Искровые процессы в грунте краях плоского диска, зафиксированные на фотобумаге (А) и оптическим методом через стекло (Б).

Все процессы при начале искрообразования в грунте, и особенно в неоднородном поле, как уже указывалось, нелинейны. Это хорошо демонстрируют вольт-амперные зависимости, которые строятся по осциллограммам (рис. 2). Импульсы напряжения лежали в интервале от 25 до 50 кВ с фронтом 0,1 мкс и длительностью до полуспада 120–270 мкс. При малых напряжениях импульсное сопротивление линейно и эквивалентно стационарному сопротивлению. На больших напряжениях вольт-амперная характеристика имеет форму гистерезиса, связанную с нелинейной характеристикой грунта. Когда плотность тока превышает критическое значение на поверхности электрода, сопротивление начинает уменьшаться из-за ионизации грунта. Разработанные методики позволили визуализировать эти процессы. Впервые получены фотоизображения плазменных каналов. В симметричных электродных системах с неоднородным полем с ростом напряжения возникает неустойчивость плазменных процессов и контрагирование канала, что подтверждают опыты с диском.

Ссылки

1. Oettle E. E. // IEEE Trans. Power Deliv. 1988. Vol. 3. P. 2020–2029.
2. Kuffel J., Kuffel E., and Zaengl W. S. High Voltage Engineering: Fundamentals / Newnes, 2000. P. 534.
3. Nixon K. J. The lightning transient behaviour of a driven rod earth electrode in multi-layer soil // Ph. D. thesis University of the Witwatersrand. South Africa, 2006.

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ВСТРЕЧНЫХ УЕДИНЕННЫХ ВОЛН НА ПОВЕРХНОСТИ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЖИДКОСТИ В ТАНГЕНЦИАЛЬНОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ*

Н. М. Зубарев, Е. А. Кочурин

*Институт электрофизики УрО РАН, Екатеринбург, Россия
E-mail: nick@iep.uran.ru*

Как было показано в работах [1, 2], нелинейные волны произвольной геометрии могут распространяться без искажений по поверхности жидкого диэлектрика со значительной проницаемостью по направлению либо по отдельности против направления приложенного сильного горизонтального электрического поля. Взаимодействие возможно только между встречными волнами. В недавней работе [3] было продемонстрировано, что форма волн в результате столкновения меняется, причем степень их деформации определяется нелинейностью, как минимум, четвертого порядка (т. е. взаимодействие является весьма слабым).

В настоящей работе мы покажем, что в ситуации, когда электростатические силы доминируют над капиллярными и гравитационными, взаимодействие встречных уединенных волн обладает следующим фундаментальным свойством: энергия и импульс каждой волны остаются неизменными, т. е. взаимодействие можно считать упругим.

Рассмотрим потенциальное течение несжимаемой идеальной диэлектрической (непроводящей) жидкости бесконечной глубины со свободной поверхностью, помещенной во внешнее однородное горизонтальное электрическое поле. В невозмущенном состоянии граница жидкости представляет собой плоскую горизонтальную поверхность $y = 0$ (ось x прямоугольной системы координат лежит в этой плоскости, а ось y направлена по нормали к ней). Пусть функция $\eta(x, t)$ задает отклонение границы от плоской, т. е. уравнение $y = \eta$ определяет профиль поверхности. Положим, что напряженность электрического поля направлена по оси x и по абсолютной величине равна E .

Будем рассматривать случай, когда диэлектрическая проницаемость жидкости велика: $\varepsilon \gg 1$. В этом пределе нормальная компонента электрического поля в жидкости оказывается много меньше тангенциальной компоненты. Это означает, что силовые линии поля внутри жидкости будут направлены по касательной к ее поверхности. Тогда задача о распределении поля в жидкости может быть решена без учета распределения поля над ней [1, 2].

Выпишем соответствующие этой ситуации уравнения движения. Потенциал скорости жидкости ϕ и потенциал электрического поля φ удовлетворяют уравнениям Лапласа:

$$\nabla^2 \phi = 0, \quad \nabla^2 \varphi = 0.$$

Их следует решать совместно со следующими условиями на границе и на бесконечности:

* Работа выполнена в рамках темы государственного задания № 0389-2014-0006 при поддержке РФФИ (проект 14-08-31194), РФФИ и Правительства Свердловской обл. (проект 13-08-96010), фонда «Династия», а также Президиума УрО РАН (проект 15-8-2-8).

© Зубарев Н. М., 2015

© Кочурин Е. А., 2015

$$\begin{aligned}\phi_t + (\nabla\phi)^2/2 &= (P_E - P_0)/\rho, & y &= \eta(x, t), \\ \phi_y - \eta_x \phi_x &= 0, & y &= \eta(x, t), \\ \phi &\rightarrow 0, & \phi &\rightarrow -Ex, & y &\rightarrow -\infty,\end{aligned}\quad (1)$$

где ρ – плотность жидкости, P_E – электростатическое давление, для которого в пределе $\varepsilon \gg 1$ имеем $P_E \approx \varepsilon(\nabla\phi)^2/(8\pi)$, а $P_0 = \varepsilon E^2/(8\pi)$ – константа, совпадающая с плотностью энергии внешнего электрического поля в жидкости. Нестационарное уравнение Бернулли (1) приведено для предела сильного поля (см. подробнее [2]), в котором движение границы определяется электростатическими силами. Уравнения движения замыкаются кинематическим соотношением:

$$\eta_t = \phi_y - \eta_x \phi_x, \quad y = \eta(x, t).$$

Важно отметить, что в рамках этих уравнений распространение линейных поверхностных волн будет бездисперсионным. Они распространяются без искажений со скоростью $c = \sqrt{2P_0/\rho}$. Для удобства дальнейшего рассмотрения перейдем к безразмерным обозначениям посредством замен:

$$\begin{aligned}\phi &\rightarrow \lambda c \phi, & \phi &\rightarrow \lambda E \phi, & \eta &\rightarrow \lambda \eta, \\ x &\rightarrow \lambda x, & y &\rightarrow \lambda y, & t &\rightarrow \lambda c^{-1} t,\end{aligned}$$

где λ – характерная длина волны. В новых переменных скорость линейных волн будет равна единице.

Приведенные уравнения движения имеют размерность (2+1). Эффективным способом понизить размерность является использование конформных переменных. По аналогии с работами [1, 4–6] совершим конформное преобразование области, занимаемой жидкостью, в параметрическую полуплоскость $-\infty < v \leq 0$ и $-\infty < u < +\infty$. В исследуемой задаче вспомогательные переменные u и v имеют конкретный физический смысл: u с точностью до знака совпадает с потенциалом поля ϕ , а условие $v = \text{const}$ определяет силовые линии электрического поля. В новых переменных уравнения Лапласа для потенциалов электрического поля и скорости могут быть решены аналитически, и в результате исходная задача на движение жидкости может быть сведена к задаче о движении ее свободной поверхности, имеющей более низкую размерность (1+1).

Поверхность жидкости в новых переменных задается параметрическими выражениями:

$$y = Y(u, t), \quad x = X(u, t) = u - \hat{H}Y, \quad (2)$$

где $\hat{H}$ – оператор Гильберта, определяемый как

$$\hat{H}f(u) = \frac{1}{\pi} \text{V.P.} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{f(u')}{u - u'} du'.$$

Связь между функциями $\eta(x, t)$ и $Y(u, t)$ задается неявным соотношением

$$Y(u, t) = \eta(u - \hat{H}Y, t).$$

Уравнения движения границы могут быть представлены в следующем виде (см. также, [1, 3, 7]):

$$Y_t X_u - Y_u X_t = -\hat{H}\Psi_u, \quad (3)$$

$$\Psi_t X_u - \Psi_u X_t - \hat{H}(Y_u \Psi_t - Y_t \Psi_u) = \hat{H}Y_u, \quad (4)$$

где функция $\Psi(u, t)$ определяет значение потенциала скорости на границе $v = 0$. За влияние электрического поля в этой системе отвечает линейный член в правой части второго уравнения.

Для дальнейшего рассмотрения важно, что для уравнений (3) и (4) интегралами движения являются полная энергия системы H и импульс вдоль горизонтальной оси P (без электрического поля см. [5, 6]):

$$H = -\frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} (\Psi \hat{H} \Psi_u + Y \hat{H} Y_u) du, \quad P = \int_{-\infty}^{+\infty} \Psi Y_u du.$$

Важнейшим свойством системы (3) и (4) является то, что она допускает пару точных частных решений [1]:

$$Y = \pm \hat{H} \Psi = Y^\pm(u \mp t), \quad (8)$$

где $Y^\pm$ – произвольные функции. Эти решения соответствуют волнам произвольной геометрии, распространяющимся без искажений по направлению (верхние знаки), либо против направления (нижние знаки) внешнего электрического поля с постоянной скоростью.

То обстоятельство, что нелинейные волны, по отдельности распространяющиеся в положительном либо отрицательном направлениях оси x , ведут себя подобно линейным, не означает, конечно, что не будет происходить взаимодействия встречных волн. Рассмотрим столкновение уединенных волн, для которых $Y \rightarrow 0$ и $\Psi \rightarrow 0$ при $u \rightarrow \pm\infty$.

Понятно, что взаимодействие волн существенно только в момент столкновения. Остальное время взаимодействие пренебрежимо мало; волны распространяются без искажений. До и после встречи волн, т. е. когда они разделены в пространстве, каждой волне можно сопоставить некие энергию и импульс. Рассмотрим, как ведут себя эти величины при столкновении. Введем вспомогательные функции:

$$F^\pm(u, t) = (Y \pm \hat{H} \Psi)/2, \quad (9)$$

которые, как можно считать, соответствуют распространяющимся в противоположных направлениях волнам. Действительно, для частного решения (8), соответствующего движущейся направо волне, будет $F^+ = Y^-$ и $F^- = 0$, а для волны, движущейся налево, $-F^+ = 0$ и $F^- = Y^-$.

В терминах $F^\pm$ энергия системы H и импульс P перепишутся как

$$H = H^+ + H^-, \quad P = P^+ + P^-,$$

$$H^\pm = \mp P^\pm = -\int_{-\infty}^{+\infty} F^\pm \hat{H} F_u^\pm du.$$

Видно, что для H и P произошло разделение на два слагаемых, первое из которых содержит лишь функцию F^+ , а второе – функцию F^- . Это позволяет интерпретировать $H^\pm$ и $P^\pm$ как энергии и импульсы распространяющихся в противоположных направлениях волн.

Оказывается, что каждая из величин $H^\pm$ и $P^\pm$ является интегралом движения. Действительно, несложно заметить, что

$$H^\pm = (H \pm P)/2, \quad P^\pm = \mp(H \mp P)/2,$$

то есть энергии и импульсы отдельных волн записываются как комбинации инвариантов H и P . Отсюда следует вывод, что при столкновении энергия и импульс встречных уединенных нелинейных волн произвольной геометрии сохраняется, т. е. их взаимодействие упругое.

Важно, что доказанная упругость взаимодействия волн не означает, что их геометрия в результате столкновения остается неизменной. Продемонстрируем это посредством численного моделирования столкновения встречных уединенных волн. Для удобства численного решения систему (3) и (4) следует разрешить относительно-

но производных по времени от функций Y и Ψ , а затем переписать в терминах вспомогательных комплексных функций

$$R = 1/(1 + 2i\hat{P}Y_u), \quad V = 2i\hat{P}\Psi_u/(1 + 2i\hat{P}Y_u),$$

аналитических в нижней полуплоскости комплексной переменной u (здесь $\hat{P} = (1 + i\hat{H})/2$ – проектор). Функции R и V были введены применительно к капиллярно-гравитационным волнам в работе [5]. Их использование, как было нами показано в [3], позволяет переписать уравнения движения (3) и (4) в симметричной форме, удобной для численного решения посредством спектральных методов. Это, в частности, обусловлено следующим свойством входящего в уравнения оператора Гильберта: $\hat{H}e^{iku} = i \operatorname{sign}(k)e^{iku}$.

Согласно (9) функции Y и Ψ связаны с функциями $F^\pm$ соотношениями:

$$Y = F^+ + F^-, \quad \Psi = \hat{H}(F^- - F^+).$$

Рассмотрим взаимодействие волн, соответствующих следующим начальным условиям:

$$F^\pm(u, 0) = a^\pm \exp(-2(u \pm u_0)^2),$$

где $a^\pm$ – амплитуды волн, а параметр u_0 определяет их начальное положение. Зададим расчетную область как $-h/2 \leq u \leq h/2$ с периодическими условиями на границах. Пространственный период h должен выбираться достаточно большим для того, чтобы волны можно было считать локализованными.

На рисунке показан результат численного расчета взаимодействия встречных волн с амплитудами $a^+ = 0.3$ и $a^- = 0.15$; при этом полагалось, что $u_0 = 5$ и $h = 20$. Отметим, что максимальная крутизна поверхности η_x в момент $t = 0$ составляла 0.34, т.е. исследуемые волны являются существенно нелинейными. Полное число гармоник в вычислениях равнялось $N = 2048$; интегрирование по времени проводилось с шагом $\tau = 10^{-3}$.

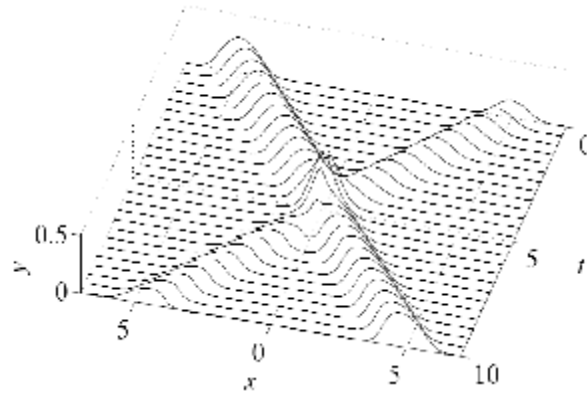


Рис. Эволюция поверхности жидкости при столкновении уединенных волн с амплитудами $a^+ = 0.3$ и $a^- = 0.15$

Видно, что волны без искажений распространяются до и после момента встречи в точке $x = 0$. При столкновении происходит интенсивное взаимодействие волн, в результате которого форма каждой волны меняется: они наклоняются в стороны, противоположные их движению. При этом энергия и импульс волн, оцениваемые до и после столкновения, не изменялись.

Таким образом, несмотря на наблюдаемую тенденцию к укручению заднего фронта, при взаимодействии встречных уединенных волн произвольной амплитуды не происходит обмена энергией и импульсом.

Ссылки

1. Зубарев Н. М., Зубарева О. В. // Письма в ЖТФ. 2006. Т. 32. В. 20. С. 40.
2. Зубарев Н. М. // Письма в ЖЭТФ. 2009. Т. 89. С. 317.
3. Зубарев Н. М., Кочурин Е. А. // Письма в ЖЭТФ. 2014. Т. 99. С. 729.
4. Dyachenko A. I., Kuznetsov E. A., Spector M. D., Zakharov V. E. // Phys. Lett. A. 1996. Vol. 221. P. 73.
5. Дьяченко А. И. // ДАН. 2001. Т. 376. С. 27.
6. Zakharov V. E., Dyachenko A. I., Vasilyev O. A. // Eur. J. Mech. B – Fluids. 2002. Vol. 21. P. 283.
7. Zubarev N. M., Zubareva O. V. // Phys. Rev. E. 2010. Vol. 82. P. 046301.

УДК 551.594.2: 532.59: 534.1

ТОЧНЫЕ РЕШЕНИЯ ДЛЯ ПРОФИЛЯ ПОВЕРХНОСТИ СТРУИ ПРОВОДЯЩЕЙ ЖИДКОСТИ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ ПРОВОДНИКОВ С ТОКОМ*

О. В. Зубарева, Н. М. Зубарев

*Институт электрофизики УрО РАН, Екатеринбург, Россия
E-mail: olga@iep.uran.ru*

Свободная поверхность жидкости деформируется под влиянием внешнего приложенного магнитного поля. Высокочастотное магнитное поле проникает лишь в узкий поверхностный слой проводника толщиной $\lambda \sim (\omega \sigma \mu_0 \mu)^{-1/2}$, где ω – частота переменного поля, μ_0 – магнитная постоянная, σ – проводимость жидкости, а μ – ее относительная магнитная проницаемость. Если λ мало по сравнению с характерным размером занимаемой жидкостью области, то можно приближенно считать, что поле не проникает в проводящую жидкость. В результате взаимодействия магнитного поля и индуцированного им поверхностного электрического тока на границе жидкости возникает магнитное давление, которое следует учитывать наряду с капиллярным при анализе возможных равновесных конфигураций поверхности (на временах, значительно превышающих период осцилляций, задачу можно считать квазистационарной [1]). Поиск возможных равновесных конфигураций поверхности является чрезвычайно сложной задачей ввиду ее существенной нелинейности, однако в двумерной постановке ее анализ существенно упрощается при использовании метода конформных отображений [1–3].

В настоящей работе мы рассмотрим цилиндрическую струю проводящей несжимаемой жидкости, деформируемую системой $2n$ параллельных линейных проводников с разнонаправленными токами $\pm I$, расположенных по окружности на расстоянии L от оси струи. При $I = 0$, т. е. в отсутствие магнитного поля, струя имеет форму круглого цилиндра радиуса R_0 . Введем прямоугольную систему координат

* Работа выполнена в рамках темы государственного задания № 0389-2014-0006 при поддержке РФФИ (проект 14-08-00235), РФФИ и Правительства Свердловской обл. (проект 13-08-96010), а также Президиума УрО РАН (проект 15-8-2-8).

© Зубарева О. В., 2015

© Зубарев Н. М., 2015

$\{x, y, z\}$ ось z которой совпадает с осью струи. Будем считать, что деформация струи происходит только в плоскости ее поперечного сечения $\{x, y\}$. Тогда все величины будут зависеть только от переменных x и y . В этих переменных занимаемая жидкостью область является ограниченной. Понятно, что рассматриваемая задача будет инвариантна относительно поворота вокруг оси струи на угол $\Theta = \pi/n$, что позволяет рассматривать ее в клиновидной области с углом раствора Θ , включающей в себя единственный проводник с током.

В пространстве вокруг проводника с током возникает неоднородное магнитное поле с магнитной индукцией $\mathbf{B}$. Пусть векторный потенциал магнитного поля ($\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$) имеет только одну z -компоненту:

$$\mathbf{A} = \{0, 0, \psi(x, y)\}.$$

Тогда распределение магнитного поля в пространстве будет определяться скалярной функцией ψ :

$$\mathbf{B} = \{\psi_y, -\psi_x, 0\}.$$

Вектор плотности электрического тока $\mathbf{j}$ и вектор индукции $\mathbf{B}$ связаны соответствующим уравнением Максвелла:

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j}.$$

Внутри клина с углом раствора Θ имеем:

$$\mathbf{j} = \{0, 0, I\delta(x - L\cos(\Theta/2), y - L\sin(\Theta/2))\},$$

где $\delta(x, y)$ – дельта-функция Дирака. Выражая индукцию магнитного поля через z -компоненту векторного потенциала, получаем двумерное уравнение Пуассона:

$$\psi_{xx} + \psi_{yy} = -\mu_0 I \delta(x - L\cos(\Theta/2), y - L\sin(\Theta/2)).$$

Оно решается совместно с условием $\psi = 0$, которое следует из тангенциальности магнитного поля поверхности жидкости, периодическими условиями на границах рассматриваемой клиновидной области, а также условием того, что на бесконечном удалении от проводника с током магнитное поле стремится к нулю быстрее, чем $(x^2 + y^2)^{1/2}$:

$$\psi(x^2 + y^2)^{1/2} \rightarrow 0, \quad x^2 + y^2 \rightarrow \infty.$$

Последнее условие означает, что электрический ток не течет через струю.

Равновесная конфигурация свободной поверхности проводящей жидкости определяется условием баланса магнитного и капиллярного давлений:

$$(\nabla \psi)^2 / (2\mu_0) = T\kappa + P. \quad (1)$$

Здесь T – коэффициент поверхностного натяжения, κ – кривизна свободной поверхности, P – разность давлений внутри и вне жидкости (в отсутствие внешнего поля $P = T/R_0$). Для поверхности, задаваемой параметрическими выражениями $y = Y(\tau)$ и $x = X(\tau)$ с параметром τ , возрастающим в направлении против хода часовой стрелки, кривизна определяется формулой:

$$\kappa = (Y_\tau X_{\tau\tau} - X_\tau Y_{\tau\tau}) / (X_\tau^2 + Y_\tau^2)^{3/2}. \quad (2)$$

Для удобства перейдем к безразмерным переменным при помощи замен:

$$x \rightarrow xR_0, \quad y \rightarrow yR_0, \quad \psi \rightarrow \psi\sqrt{2\mu_0 TR_0},$$

$$L \rightarrow lR_0, \quad P \rightarrow p(T/R_0), \quad I \rightarrow I\sqrt{32\pi^2 TR_0/\mu_0}.$$

Введем комплексный потенциал магнитного поля $\Phi = -\psi + i\phi$, где функция ϕ – гармонически сопряженная с z -компонентой векторного потенциала магнитного поля ψ . Потенциал Φ – аналитическая функция переменной $w = x + iy$ всюду в области над жидкостью за исключением точек, соответствующих положениям проводников с токами:

$$w = l \cos(\Theta(2k+1)/2) + il \sin(\Theta(2k+1)/2), \quad k = 1, 2, \dots, 2n.$$

Осуществим конформное преобразование $w = w(\xi)$ области вне жидкости в область вне круга единичного радиуса в комплексной ξ -плоскости. Потребуем, чтобы при этом преобразовании ось струи оставалась на прежнем месте. Тогда задача нахождения комплексного потенциала с условием $\text{Re}\Phi = 0$ на неизвестной нам свободной поверхности жидкости сводится к задаче с аналогичным условием на единичной окружности $|\xi| = 1$. Ее решение дается соотношением:

$$\Phi = 2I \ln \left(\frac{(\xi^n + ia^n)(\xi^n - ia^{-n})}{(\xi^n - ia^n)(\xi^n + ia^{-n})} \right), \quad (3)$$

где вещественный параметр a задает расстояние от проводника с током до оси струи в новых переменных.

Параметризуем окружность $|\xi| = 1$, как $\xi = e^{i\tau}$, где $\tau \equiv \arg \xi$ – вещественный параметр, изменяющийся в интервале $0 \leq \tau \leq 2\pi$. Тогда форма границы жидкости будет задаваться следующим выражением: $w = \Gamma(\tau) \equiv X(\tau) + iY(\tau) \equiv w(e^{i\tau})$. Условие баланса давлений (1) с учетом соотношений (2) и (3) перепишется в виде:

$$\frac{32I^2 n^2 \beta (1-\beta)^2 (1-\cos 2n\tau)}{(1+\beta^2 + 2\beta \cos 2n\tau)^2} = \frac{\text{Im}(\Gamma_{\tau\tau} \bar{\Gamma}_{\tau})}{|\Gamma_{\tau}|} - p |\Gamma_{\tau}|^2, \quad (4)$$

где $\beta = a^{-2n}$. В итоге задача поиска профиля заряженной поверхности проводящей жидкости свелась к нахождению аналитической функции $w = w(\xi)$, удовлетворяющей на свободной поверхности условию (4), а также условию $w \rightarrow \lambda \xi$ на бесконечности. Здесь λ – вещественная константа, значение которой определяется из требования, что при деформации площадь поперечного сечения струи s не меняется для любых значений I и l :

$$s = -\frac{1}{2} \text{Im} \int_0^{\Theta} \Gamma \bar{\Gamma}_{\tau} d\tau = \Theta / 2. \quad (5)$$

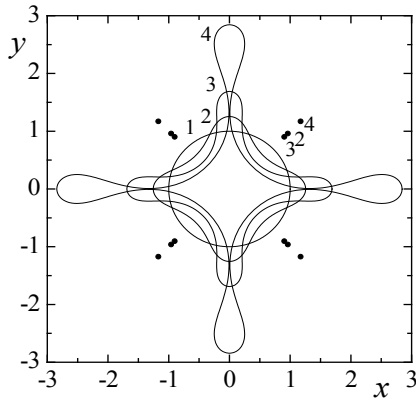


Рис. 1. Равновесные формы свободной поверхности струи при $n = 2$ и $\beta = \{0, 0.3, 0.61\}$:
точками показаны положения
 $l = \{\infty, 1.36, 1.28, 1.66\}$ нитей
с токами $I = \{0, 0.1, 0.25, 0.66\}$

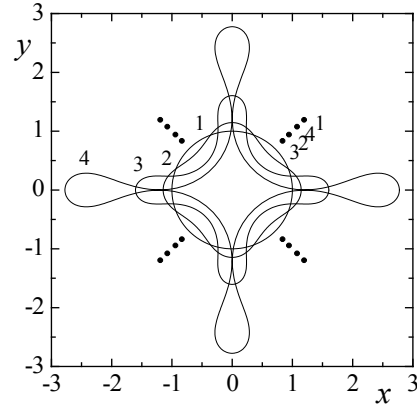


Рис. 2. Равновесные формы свободной поверхности струи при $n = 2$ и $\beta = \{0.12, 0.3, 0.55, 0.66\}$:
точками показаны положения
 $l = \{1.69, 1.33, 1.18, 1.52\}$ нитей
с токами $I = \{0, 0.07, 0.27, 0.81\}$

Частное решение для функции $w(\xi)$ будем искать в виде:

$$w(\xi) = w_0 + \lambda \int \left(1 + \frac{\alpha}{\beta + \xi^{2n}} \right)^2 d\xi. \quad (6)$$

Постоянная w_0 выбирается из соображения, что начало координат должно совпадать с осью струи. Это выражение является аналитическим в требуемой области

– особенности имеются только внутри окружности единичного радиуса. Профилю свободной поверхности $\Gamma(\tau)$ соответствует выражение:

$$\Gamma(\tau) = \Gamma_0 + \lambda \int e^{i\tau} \left(1 + \frac{\alpha}{\beta + e^{2n\tau}} \right)^2 d\tau. \quad (7)$$

Подставляя выражение (7) в условие (4), получаем систему алгебраических уравнений на параметры задачи α, β, p и I . Если взять в качестве независимых переменных параметры n и β , характеризующие количество проводников с током и расстояние от поверхности жидкости до проводника, то эта система допускает два нетривиальных решения, которые имеют физический смысл (имеется также несколько самопересекающихся решений). Первое – с параметрами

$$\alpha = -\beta, \quad p = (\beta + 1)(\beta(1 + 4n) + 1)/\lambda, \quad I = \sqrt{\lambda(1 + 2n)/\left(16n^2(1 - \beta)^2\right)}. \quad (8)$$

Равновесные конфигурации, соответствующие этому решению, для $n = 2$ и различных значений параметра β приведены на рис. 1. Точками показаны положения проводников с током. Параметр β изменяется в интервале значений $0 \leq \beta \leq \beta_1$, где β_1 – значение параметра, при котором на графике поверхности появляется точка самопересечения и занимаемая жидкостью область теряет односвязность, что соответствует разбиению одной струи на несколько.

Параметры, соответствующие второму решению, следующие:

$$\alpha = \frac{(\beta + 1)(1 - 2\beta - 4n)}{2\beta} + \frac{\sqrt{(\beta + 1)(16n\beta + (\beta + 1)(1 - 4n)^2)}}{2\beta}, \quad (9)$$

$$p = \frac{\beta}{\lambda(\alpha + \beta)}, \quad I = \sqrt{\frac{\alpha\lambda(2 - (2n + 1)(\beta^2 + \alpha\beta + 1))}{16n^2\beta(1 - \beta)^2}}.$$

Найденное решение имеет смысл только при вещественных значениях токов I . Пороговое значение β_0 коэффициента β , соответствующее этому условию, легко найти из требования $\alpha = 0$ (нет тока – нет деформации поверхности):

$$\beta_0 = -2n + \sqrt{4n^2 + 1}.$$

Формы поверхности струи для этого решения при $n = 2$ и различных значений β приведены на рис. 2. Параметр β изменяется в интервале значений $\beta_0 \leq \beta \leq \beta_2$, где β_2 – значение параметра, при котором на поверхности появляются точки самопересечения.

Связь между расстоянием l и его аналогом в конформных переменных $\alpha \equiv \beta^{-1/(2n)}$ можно найти из (6) интегрированием в плоскости ζ по отрезку, соединяющему поверхность струи и нить с током, который удобно параметризовать как $\zeta = \rho e^{i\Theta/2}$, где ρ – параметр. Находим:

$$l = \lambda \int_1^a \left(1 + \frac{\alpha}{\beta - \rho^{2n}} \right)^2 d\rho + |\Gamma(\Theta/2)|.$$

Таким образом, в работе найдены два новых двухпараметрических семейства точных решений задачи о равновесной конфигурации поверхности струи проводящей жидкости, деформируемой сильно неоднородным магнитным полем системы проводников с током. При приближении проводников с током к струе ее поверхность значительно деформируется вплоть до появления точек самопересечения, соответствующих расщеплению струи на несколько отдельных.

Ссылки

1. Shercliff J. A. // Proc. R. Soc. Lond. A. 1981. Vol. 375. P. 455.
2. Blyth M. G., Vanden-Broeck J.-M. // SIAM J. Appl. Math. 2005. Vol. 66. P. 174.
3. Зубарев Н. М., Зубарева О. В. // ПМТФ 2013. Т. 1. В. 1. С. 3.

УДК 551.594.2: 532.59: 534.1

СВЕТАЩИЕСЯ ОБЛАСТИ ПРИ ВВЕДЕНИИ ВОДЫ В КАПИЛЛЯРНЫЙ И ДУГОВОЙ РАЗРЯДЫ

Д. Л. Кирко, И. Д. Егоров

*Национальный исследовательский ядерный университет МИФИ, Москва
E-mail: kirko@plasma.mephi.ru*

При грозовых явлениях достаточно часто в атмосфере присутствуют капли воды или пары воды [1]. В опытах были обнаружены долгоживущие свечения при разрядах в дистиллированной воде [2], а также при добавлении в разряд атомов неорганических веществ и металлов [3]. Ввиду этого представляют интерес эксперименты с разрядами при атмосферном давлении при введении в область разряда воды. В данных экспериментах изучались капиллярный и дуговой разряды.

Для получения капиллярного разряда в работе использовался разрядник с диэлектриком (материал оргстекло: толщина 2–3 мм, диаметр капилляра 4–5 мм) и блок питания, содержащий конденсаторную батарею (зарядное напряжение 200–250 В, энергия батареи 100–250 Дж) [4, 5]. Электроды разрядника были выполнены из графита. Поджиг разряда осуществлялся с помощью высоковольтного импульса. При возникновении разряда формировалась плазменная струя цилиндрической формы (длина 4–6 см, диаметр 2–4 см), выходящая из области капилляра. Параметры разряда составляли: ток разряда 100–150 А, длительность импульса 6–10 мс.

Канал капиллярного разряда (4) располагался вертикально (рис. 1). В капилляр вводилось 1–2 капли технической воды ($m = 0,01–0,02$ г), которые смачивали его стенки. Затем проводилась зарядка источника питания. При включении разряда из области капилляра вылетали светящиеся области (7) (СО). Размеры свечений составляли 0,1–1 мм, время жизни 0,01–0,2 с, цвет ярко белый, количество за выстрел 1–3. Данные события регистрировались визуально и с помощью камеры Nikon 1G (временное разрешение 1 мс). Скорость движения СО принимала значения 0,5–2 м/с, а траектории имели форму парабол. При получении фотографии (рис. 2) была выбрана экспозиция 200 мс, что позволило визуализировать траектории СО. В ходе экспериментов было обнаружено появление небольшой лунки (6) в катоде рис. 1. Ввиду этого, возникло предположение, что данное углубление в графитовом электроде связано с процессом образования СО.

Для изучения излучения капиллярного разряда использовался спектрометр Ava Spec 2048 (рабочий диапазон 200–1000 нм, разрешение 0,3 нм). Временные характеристики излучения исследовались с помощью монохроматора МУМ (рабочий диапазон

200–800 нм, спектральное разрешение 0,2 нм) и фотоэлектронного умножителя ФЭУ-85 (временное разрешение 5 нс). Приборы калибровались с помощью эталонной лампы СИРШ8-100. Регистрация спектров проводилась перпендикулярно оси разряда.

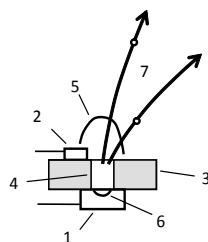


Рис. 1. Эксперимент с капиллярным разрядом: 1 – катод, 2 – анод, 3 – диэлектрик, 4 – капилляр, 5 – капиллярный разряд, 6 – углубление в электроде, 7 – траектории движения светящихся областей (СО)



Рис. 2. Фотография капиллярного разряда и светящихся областей (СО)

Полученные спектры содержали атомарные линии элементов, содержащихся в диэлектрике, электродах разрядника, во введенной воде, и атомарные и молекулярные линии элементов воздуха. На рис. 3 приведен спектр разряда при измерениях перпендикулярно оси факела на расстоянии $x \approx 2,0$ см от капилляра. В спектре присутствуют атомарные водородные линии H_α 656 нм, H_β 486 нм и H_γ 434 нм. Достаточно интенсивными являются: линии иона молекулы азота N_2^+ 381...393 нм и линия атома меди Cu I 510,5 нм. Меньшей интенсивностью обладают линии молекулярного кислорода O_2 402...429 нм и атома натрия Na I 589 нм. В излучении также присутствует непрерывный спектр. Было сделано предположение, что для плазмы факела

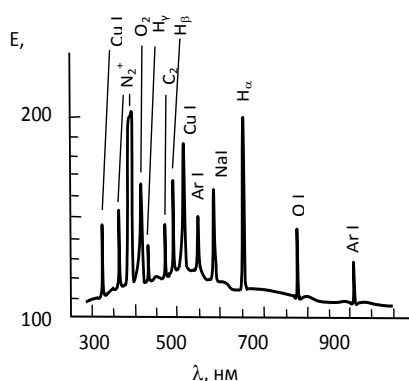


Рис. 3. Спектр капиллярного разряда

выполняется модель локального термического равновесия [6]. В этом случае возможно использование метода относительных интенсивностей спектральных линий. Ввиду этого расчеты температуры были проведены с помощью линий атомарного водорода H_α и H_β . Вблизи капилляра значение температуры плазмы составило $T = 8200 \pm 300$ К.

Вместе с тем были проведены эксперименты с помощью дугового разряда (рис. 4). Использовалась механическая система сведения электродов для поджига дугового разряда. Электроды разряда были изготовлены из графита и имели диаметр 4–5 мм. В нижнем электроде было сделано сферическое углубление диаметром 2–3 мм. В качестве источника питания использовался трансформатор переменного тока с параметрами: ток $I = 40\text{--}150\text{ А}$, напряжение холостого хода $U = 82\text{ В}$, частота $\nu = 50\text{ Гц}$. Рабочие значения составляли: напряжение на разряде $U = 20\text{--}30\text{ В}$, ток разряда $I = 80\text{--}100\text{ А}$.

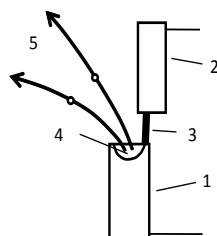


Рис. 4. Эксперимент с дуговым разрядом:
1 – нижний электрод, 2 – верхний электрод, 3 – дуговой разряд,
4 – углубление с водой, 5 – траектории движения светящихся областей (СО)

При механическом сведении электродов между ними зажигался дуговой разряд. Электроды располагались вертикально, в углубление в нижнем неподвижном электроде вводилось небольшое количество технической воды ($m = 0,01\text{--}0,02\text{ г}$). Разряд включался на время 1–2 с. При термическом воздействии происходило испарение воды и из области разряда начинали свое движение светящиеся области (рис. 4). Размеры свечений составляли 0,1–1 мм, время жизни 0,01–0,2 с, цвет ярко-белый. Скорость движения СО имела значения 0,5–2 м/с.

В экспериментах с капиллярным и дуговым разрядами существовали близкие условия для формирования СО. Область возникновения СО присутствовала на графитовом электроде с небольшим углублением, в котором находилась вода. Возможным центром образования СО может являться небольшая частичка углерода, которая появляется в результате разрушения поверхностного слоя электрода в присутствии молекул воды. При термическом воздействии разряда возникает горение этой частицы углерода. Данную область горения окружает плазменная оболочка светящегося образования.

Ссылки

1. Стаханов И. П. О физической природе шаровой молнии. М.: Научный мир, 1996. 264 с.
2. Голубничий П. И., Громенко В. М., Крутов В. М. // ЖТФ. 1990. Т. 60, вып. 1. С. 183–186.
3. Емелин С. Е., Семенов В. С., Бычков В. Л., Белишева Н. К., Ковшик А. П. // ЖТФ. 1997. Т. 67, вып. 3. С. 19–28.
4. Авраменко Р. Ф., Бахтин Б. И., Николаева В. И., Поскачеева Л. П., Широков Н. Н. // ЖТФ. 1990. Т. 60, вып. 12. С. 57–64.
5. Димитров С. К., Жданов С. К., Кирко Д. Л., Луцько А. С., Михин С. Г., Смирнов В. М., Тельковский В. Г. // Сибирский физико-технический журнал. 1992. Вып. 2. С. 57–60.
6. Хаддлстоун Р., Леонард С. Диагностика плазмы. М.: Мир, 1967. 515 с.

СВОЙСТВА РАЗРЯДА В ЭЛЕКТРОЛИТЕ ВО ВНЕШНЕМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Д. Л. Кирко, А. С. Савелов, И. Д. Егоров

Национальный исследовательский ядерный университет МИФИ, Москва

E-mail: kirko@plasma.mephi.ru

Исследование разрядов в электролитах и воде связано с возможностью моделирования долгоживущих плазменных образований [1, 2]. В экспериментах изучались свойства разряда в электролите при разряде в жидкости и вблизи ее поверхности [3, 4]. В отдельных режимах наблюдаются интенсивные турбулентные движения в плазме разряда. В данной работе исследовалось влияние магнитного поля на разряд в электролите.

Разряд создавался в конической камере, изготовленной из оргстекла (диаметр 12–15 см, объем 150–250 см³). На рис. 1 изображена камера (1), в которую помещался электролит (2), приготовленный с применением карбоната натрия. В качестве катода (3) применялся стержень (материал: вольфрам, титан, диаметр 2–3 мм), заключенный в керамическую трубку (4), а анода (5) – пластина (материал: нержавеющая сталь, молибден, толщина 0,2 мм). Питание разряда осуществлялось с помощью двухполупериодного выпрямителя (6) (напряжение $U = 0–250$ В, частота $\nu = 100$ Гц). Под камерой были установлены постоянные магниты (8). Визуализации процессов осуществлялась с помощью камеры (Nikon 1G, временное разрешение 1 мс). При подаче напряжения возникает пробой и вблизи катода зажигается разряд. Изображение разряда в присутствии магнитного поля представлено на рис. 2.

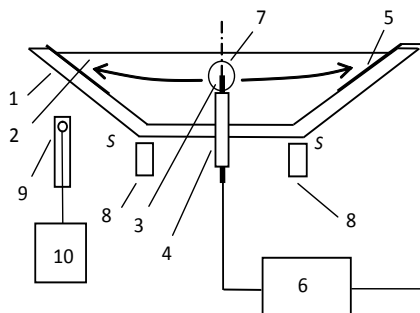


Рис. 1. Схема экспериментальной установки:

1 – корпус, 2 – электролит, 3 – катод, 4 – керамическая трубка, 5 – анод, 6 – источник питания, 7 – область разряда, 8 – постоянные магниты, 9 – магнитный зонд, 10 – анализатор спектра

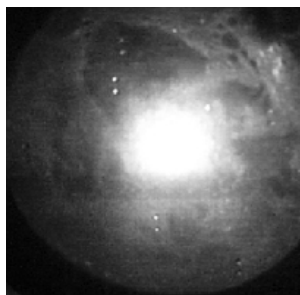


Рис. 2. Фотография разряда в электролите (экспозиция $\Delta t = 1$ мс)

© Кирко Д. Л., 2015
© Савелов А. С., 2015
© Егоров И. Д., 2015

Для исследований разряда концентрация карбоната натрия (Na_2CO_3) находилась в диапазоне $C = 0,01\text{--}1\text{ М}$ ($m = 1,06\text{--}106\text{ г}$ на 10^3 см^3 дистиллированной воды).

Вольтамперная характеристика разряда (ВАХ) при концентрации карбоната натрия $C = 0,1\text{ М}$ имеет вначале приблизительно линейную зависимость. При увеличении напряжения на поверхности катода появляются небольшие фиолетовые искры. При значениях напряжения $U \approx 74\text{ В}$ и тока $I \approx 1,1\text{ А}$ наблюдается зажигание разряда и возникновение плазмы, окружающей поверхность катода. Характерный цвет свечения разряда желто-красный. Поверхность катода окружена прикатодной областью толщиной около $\sim 1,5\text{ мм}$. Далее расположена более разреженная средняя плазменная область, которая соприкасается с парогазовой оболочкой. Ввиду увеличения сопротивления среды вольтамперная зависимость искривляется. Затем происходит разгорание разряда и уменьшение сопротивления среды, поэтому ВАХ опять становится линейной до максимума. Данный участок является основным рабочим диапазоном, на котором наблюдается стабильное нормальное горение разряда. Рабочие параметры горения разряда находятся в области: ток $1,0\text{--}1,5\text{ А}$, напряжение $120\text{--}180\text{ В}$. При данных параметрах разряда в цепи тока присутствуют колебания.

В разряде наблюдаются турбулентные потоки плазмы. Разряд был помещен в поле постоянных магнитов (8), размещенных под камерой (рис. 1). Магнитная индукция в области сосуда находилась в диапазоне $B = 100\text{--}400\text{ Гс}$. Под действием магнитного поля в областях разряда стали возникать вращательные движения плазмы в горизонтальной плоскости (по часовой стрелке или против часовой стрелки), связанные с появлением магнитных сил, действующих на токи. Изображение потоков в установке показано на рис. 3. Поверхность прикатодной области разряда обладала приблизительно сферической формой. На поверхности прикатодной области наблюдались отдельные темные точки. Частоты вращения плазмы в прикатодной области составляли $\nu = 4\text{--}7\text{ Гц}$, а в средней области $\nu = 0,5\text{--}2\text{ Гц}$ в зависимости от величины магнитного поля и силы тока. Также магнитное поле оказывало влияние на колебательные процессы в плазменной среде разряда.

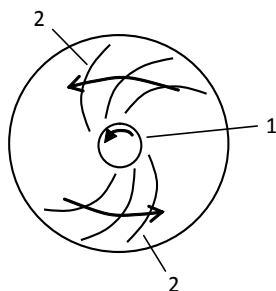


Рис. 3. Схема потоков при разряде в электролите в присутствии магнитного поля:
1 – область разряда, 2 – потоки электролита

В начале каждого периода импульса тока возникали высокочастотные колебания. Данные колебания изучались с помощью магнитных зондов и осциллографа Tektronix TDS 2024B. Измерения обрабатывались с помощью программы Origin. Также для изучения использовался анализатор С4-25 (рабочий диапазон $10\text{ кГц--}70\text{ МГц}$). Магнитные зонды были изготовлены в виде небольших катушек (диаметр $2\text{--}3\text{ мм}$, количество витков $70\text{--}150$, диаметр провода $0,1\text{ мм}$). Зонды (9) (рис. 1) располагались снаружи камеры на различном расстоянии от разряда. Сигналы зондо-

вых измерений коррелируют с импульсами тока разряда. В ходе измерений были зарегистрированы наиболее интенсивные частоты колебаний тока разряда.

Достаточно интенсивные колебания присутствуют на следующих частотах: (41 ± 2) кГц, (265 ± 13) кГц, $(10,5 \pm 0,5)$ МГц, (23 ± 1) МГц. Спектр высокочастотных колебаний разряда представлен на рис. 4. Было проведено сопоставление частот, полученных в данных экспериментах с ранее проведенными опытами в отсутствие магнитного поля [4]. Наблюдается смещение регистрируемых частот при наличии внешнего магнитного поля в области разряда.

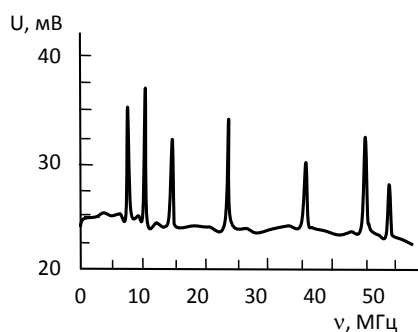


Рис. 4. Спектр высокочастотных колебаний разряда

В большинстве режимов разряда движение плазмы является турбулентным. Под влиянием магнитного поля было получено вращательное движение плазменной среды. Плазма разряда приобретает черты упорядоченной структуры приблизительно сферической формы. Вместе с тем присутствие магнитного поля позволяет оказывать влияние на колебательные процессы в плазме разряда.

Ссылки

1. Голубничий П. И., Громенко В. М., Крутов В. М. // ЖТФ. 1990. Т. 60, вып. 1. С. 183–186.
2. Шабанов Г. Д., Крившиц А. Г., Жеребцов О. М., Гаврилов Г. Е. // Волновая электродинамика проводящей жидкости. ДПО и малоизученные формы естественных электрических разрядов в атмосфере: X Межд. конф. (4–8 июля 2013, Ярославль, Россия). Ярославль: Яр.ГУ, 2013. С. 214–225.
3. Канарев Ф. М. Низкоамперный электролиз воды. Краснодар: Изд-во Краснодарского Университета, 2010. 81 с.
4. Кирко Д. Л., Савелов А. С., Визгалов И. В. // Известия Вузов. Физика. 2012. Т. 55, вып. 11. С. 3–6.

О ВЛИЯНИИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ЗАРЯДА И ТВЕРДОГО ПЛОСКОГО ДНА НА НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ФАРАДЕЯ

А. В. Кондратьева, Д. Ф. Белоножко

Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова, Ярославль
E-mail: KondratievaAV@gmail.com, belonozhko@mail.ru

В настоящей работе рассматривается совместное влияние вертикальных вибраций и поверхностного электрического заряда на условия реализации неустойчивости заряженного горизонтального жидкого слоя [1, 2].

1. Постановка задачи. Исследуется волновое движение в слое идеальной жидкости толщиной d с плотностью ρ , совершающем вертикальные гармонические колебания с амплитудой a и частотой 2ω . Считается, что жидкость является идеальным проводником, - на ее поверхности сосредоточен электрический заряд, который в равновесном состоянии распределяется с постоянной поверхностной плотностью σ_0 [3]. Слой опирается на твердое плоское дно. Задача решается в декартовой прямоугольной системе координат $Oxyz$ с осью Ox , направленной горизонтально, и осью Oz , направленной вертикально вниз по направлению действия поля силы тяжести $\vec{g}$. Для простоты течение жидкости считается не зависящим от горизонтальной координаты Oy .

2. Математическая формулировка задачи. Движение несжимаемой жидкости описывается уравнениями электрогидродинамики идеальной жидкости:

$$0 < z < \infty: \Delta\varphi_1 = 0; \quad d \leq z < \zeta: \frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + (\vec{U}\nabla)\vec{U} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \vec{g} - 4a\omega^2 \vec{\gamma} \cos(2\omega t); \quad (1)$$

$$\operatorname{div} \vec{U} = 0.$$

Здесь $z = \zeta(x, t)$ – функция, описывающая изменяющуюся со временем форму свободной поверхности слоя жидкости, φ_1 – малая поправка к электрическому потенциалу, обращающаяся в нуль при $z \rightarrow -\infty$, $\vec{U} = u\vec{e}_x + v\vec{e}_z$ – скорость жидкости в заданной точке пространства, p – давление внутри жидкости, $\vec{\gamma}$ – единичный вектор, направленный вертикально вверх. Поле скоростей в идеальной жидкости можно считать потенциальным [4] с гидродинамическим потенциалом Φ : $u = \partial_x \Phi$ – горизонтальная компонента скорости, $v = \partial_z \Phi$ – ее вертикальная компонента. С учетом уравнения несжимаемости Φ оказывается удовлетворяющим уравнению Лапласа:

$$\Delta\Phi = 0. \quad (2)$$

Граничные условия на свободной поверхности $z = \zeta$, где ζ – малое отклонение от свободной поверхности жидкости, задаются следующими соотношениями:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + u \frac{\partial \zeta}{\partial x} = v;$$

$$z = \zeta: p_{\text{сизр}} + p_{\text{капил}} + p_{\text{эл}} = p_{\text{атм}} \quad (3)$$

$$\varphi = \text{const} = 0.$$

Здесь φ – электрический потенциал, $p_{\text{сизр}} = \rho \partial_{xx} \Phi + \rho(g - 4a\omega^2 \cos(2\omega t))\zeta$, $p_{\text{капил}} = a \partial_{xx} \zeta$, $p_{\text{эл}} = -4\pi\sigma_0^2 k \zeta$, $p_{\text{атм}} = C(t) = 0$.

На дне выполняется условие непротекания:

$$z = d: \quad v = \frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0. \quad (4)$$

Задача решается в приближении волн малой амплитуды ($a \ll \lambda$), в котором граничные условия линейризуются стандартным образом по амплитуде волны.

$$z = 0: \quad \frac{\partial \xi}{\partial t} = \frac{\partial \Phi}{\partial z}; \quad \rho \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \rho (g - 4a\omega^2 \cos(2\omega t)) \xi + \alpha \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} - 4\pi\sigma_0^2 k \xi = 0 \quad (5)$$

В процессе линеаризации электрический потенциал представляется слагаемыми нулевого и первого порядка малости $\varphi = \varphi_0 + \varphi_1$, где $\varphi_0 = -F_0 z = -4\pi\sigma_0 z$. Из уравнения Лапласа и граничных условий на φ несложно получить выражение для электрической силы, перпендикулярной свободной поверхности (последнее слагаемое во втором уравнении (5)).

3. Решение задачи. Гидродинамический потенциал Φ ищется в виде бегущей волны $\Phi = F(z)e^{ikx}$. Подстановка этого выражения в уравнение Лапласа позволяет определить общий вид вспомогательной функции $F(z)$:

$$F(z) = C_1 e^{kz} + C_2 e^{-kz}.$$

Воспользовавшись граничным условием на дне (4) выразим одну из констант через другую и конкретизируем получившееся выражение: $F(z) = C C(k(z + d))$. Таким образом получается выражение для гидродинамического потенциала:

$$\Phi = C C(k(z + d))e^{ikx}. \quad (6)$$

Константа C здесь может зависеть от времени.

Если уравнение движения свободной поверхности искать в виде бегущей волны

$$\xi = \zeta(t)e^{ikx}, \quad (7)$$

то из первого соотношения граничных условий (5) несложно получить искомую константу:

$$\frac{\partial \zeta(t)}{\partial t} = C(t)k \operatorname{Sh}(kd) \Rightarrow C(t) = \frac{1}{k} \frac{\dot{\zeta}(t)}{\operatorname{Sh}(kd)}.$$

Тогда выражение для гидродинамического потенциала примет вид:

$$\Phi = \frac{1}{k} \frac{\dot{\zeta}(t)}{\operatorname{Sh}(kd)} \operatorname{Ch}(k(z + d))e^{ikx}. \quad (8)$$

С учетом (7) и (8) второе соотношение в системе граничных условий (5) преобразуется к уравнению относительно амплитудного множителя $\zeta(t)$ при волновом возмущении свободной поверхности (7):

$$\operatorname{cth}(kd) \frac{\partial^2 \zeta(t)}{\partial t^2} + \omega_0^2 \left(1 - 4ka \frac{\omega^2}{\omega_0^2} \cos(2\omega t) \right) \zeta(t) = 0, \quad (9)$$

где $\omega_0^2 = kg + \frac{\alpha k^3}{\rho} - \frac{4\pi\sigma_0^2 k^2}{\rho}$ – частота колебаний капиллярно-гравитационных волн на заряженной поверхности жидкости в отсутствие вибрации.

В безразмерных переменных, в которых $\rho = g = \alpha = 1$, эволюционное уравнение для амплитуды волнового движения свободной поверхности сводится к стандартному уравнению Матье (10) [5, 6]:

$$\frac{d^2 \zeta(\tau)}{d\tau^2} + (\Omega^2 - 2q \cos(2\tau)) \zeta(\tau) = 0; \quad (10)$$

$$\Omega^2 = \frac{k + k^3 - k^2 W}{\omega^2} th(kd); \quad q = 2a k th(kd); \quad W = 4\pi\sigma_0^2; \quad \tau = \omega t.$$

Безразмерный параметр Тонкса-Френкеля W пропорционален отношению электрических и лапласовских сил на гребнях волн.

4. Анализ решения. Анализ решения показал, что при увеличении поверхностной плотности заряда спектр частот параметрического резонанса, вызывающего появление ряби Фарадея, сгущается вблизи нуля. Это объясняется тем, что значения половины частоты вибрации подложки ω становится резонансным только когда $\omega^2 = (k + k^3 + k^2 W)/n^2$, где $n = 1, 2, 3, \dots$. При увеличении поверхностной плотности заряда растет значение параметра W , что и приводит к уменьшению значений резонансных частот. Таким образом, чем больше поверхностный заряд, тем при меньших значениях частот колебаний подложки должно наблюдаться появление ряби Фарадея. При $W > 2$, независимо от наличия или отсутствия вибраций, появляется спектр неустойчивых волновых чисел, обуславливающих неустойчивость свободной поверхности жидкости по отношению к избытку электрического заряда.

Ссылки

1. Faraday M. On a peculiar class acoustical figures and on certain forms assumed by a group of particles upon elastic surface // Phil. Trans. Roy. Soc. London. 1831. Vol. 121. P. 209–318.
2. Любимов Д. В., Любимова Т. П., Черепанов А. А. Динамика поверхностей раздела в вибрационных полях. М.: Физматлит, 2003. 216 с.
3. Белоножко Д. Ф., Ширяева С. О., Григорьев А. И. Нелинейные волны на заряженной поверхности жидкости. Ярославль: ЯрГУ, 2006. 288 с.
4. Григорьев А. И. Неустойчивость заряженной плоской границы раздела сред, по отношению к тангенциальному разрыву на ней, зависящего от времени поля скоростей // ЖТФ. 2000. Т. 70, № 1. С. 24–26.
5. Левич В. Г. Физико-химическая гидродинамика. М.: Физматгиз, 1959. 700 с.
6. Benjamin T. B., Ursell F. The stability of the plane free surface of a liquid in a vertical periodic motion // Proc. Roy. Soc. 1954. Vol. A225, № 1163. P. 505–515.

УДК 551.594.2: 532.59: 534.1

ИМПУЛЬСНЫЙ РАЗРЯД В ВОДЕ И В ВОДНЫХ РАСТВОРАХ ОРГАНИЧЕСКИХ СОЕДИНЕНИЙ

А. В. Красночуб

*Объединенный институт высоких температур РАН, Москва
E-mail:*

Большинство моделей связывают образование долгоживущих плазменных объектов с разрядами в воде или в присутствии воды и органики. Целью работы являлось исследование пробоя воды на начальных стадиях и влияние органических добавок.

© Красночуб А. В., 2015

Исследован импульсный разряд в жидкости в различной геометрии разрядного промежутка. Использовалась экспериментальная установка, схема которой показанна на рис. 1. Экспериментальная установка состоит из генератора высоковольтных импульсов–1, подводящей линии (коаксиальный кабель РК-50-11 длиной 9 м) с шунтом обратного тока (ШОТ)–2, разрядной ячейки с искровым промежутком–3, осциллографической системы диагностики–5 с согласующими сопротивлениями–4, ШОТ для регистрации прошедшего тока, системы диагностики излучения разряда–7. Использовались два различных генератора: ГИН1 с частотой следования импульсов 2,4 кГц, длительностью импульсов 77 ± 5 нс, временем нарастания 10 ± 2 нс и ГИН2 с частотой следования 40 Гц, длительностью импульсов 20 ± 2 нс, временем нарастания 3 ± 1 нс; для обоих генераторов амплитуду напряжения импульса можно было варьировать в диапазоне 10–40 кВ.

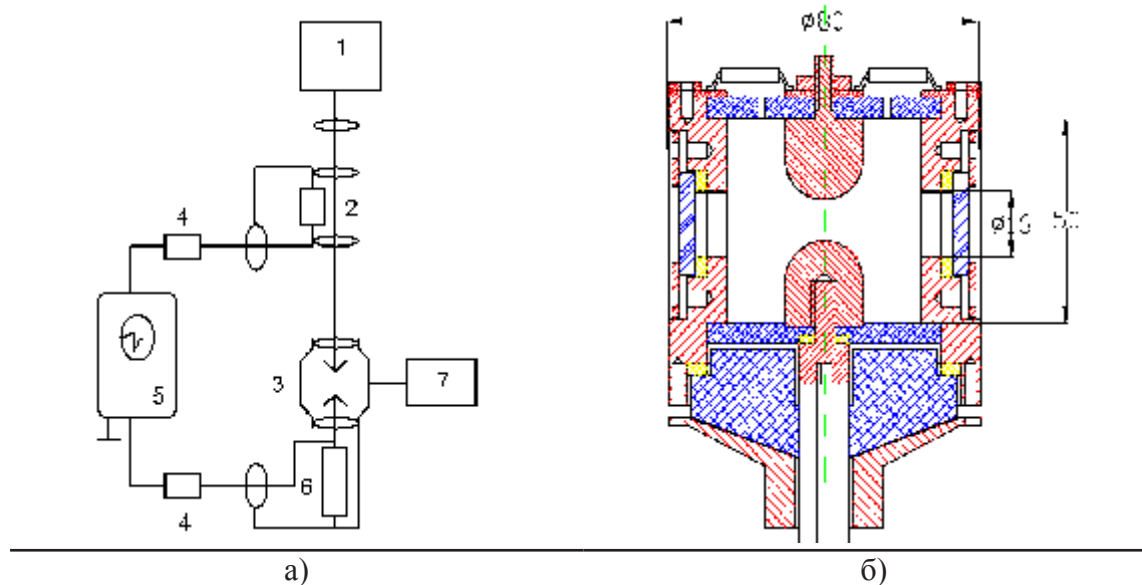


Рис.1. Экспериментальная установка: а) – схема; б) – разрядная ячейка

Цилиндрическая коаксиальная разрядная ячейка была изготовлена из нержавеющей стали и фторопласта (рис. 1б) таким образом, что позволяла проводить исследования с разной геометрией электродов. Диаметр внешней оболочки разрядной ячейки составлял 80 мм, вдоль оси разрядной ячейки располагаются различные электроды, съемная конструкция которых позволяла проводить исследование в геометрии острие-острие, острие-полусфера, полусфера-полусфера. Использовались стальные и латунные электроды, расстояние между которыми можно было изменять в диапазоне 0–10 мм. Для возможности регистрации прошедшего тока через искровой промежуток ко второму электроду присоединялся торцевой шунт, собранный из 50 малоиндуктивных сопротивлений ТВО-0.25Вт-3Ом. Для регистрации падающего на разрядную ячейку импульса использовался ШОТ, собранный из параллельно соединенных малоиндуктивных резисторов ТВО-0.125Вт-3 Ом, которые включены в разрыв оплетки передающего коаксиального кабеля. Шунт в коаксиальном кабеле находился на расстоянии 5 м от начала линии со стороны генератора. Сигналы с ШОТ и торцевого шунта подавались на входы осциллографа Tektronix TDS640A (500 МГц). Синхронизация сигналов с ШОТ выполнялась в условиях короткозамкнутого разрядного промежутка, полученная погрешность синхронизации – менее 0.35 нс.

Для экспериментов в качестве базовой жидкости использовалась дистиллированная вода, а в качестве испытуемой – водный раствор со следующим химическим составом: свободная углекислота 3 г/л; молочная кислота 3 г/л; уксусная кислота 0.3 г/л; этиловый спирт 0.8%; экстракт 37 г/л; белки 2 г/л; сахар 18 г/л.

Для разрядного промежутка в геометрии полусфера-полусфера была исследована зависимость энерговклада в разрядный промежуток для импульсов различной полярности и разной длины межэлектродного промежутка.

Для разряда в воде было получено, что при малых межэлектродных расстояниях 1 мм для положительной полярности импульсов энерговклад сопоставим с ошибкой измерения во всём диапазоне напряжений (рис. 2), при увеличении расстояния скачком нарастает при длине 3 мм и растёт для импульсов напряжения с амплитудой более 26 кВ, при этой же амплитуде напряжения появляется свечение разряда. Для отрицательной полярности энерговклад замечен уже при межэлектродном промежутке 1 мм и в диапазоне 1–3 мм растёт с увеличением промежутка. Расстояние между электродами также влияет на величину амплитуды напряжения, при котором появляется излучение. Для отрицательной полярности эта величина амплитуды напряжения изменяется с 21 кВ при расстоянии 1 мм до 26 кВ при расстоянии 3 мм. Эксперимент в растворе с высоким содержанием органических соединений показал значительное снижение пороговых амплитуд импульсов напряжения, при которых регистрируется свечение разряда, и увеличение энерговклада по сравнению с дистиллированной водой при аналогичных условиях.

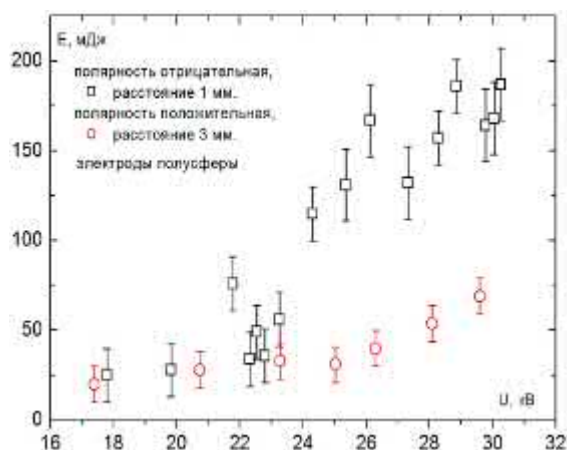


Рис. 2. Зависимость вклада энергии в разрядный промежуток с полусферическими электродами от амплитуды импульса напряжения

Такое поведение объясняется, во-первых, тем, что диэлектрическая проницаемость воды значительно выше, чем диэлектрическая проницаемость экспериментального раствора – 81 и 35 соответственно, и, следовательно, нужно меньше энергии на зарядку ёмкости разрядной ячейки, поэтому больше оставшейся энергии импульса может быть вложено в разряд. Также ёмкостью разрядной ячейки объясняется зависимость энерговклада от длины разрядного промежутка, поскольку при малых расстояниях, и, значит, при максимальных значениях ёмкости разрядной ячейки практически вся энергия наносекундного импульса напряжения будет израсходована на зарядку этой ёмкости и только небольшая её часть диссипируется токами утечки в начальной стадии разряда. С увеличением длины разрядного промежутка ёмкость разрядного промежутка падает и все больше энергии начального импульса напряжения может поглощаться в канале разряда.

О ХАРАКТЕРЕ ДВИЖЕНИЯ ЧАСТИЧЕК ЖИДКОСТИ ОКОЛО ЗАРЯЖЕННОЙ ГРАНИЦЫ РАЗДЕЛА ДВУХ СРЕД

А. А. Очиров, Д. Ф. Белоножко

*Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова, г. Ярославль
E-mail: belonozhko@mail.ru*

В научной и учебной литературе при описании траекторий движения частичек жидкости, связанных с распространением по ее свободной поверхности волнового возмущения, нередко ограничиваются линейным приближением по амплитуде волны. В этом случае траектории представляются в виде замкнутых кривых, по форме близких к окружности. Учет слагаемых второго порядка малости по амплитуде волнового движения приводит к обнаружению интересных эффектов, связанных с характером движения жидких частичек, таких как, например, дрейф Стокса. Однако ситуация значительно усложняется, если рассмотреть случай движущихся друг относительно друга жидких сред, по возмущенной волновым движением границе раздела которых распределен электрический заряд. В этих условиях характер движения жидкости любопытным образом изменяется. В настоящей работе аналитически строятся выражения, позволяющие рассмотреть траектории частиц в верхней и нижней жидкостях, движущихся относительно друг друга, по электрически заряженной границе раздела которых распространяется капиллярно-гравитационная волна.

Математическая формулировка задачи. Рассматривались две идеальные несжимаемые полубесконечные жидкости. Пусть нижняя жидкость имеет плотность ρ^w и занимает полупространство $z < 0$ в декартовой системе координат, в которой ось Oz направлена вертикально вверх против направления сил тяжести $\mathbf{g}$, а плоскость Oxy совпадает с равновесной границей раздела жидких сред. Менее плотная верхняя жидкость с плотностью $\rho^a < \rho^w$ соответственно занимает полупространство $z > 0$, причем будем считать, что она движется в положительном направлении оси Ox с постоянной скоростью U_0 . Нижнюю жидкость будем считать идеальным проводником, а верхнюю – идеальным диэлектриком. Пусть по электрически заряженной с поверхностно плотностью заряда κ_0 границе раздела с поверхностным натяжением γ в положительном направлении оси Ox распространяется бегущая капиллярно-гравитационная волна с амплитудой a , малой по сравнению с длиной волны λ , волновым числом $k = 2\pi/\lambda$ и циклической частотой волнового движения ω . Для простоты расчетов движение жидкостей считается не зависящим от горизонтальной координаты y . Полная математическая формулировка задачи в этом случае может быть представлена следующим образом [1]:

$$\begin{aligned} z > \xi: \quad & \Delta\varphi^a = 0; \quad \Delta\Phi = 0; \\ P^a = p_0 - \rho^a g z - \rho^a \frac{\partial\varphi^a}{\partial t} - \frac{\rho^a}{2} \left(\left(\frac{\partial\varphi^a}{\partial x} + U_0 \right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi^a}{\partial z} \right)^2 \right); \\ z = \xi: \quad & \frac{\partial\xi}{\partial t} + \frac{\partial\varphi^w}{\partial x} \frac{\partial\xi}{\partial x} = \frac{\partial\varphi^w}{\partial z}; \quad P^w - P^a + \frac{(\nabla\Phi)^2}{8\pi} = -\gamma \frac{\partial^2\xi}{\partial x^2} \left(1 + \left(\frac{\partial\xi}{\partial x} \right)^2 \right)^{-3/2}; \end{aligned}$$

© Очиров А. А., 2015

© Белоножко Д. Ф., 2015

$$\nabla \varphi^w \cdot \mathbf{n} = (\nabla \varphi^a + U_0 \mathbf{e}_x) \cdot \mathbf{n}; \quad \mathbf{n} = \left(-\frac{\partial \xi}{\partial x} \mathbf{e}_x + \mathbf{e}_z \right) / \sqrt{1 + \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \right)^2}; \quad (1)$$

$$z < \xi: \quad \Delta \varphi^w = 0; \quad P^w = p_0 - \rho^w g z - \rho^w \frac{\partial \varphi^w}{\partial t} - \frac{\rho^w}{2} \left(\left(\frac{\partial \varphi^w}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi^w}{\partial z} \right)^2 \right);$$

$$z \rightarrow \infty: \quad \nabla \Phi \rightarrow -E_0 \mathbf{e}_z; \quad \nabla \varphi^a \rightarrow 0; \quad z \rightarrow -\infty: \quad \nabla \varphi^w \rightarrow 0.$$

Здесь $\xi \equiv \xi(x, t)$ – функция, описывающая вертикальное отклонение границы раздела от равновесного уровня $z = 0$; φ^a – гидродинамический потенциал верхней жидкости; φ^w – гидродинамический потенциал нижней жидкости; Φ – электрический потенциал в верхнем полупространстве; $E_0 = 4\pi\kappa_0$ – напряженность электрического поля в равновесном состоянии, P^a – давление в верхней жидкости, P^w – давление в нижней жидкости, p_0 – атмосферное давление, $\mathbf{n}$ – орт нормали к границе раздела жидкостей.

Задача решалась в приближении волн малой амплитуды методом разложения по малому параметру, пропорциональному амплитуде волнового движения. В результате применения стандартной процедуры снесения граничных условий на равновесную поверхность $z = 0$ [2], задача разбивалась по порядкам малости и рассчитывалось эйлерово поле скоростей первого и второго порядков малости.

Решение. В результате решения задач первого и второго порядков малости для профиля отклонения, гидродинамических и электрических потенциалов получено:

$$\begin{pmatrix} \xi \\ \varphi^w \\ \varphi^a \\ \Phi \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} \cos(kx - \omega t) \\ \Lambda \sin(kx - \omega t) \exp(kz) \\ \Gamma \sin(kx - \omega^a t) \exp(-kz) \\ E_0 \cos(kx - \omega t) \exp(-kz) \end{pmatrix} + a^2 \begin{pmatrix} \Theta \cos(2kx - 2\omega t) \\ \Xi \exp(2kz) \sin(2kx - 2\omega t) \\ \Psi \exp(-2kz) \sin(2kx - 2\omega^a t) \\ \Sigma \exp(-2kz) \cos(2kx - 2\omega t) \end{pmatrix} \quad (2)$$

Здесь Λ , Γ , Θ , Ξ , Ψ и Σ – константы, зависящие от волнового числа, частоты волнового движения и других параметров задачи, выражения для которых не приводятся в силу их громоздкости.

Частота волнового движения ω связана с параметрами задачи при помощи дисперсионного уравнения:

$$\omega = \frac{kU_0 \rho^a + \sqrt{k \left[g \left(-(\rho^w)^2 + (\rho^a)^2 \right) + k \left(U_0^2 \rho^w \rho^a - (\rho^w + \rho^a) (k\gamma - W \sqrt{g \rho^w \gamma}) \right) \right]}}{\rho^w + \rho^a}. \quad (3)$$

Безразмерный параметр Тонкса-Френкеля $W = 4\pi\kappa_0^2 / \sqrt{\rho^w g \gamma}$ характеризует отношение электрических и лапласовских сил на границе раздела жидкостей. Частота ω^a – частота волнового движения, измененная благодаря эффекту Доплера, смысл введения которой будет пояснен ниже.

Для определения траекторий жидких частичек необходимо перейти от описания скорости в представлении Эйлера $\mathbf{U}(\mathbf{r}, t)$ к описанию в форме Лагранжа $\mathbf{U}_L(\mathbf{r}, t)$, т. е. определить поле скоростей, «следящее» за выделенной жидкой частичкой. Существует формула, позволяющая совершать переход от одного описания поля скоростей к другому:

$$\mathbf{U}_L(\mathbf{r}, t) = \mathbf{U}(\mathbf{r}, t) + \left(\left(\int_0^t \mathbf{U}(\mathbf{r}, \tau) d\tau \right) \cdot \nabla \right) \mathbf{U}(\mathbf{r}, t). \quad (4)$$

Однако использование формулы (4) имеет ограничение. Дело в том, что при ее выводе использовалось предположение о малости смещения жидкой частички по сравнению с длиной волны за время порядка волнового периода. Таким образом,

для правильного вычисления скорости верхней участвующей в поступательном движении жидкости в представлении Лагранжа необходимо переходить в систему отсчета, движущуюся с верхней жидкостью, и работать с полем скоростей именно в этой системе отсчета. При этом надо учесть изменение частоты волнового движения вследствие эффекта Доплера.

Используя (2) и (4), несложно определить вертикальные и горизонтальные составляющие лагранжевых скоростей частиц жидкости, интегрирование которых по времени дает описание траектории движения жидких частиц в параметрическом виде. В силу их громоздкости, выкладки и конечные соотношения здесь не приводятся. Пример построения траекторий движения частиц нижней и верхней жидкости в отсутствие электрического заряда и движения верхней жидкости представлен на рис. 1а и 1б соответственно. Все рисунки построены в безразмерных переменных, в которых $\rho^w = g = \gamma = 1$ для жидкостей вода-воздух. На рис. 1а, 1б представлены траектории частиц жидкостей, находящихся около границы раздела, возмущенной капиллярно-гравитационным волновым движением с волновым числом $k = \sqrt{1 - \rho^w / \rho^a} / 4$ и амплитудой $a = 0.1\lambda$.

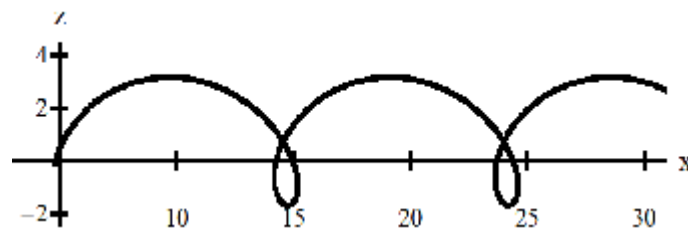


Рис. 1а Траектории движения частиц нижней жидкости

Частицы жидкостей вращаются в противоположные стороны, при этом нелинейные добавки формируют смещение от замкнутой траектории, являясь причиной небольших смещений в сторону распространения волны.

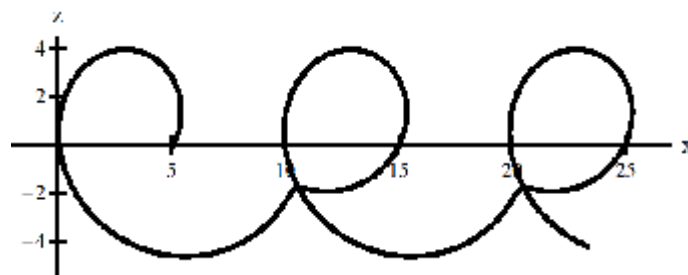


Рис. 1б Траектории движения частиц верхней жидкости

Поступательное движение верхней жидкости со скоростью U_0 при большой разнице плотностей верхней и нижней жидкостей (например, вода-воздух) оказывает незначительное влияние на движение более плотной нижней жидкости, однако существенно изменяет поведение частиц в менее плотной верхней жидкости. С увеличением U_0 циклическое движение частиц верхней жидкости замедляется и при достижении значения, равного фазовой скорости бегущей волны, полностью прекращается. Если верхняя жидкость движется с фазовой скоростью волны, то никакого дополнительного колебательного движения в ней не возникает. Если скорость жидкости U_0 превышает фазовую скорость волны, то частицы верхней жидкости снова начинают двигаться по петлеобразным траекториям, но закручиваются уже в проти-

воположную сторону. При этом вызывающие дополнительный дрейф систематические малые смещения частичек, связанные с нелинейностью движения, происходят в сторону, противоположную направлению распространения волны, и наблюдатель, движущийся вместе с верхней жидкостью, заметит дрейф в отрицательном направлении. Этот эффект проиллюстрирован на рис. 2. Построения выполнены для такого же возмущающего волнового движения, что и на рис. 1б, верхняя жидкость при этом движется со скоростью $U_0 = 2U_f$, где U_f – фазовая скорость волнового движения. Поверхностный заряд отсутствует.

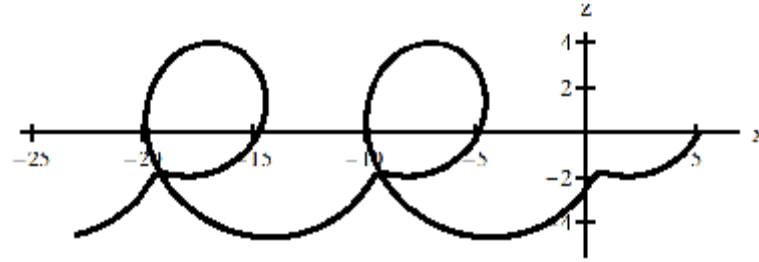


Рис. 2. Траектории движения частиц верхней жидкости, в движущейся системе отсчета

Влияние поверхностного электрического заряда на траектории движения частичек жидкости довольно тривиально: с ростом параметра Тонкса-Френкеля уменьшается частота волнового движения, следовательно, частички жидкости совершают меньше циклических движений в единицу времени. Также уменьшается фазовая скорость волнового движения.

Гораздо интереснее влияние электрического заряда оказываемое на профиль $z = \xi(t, x)$ отклонения границы раздела жидких сред от равновесного положения. Чтобы проследить за этим, выпишем в явном виде константу Θ из решения (2):

$$\Theta = \frac{k \left(k^2 \left(W \sqrt{g \gamma \rho^w} + U_0^2 \rho^a \right) - 2k U_0 \rho^a \omega + (-\rho^w + \rho^a) \omega^2 \right)}{8k^3 \gamma - 4k^2 \left(W \sqrt{g \gamma \rho^w} + U_0^2 \rho^a \right) - 4(\rho^w + \rho^a) \omega^2 + 2k \left(g(\rho^w - \rho^a) + 4U_0 \rho^a \omega \right)}. \quad (5)$$

Видно, что при некотором значении параметра Тонкса-Френкеля W_* константа Θ обратится в нуль. Следовательно, в описании профиля границы раздела будут отсутствовать слагаемые второго порядка малости. Для случая неподвижной верхней жидкости такое значение параметра Тонкса-Френкеля определяется выражением:

$$W_* = \left(k^2 \gamma (\rho^w - \rho^a) + g (\rho^w - \rho^a)^2 \right) / \left(2k \rho^w \sqrt{g \gamma \rho^w} \right). \quad (6)$$

Таким образом, действие электрического заряда оказывается довольно любопытным. Распределив определенный электрический заряд по границе раздела жидкостей, можно добиться чисто синусоидального профиля! Этот эффект можно использовать, например, для формирования прямо на поверхности жидкости достаточно правильных дифракционных решеток.

Выводы. Траектории движения частичек жидкости при распространении капиллярно-гравитационной волны по границе раздела двух сред довольно сильно отличаются от общепринятого в линейной теории представления о движении частиц свободной поверхности жидкости. С увеличением скорости поступательного движения верхней жидкости и поверхностного электрического заряда скорость циклического движения частичек жидкости по своим траекториям замедляется вплоть до полного прекращения периодического движения. Это происходит при значении скорости поступательного движения верхней жидкости равном фазовой скорости волнового

движения. При превышении скоростью движения верхней жидкости фазовой скорости волны возобновляется петлеобразное движение частичек верхней жидкости, но в противоположную сторону, с появлением дрейфовой добавки, противоположной общему поступательному движению. При достижении электрическим зарядом определенного значения слагаемые второго порядка малости по амплитуде волны в профиле отклонения границы раздела от равновесного положения исчезают и форма границы раздела с точностью до третьего порядка малости становится синусоидальной. Таким образом, при помощи электрического поля можно подавлять нелинейные эффекты, сопровождающие распространение капиллярно-гравитационных волн.

Ссылки

1. Белоножко Д. Ф., Ширяева С. О., Григорьев А. И. Нелинейные волны на заряженной поверхности жидкости: моногр. Ярославль: ЯрГУ, 2006. 288 с.
2. Левич В. Г. Физико-Химическая гидродинамика. М.: Физматгиз, 1959. 700 с.

УДК 551.594.2: 532.59: 534.1

О ЗАКОНОМЕРНОСТЯХ ДВИЖЕНИЯ И ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ШАРОВОЙ МОЛНИИ

Н. А. Петрушов, А. И. Григорьев, С. О. Ширяева

*Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова, Ярославль
E-mail: grig@uniyar.ac.ru*

Проблема устойчивости шаровой молнии (ШМ) занимает центральное место в науке об этом явлении природы. В СССР исследованием природы ШМ занимались: Имянитов Илья Моисеевич, Стаханов Игорь Павлович, Козлов Борис Николаевич, Подмошенский Иван Васильевич, Смирнов Борис Михайлович, заложившие основы истинного подхода к проблеме изучения ШМ. Именно благодаря их усилиям и вкладу Якова Ильича Френкеля и Петра Леонидовича Капицы, вниманию Александра Соломоновича Компанейца, Эдуарда Анатольевича Маныкина, шаровая молния из объекта околonaучных упражнений журналистов (хотя и их усилия нельзя скидывать со счёта, достаточно вспомнить книгу Роальда Александровича Леонова [1]) превратилась в неизученный физический объект, которым стало нестыдно заниматься учёным (конечно, на уровне хобби, в свободное от основной работы время, без финансовой поддержки со стороны государства).

Мы рассмотрим электростатическую неустойчивость ШМ, отталкиваясь не от какой-либо модели ШМ, а от общефизических положений – представлений об устойчивости заряженной капли во внешнем электростатическом поле, в суперпозиции которого с противоположно направленным гравитационным полем капля неподвижна, и наблюдаемых закономерностях её движения. Имеется в виду взвешенная в воздухе шаровая молния. Факт «взвешенности» в воздухе уже подразумевает,

что плотность её вещества больше плотности воздуха. Если бы плотность вещества ШМ была бы равна плотности воздуха и плавала только за счёт силы Архимеда, то её движение было бы хаотичным, а не прямолинейным, каковым оно является по свидетельству ~ 75 % респондентов, т. к. её возможная инерция ничтожна, а сила трения при движении значительна. Достаточно вспомнить, как движутся мыльные пузыри (хотя плотность воздуха внутри них чуть-чуть больше плотности окружающего воздуха). Особенности наблюдаемого движения ШМ указывают на то, что она взвешена в окружающем воздухе и находится в состоянии устойчивого, а не безразличного равновесия.

Горизонтальное движение ШМ может быть обусловлено как ветром, так и горизонтальной компонентой внешнего электрического поля (которое в общем случае является неоднородным) между грозовым облаком и землёй [2–4]. На её движение должны оказывать влияние окружающие предметы, поскольку, в соответствии с вышесказанным, она должна двигаться вдоль эквипотенциальных линий. В частности, на её движение должны оказывать влияние электропровода. В табл.1 приведены данные об особенностях её движения.

Таблица

Особенности движения ШМ

<i>Особенности движения</i>	<i>Данные [7] (по 1743 описаниям)</i>	<i>Данные Стаханова [5] (по 928 описаниям)</i>	<i>Данные Рейли [8] (по 98 описаниям)</i>	<i>Данные МакНэлли [9]</i>
Двигалась неравномерно	$0,086 \pm 0,007$	—	—	—
Двигалась горизонтально равномерно	$0,75 \pm 0,02$	$0,75 \pm 0,03$	$0,53 \pm 0,07$	—
Падала из облака	$0,047 \pm 0,005$	—	—	—
Поднималась к облакам	$0,004 \pm 0,002$	—	—	—
Вращалась	$0,051 \pm 0,005$	—	$0,20 \pm 0,05$	—
Огибала препятствия	$0,026 \pm 0,004$	—	—	—
Двигалась вдоль провода	$0,039 \pm 0,005$	—	$0,16 \pm 0,04$	$0,20 \pm 0,04$

Собственно, в [2] впервые в XX веке упоминается о способности ШМ двигаться независимо от ветра. В [3–4] упоминается о способности ШМ двигаться независимо от направления потока воздуха. В [5] говорится о том, что заряд ШМ должен взаимодействовать с зарядом Земли и влиять на движение. В [6] упоминаются описания из нескольких обзоров, говорящие в пользу наличия такого свойства у ШМ, но в целом эта способность ШМ подвергается сомнению. В [7] приводятся конкретные (в статистическом смысле) данные о способности ШМ двигаться независимо от ветра и указывается, что при наличии заряда у ШМ внешнее приземное электростатическое поле должно оказывать влияние на её движение.

Подводя итог выше сказанному, отметим, что у ШМ, скорее всего, имеется электрический заряд (достаточно значительный, чтобы влиять на её движение), а поэтому следует рассмотреть вопрос об её устойчивости во внешнем электростатическом поле.

Наличие нескомпенсированного заряда у ШМ (см., например, кроме сказанного выше, [10]), наталкивает на мысль о сходности общих закономерностей плавления ШМ в воздухе и левитации заряженной капли в электростатическом подвесе [11].

В частности, заряженная капля во внешних гравитационном и электростатическом полях может быть устойчива только в некоторой области значений параметров. При выходе значений параметров из области устойчивости капля становится

неустойчивой и распадается. Основываясь на общих механизмах плавления ШМ и заряженной капли во внешнем электростатическом поле, применим критерий неустойчивости поверхности капли, полученный в [11], для нашей модели ШМ. Критическое условие из [11] имеет вид:

$$\frac{1}{4} \left(1 + \frac{10}{21} e^2 \right) \eta + \left(1 + \frac{87}{42} e^2 \right) w + \frac{81}{280\pi} \left(1 + \frac{4171}{630} e^2 \right) W = 1 \quad (1)$$

$$W = \frac{E_0^2 R}{\sigma}; \quad w = \frac{Q^2}{16\pi\sigma R^3}; \quad \eta = \frac{g(\rho - \rho_{ex}) R^2}{\sigma}; \quad e^2 = \frac{9W}{16\pi(1-w)}$$

Для наших обозначений Q – собственный заряд ШМ, E_0 – напряженность внешнего электростатического поля, R – радиус ШМ, σ – коэффициент поверхностного натяжения ШМ, g – ускорение свободного падения, ρ – плотность вещества ШМ, ρ_{ex} – плотность воздуха. При значении меньше единицы выражения слева от знака равенства поверхность капли будет устойчива, больше единицы – неустойчива.

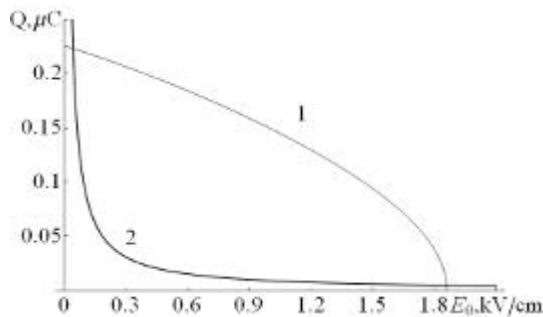


Рис. 1а. Критические условия (тонкая линия «1») и условие плавления (жирная линия «2») при $R = 5$ см, $\sigma = 73$ dyne/cm, $g = 980.7$ cm/s², $\rho_{ex} = 0.0012$ g/cm³, $\rho/\rho_{ex} = 1.15$

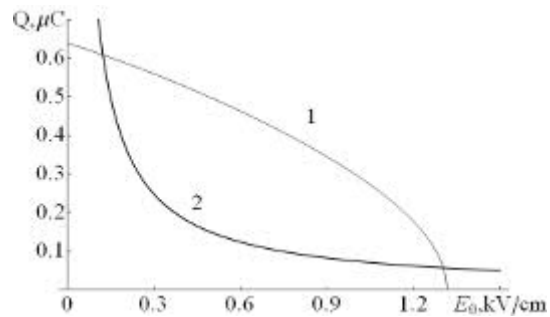


Рис. 1б. То же самое, что на рис.1а, но при $R = 10$ см

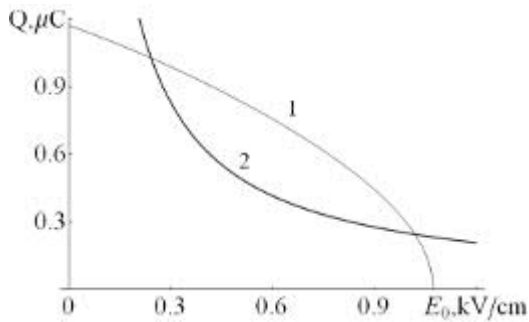


Рис. 1в. То же самое, что на рис.1а, но при $R = 15$ см

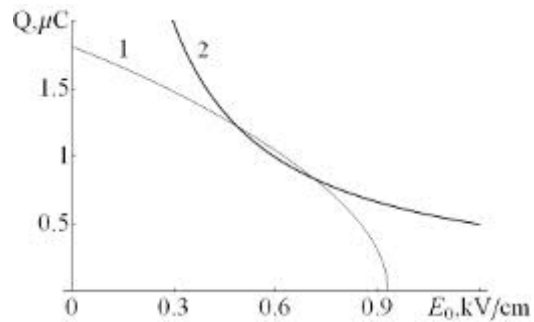


Рис. 1г. То же самое, что на рис.1а, но при $R = 20$ см

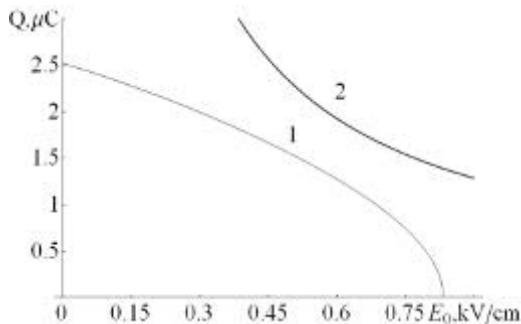


Рис. 1д. То же самое, что на рис.1а, но при $R = 25$ см

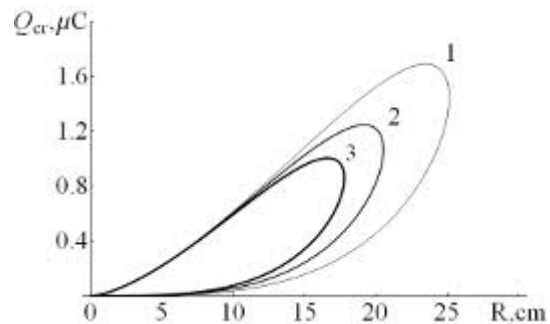


Рис. 1е. Зависимость критических значений заряда плавающей ШМ от радиуса при $\sigma = 73$ dyne/cm, $g = 980.7$ cm/s², $\rho_{ex} = 0.0012$ g/cm³: 1 – $\rho/\rho_{ex} = 1.1$, 2 – $\rho/\rho_{ex} = 1.15$, 3 – $\rho/\rho_{ex} = 1.2$

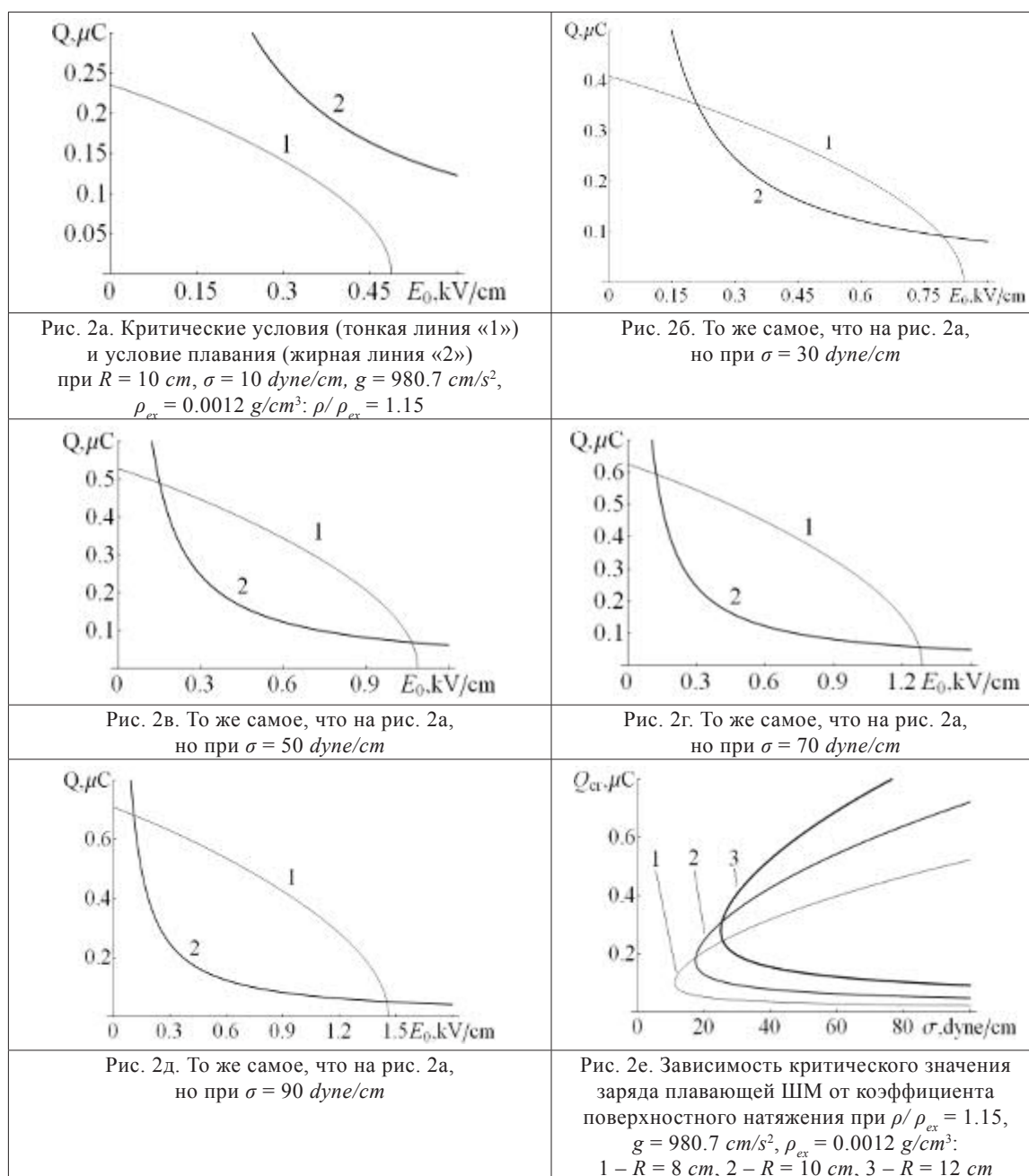
Нетрудно заметить, что условие неподвижности капли, полученное в [11], полностью совпадает с полученным нами условием плавания ШМ:

$$\eta = 3\sqrt{\frac{W_w}{\pi}}; \quad g = \frac{3QE_0}{4\pi R^3(\rho - \rho_{ex})}. \quad (2)$$

На рис. 1а представлены кривые, соответствующие критическому условию и условию плавания (номер кривой совпадает с номером условия) при значении радиуса ШМ $R = 5 \text{ см}$, коэффициента поверхностного натяжения $\sigma = 73 \text{ dyne/cm}$, ускорения свободного падения $g = 980.7 \text{ cm/s}^2$, плотности воздуха $\rho_{ex} = 0.0012 \text{ g/cm}^3$ и безразмерной плотности вещества ШМ $\rho/\rho_{ex} = 1.15$. Область, находящаяся под линией «1», соответствует условиям устойчивости, над линией «1» – условиям неустойчивости. Однако шаровая молния будет «висеть в воздухе» только при значениях собственного заряда шаровой молнии Q и напряженности внешнего электростатического поля E_0 , которые удовлетворяют условию плавания (2), то есть лежат на кривой «2». Смещение значений Q и E_0 с кривой «2» приведет к нарушению равновесия между архимедовой, кулоновской и гравитационной силами. График построен для положительных значений зарядов шаровой молнии. В качестве положительного направления линий напряженности электростатического поля выбрано направление вверх (от Земли), так что сила Кулона направлена вверх. Таким образом, при значениях Q и E_0 , находящихся под линией «2», гравитационная сила окажется нескомпенсированной и шаровая молния будет опускаться к Земле; при значениях Q и E_0 , находящихся над линией «2», – подниматься вверх от Земли. При смене знака заряда шаровой молнии, или направления линий напряженности на противоположные, или при изменении значения плотности вещества шаровой молнии на меньшую плотность воздуха ситуация меняется «с точностью до наоборот»: при значениях Q и E_0 , находящихся под линией «2», – подниматься вверх от Земли, при значениях Q и E_0 , находящихся над линией «2», – опускаться к Земле. Как видно из рис. 1, «висящая» в воздухе шаровая молния имеет две критических точки (точки пересечения с кривой «1»): одна соответствует сильному собственному заряду и слабому внешнему полю, другая – слабому собственному заряду и сильному внешнему полю.

На рис. 1б изображено то же самое, что и на рис. 1а, но для значения радиуса шаровой молнии $R = 10 \text{ см}$. Нетрудно заметить, что при увеличении радиуса шаровой молнии область устойчивости смещается в сторону больших зарядов и меньших полей. С увеличением радиуса смещаются критические точки «висящей» шаровой молнии в сторону больших полей и больших зарядов. Аналогичная ситуация на рис. 1в–г ($R = 15 \text{ см}$ и $R = 20 \text{ см}$ соответственно), и при дальнейшем увеличении радиуса шаровой молнии область допустимых значений Q и E_0 , при которых шаровая молния будет неподвижна, уменьшается. И будет уменьшаться до тех пор, пока не останется одна точка, которая будет соответствовать максимально возможному размеру устойчивой шаровой молнии при данных условиях и единственном соотношении Q и E_0 , при котором она будет неподвижна. При $R = 25 \text{ см}$ (рис. 1д) устойчивая ШМ не может быть неподвижной.

На рис. 1е изображена зависимость критических значений собственного заряда ШМ от её радиуса, то есть множество решений системы уравнений (1) и (2), построенных в зависимости от R , при $\sigma = 73 \text{ dyne/cm}$, $g = 980.7 \text{ cm/s}^2$, $\rho_{ex} = 0.0012 \text{ g/cm}^3$, $\rho/\rho_{ex} = 1.1$ (график «1»), $\rho/\rho_{ex} = 1.15$ (график «2») и $\rho/\rho_{ex} = 1.2$ (график «3»). Из графика видно, что при определенных внешних параметрах системы плавающая ШМ имеет максимальный радиус, при котором она будет устойчива (в противном случае она взрывается), причем чем сильнее плотность вещества шаровой молнии отличается от плотности воздуха, тем меньше критический радиус.



На рис. 2а–г изображены кривые, соответствующие критическому условию и условию плавания (номер кривой совпадает с номером условия) при значении радиуса шаровой молнии $R = 10 \text{ cm}$, ускорения свободного падения $g = 980.7 \text{ cm/s}^2$, плотности воздуха $\rho_{ex} = 0.0012 \text{ g/cm}^3$, безразмерной плотности вещества шаровой молнии $\rho/\rho_{ex} = 1.15$ и при различных значениях коэффициента поверхностного натяжения σ . Как видно из графиков, σ не влияет на условие неподвижности шаровой молнии, что также очевидно из условия (2). При увеличении коэффициента поверхностного натяжения область устойчивости шаровой молнии увеличивается. Таким образом, устойчивая шаровая молния должна иметь минимальное значение коэффициента поверхностного натяжения, которому соответствует единственное соотношение Q и E_0 , при котором она будет неподвижна. Подтверждение данного положения проиллюстрировано на рис. 2е, на котором изображена зависимость критических значений собственного заряда ШМ от коэффициента поверхностного натяжения, то есть множество решений системы уравнений (1) и (2), построенных

в зависимости от σ , при $g = 980.7 \text{ cm/s}^2$, $\rho_{ex} = 0.0012 \text{ g/cm}^3$, $\rho/\rho_{ex} = 1.15$, $R = 8 \text{ cm}$ (график «1»), $R = 10 \text{ cm}$ (график «2») и $R = 12 \text{ cm}$ (график «3»), причем чем больше радиус шаровой молнии, тем больше минимальное значение коэффициента поверхностного натяжения ШМ.

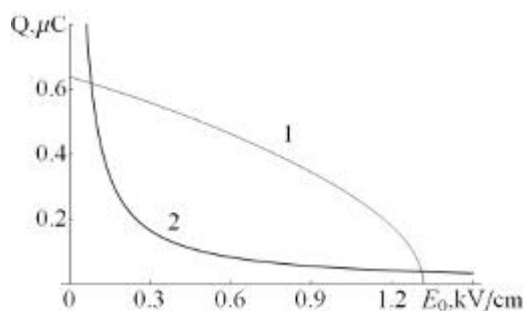


Рис. 3а. Критические условия (тонкая линия «1») и условие плавания (жирная линия «2») при $R = 10 \text{ cm}$, $\sigma = 10 \text{ dyne/cm}$, $g = 980.7 \text{ cm/s}^2$, $\rho_{ex} = 0.0012 \text{ g/cm}^3$: $\rho/\rho_{ex} = 1.1$

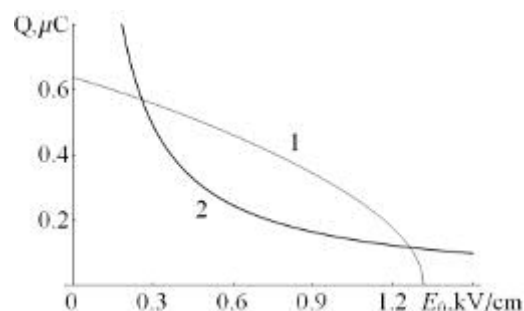


Рис. 3б. То же самое, что на рис.3а, но при $\rho/\rho_{ex} = 1.3$

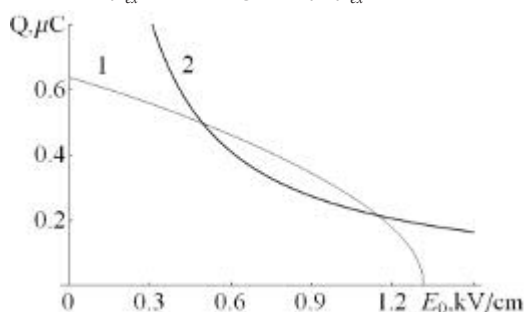


Рис. 3в. То же самое, что на рис.3а, но при $\rho/\rho_{ex} = 1.5$

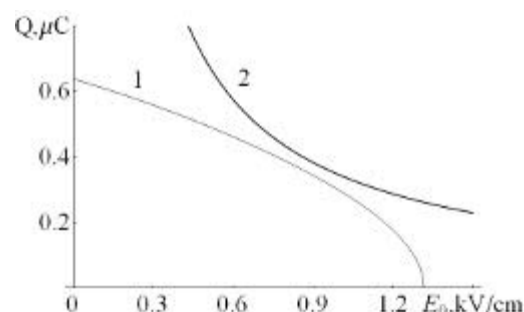


Рис. 3г. То же самое, что на рис.3а, но при $\rho/\rho_{ex} = 1.7$

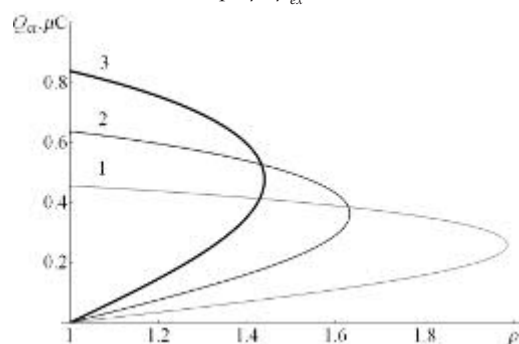


Рис.3д. Зависимость критического значения заряда плавающей ШМ от относительной плотности вещества ШМ при $\sigma = 73 \text{ dyne/cm}$, $g = 980.7 \text{ cm/s}^2$, $\rho_{ex} = 0.0012 \text{ g/cm}^3$: 1 – $R = 8 \text{ cm}$, 2 – $R = 10 \text{ cm}$, 3 – $R = 12 \text{ cm}$.

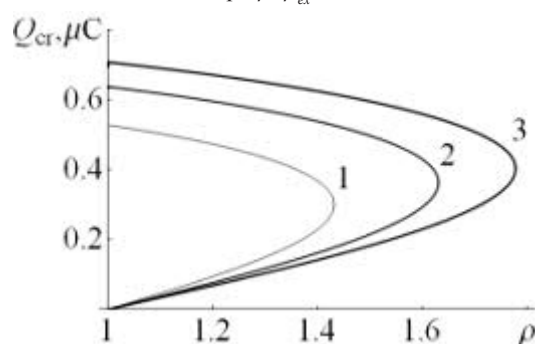


Рис.3е. Зависимость критического значения заряда плавающей ШМ от относительной плотности вещества ШМ при $R = 10 \text{ cm}$, $g = 980.7 \text{ cm/s}^2$, $\rho_{ex} = 0.0012 \text{ g/cm}^3$: 1 – $\sigma = 50 \text{ dyne/cm}$, 2 – $\sigma = 73 \text{ dyne/cm}$, 3 – $\sigma = 90 \text{ dyne/cm}$

На рис. 3а-г изображены кривые, соответствующие критическому условию и условию плавания (номер кривой совпадает с номером условия) при значении радиуса шаровой молнии $R = 10 \text{ cm}$, коэффициента поверхностного натяжения $\sigma = 73 \text{ dyne/cm}$, ускорения свободного падения $g = 980.7 \text{ cm/s}^2$, плотности воздуха $\rho_{ex} = 0.0012 \text{ g/cm}^3$ и различных значениях безразмерной плотности вещества шаровой молнии ρ/ρ_{ex} . Как видно из рисунков, изменение относительной плотности вещества шаровой молнии не влияет на область устойчивости, но сказывается на условии плавания шаровой молнии. При увеличении плотности вещества шаровой

молнии разброс значений Q и E_0 , при которых шаровая молния остается неподвижной, уменьшается. Таким образом, устойчивая шаровая молния обладает максимальным значением плотности вещества, причем близким к плотности воздуха, которому соответствует единственное соотношение Q и E_0 , при котором она будет неподвижна. Поскольку плотность вещества шаровой молнии может быть меньше плотности воздуха, то для того чтобы равновесие сохранилось необходимо поменять либо знак собственного заряда шаровой молнии, либо направление линий напряженности внешнего электростатического поля.

На рис. 3д изображена зависимость критических значений собственного заряда ШМ от относительной плотности вещества ШМ, то есть, множество решений системы уравнений (1) и (2) построенные в зависимости от ρ , при $\sigma = 73 \text{ dyne/cm}$, $g = 980.7 \text{ cm/s}^2$, $\rho_{ex} = 0.0012 \text{ g/cm}^3$, $R = 8 \text{ cm}$, (график «1»), $R = 10 \text{ cm}$ (график «2») и $R = 12 \text{ cm}$ (график «3»). Не сложно заметить, что при определенных параметрах системы плавающая ШМ имеет максимальное значение плотности, при превышении которого реализуется неустойчивость сферической поверхности (ШМ взрывается). Аналогичные выводы следуют из рис.3е, на котором изображена зависимость критических значений собственного заряда ШМ от относительной плотности вещества ШМ, то есть, множество решений системы уравнений (1) и (2) построенные в зависимости от ρ , при $R = 10 \text{ cm}$, $g = 980.7 \text{ cm/s}^2$, $\rho_{ex} = 0.0012 \text{ g/cm}^3$, $\sigma = 50 \text{ dyne/cm}$ (график «1»), $\sigma = 73 \text{ dyne/cm}$ (график «2») и $\sigma = 90 \text{ dyne/cm}$ (график «3»), причем, чем больше значение коэффициента поверхностного натяжения у ШМ, тем больше критическое значение плотности вещества ШМ.

Ссылки

1. Леонов Р. А. Загадка шаровой молнии. М.: Наука, 1965. 78 с.
2. Brand W. Der Kugelblitz. Probleme der Kosmischen Physik . Hamburg: H. Grand, 1923. 170 p.
3. Имянитов И. М., Тихий Д. Я. За гранью закона. Л.: Гидрометеиздат, 1967. 141 с.
4. Сингер С. Природа шаровой молнии: пер. с англ. М.: Мир, 1973. 239 с.
5. Стаханов И. П. Физическая природа шаровой молнии. М.: Атомиздат, 1979. 242 с.
6. Барри Дж. Шаровая молния и чёточная молния: пер. с англ. М.: Мир, 1983. 285 с.
7. Григорьев А. И. Шаровая молния. Ярославль: ЯрГУ, 2010. 200 с.
8. Rayle W. D. Ball lightning characteristics. Rept. N.A.S.A., T.N.O. 3188. 1966.
9. McNally J. R. Jr. Preliminary report on the ball lightning Second Annual Meeting of the Division of Plasma Physics of the American Physical Society. Gatlinburg, 1960. № 2–5. Paper J–15. P. 1–25.
10. Григорьев А. И., Петрушов Н. А., Ширяева С. О. О нескомпенсированном электрическом заряде шаровой молнии // XI Международная конференция «Волновая электрогидродинамика проводящей жидкости. Долгоживущие плазменные образования и малоизученные формы естественных электрических разрядов в атмосфере», 04 – 07 июля 2015 года: сб. тр. Ярославль: ЯрГУ, 2015. С. 50–65.
11. Григорьев А. И., Ширяева С. О., Белавина Е. И. Равновесная форма заряженной капли в электрическом и гравитационном полях // ЖТФ. 1989. Т. 59, вып. 6. С. 27–34.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА УСИЛЕНИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ НА ОСНОВЕ СИСТЕМЫ МАТЕРИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В СРЕДЕ НА ОСНОВЕ НЕВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ НАНОТРУБОК

Д. А. Пешков, А. В. Апороски, Н. Р. Садыков

*Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Россия, г. Снежинск Челябинской области
E-mail: sfti@mephi.ru*

Для совокупности массивов удлиненных параллельных углеродных нанотрубок типа зигзаг на основе двухточечной элементарной фазовой ячейки теоретически рассмотрен на основе квантового подхода механизм генерирования терагерцового излучения с длиной волны $\lambda \approx 50 \text{ мкм}, 100 \text{ мкм}, 150 \text{ мкм}$. Нанотрубки ориентированы вдоль поля излучения. Показано, что при объемной доле $c_0 = 10^{-5}$ коэффициент усиления будет порядка $\Gamma \approx 2 \text{ мм}^{-1}$. Накачку среды при значениях $k_B T \approx 0.01 \text{ эВ}$ можно произвести либо с помощью нестационарного электрического поля с крутым передним фронтом, либо с использованием сверхкоротких импульсов терагерцового излучения с несущей частотой, соответствующей частоте перехода $\Delta \varepsilon_{k,k-1} / \hbar$. Несмотря на то что спектр УНТ является эквидистантным, показано, что в системе на основе массива УНТ из-за большого значения силы осциллятора («силы» перехода) можно рассмотреть задачу генерирования когерентного излучения, в результате многокаскадных переходов. На основе полученных теоретических результатов проведены численные расчеты по усилению излучения.

Терагерцовое (THz) излучение, как правило, имеет низкую выходную мощность и пиковую интенсивность генерируемого излучения. Типичные значения энергии генерируемых THz-импульсов лежат в диапазоне от пико- до наноджоулей, средней мощности – от нано- до микроватт, напряженности электромагнитного поля – от нескольких единиц до нескольких десятков кВ/см. Лишь на уникальных источниках THz-излучения удастся достичь амплитуд напряженности электромагнитного поля в несколько сотен кВ/см [1]. Поэтому задача по исследованию процессов генерации ТГц-излучения при напряженности поля масштаба $\sim 10 \text{ кВ/см}$ является актуальной. В данной работе рассмотрим механизм возбуждения нелинейной среды на основе массива параллельно ориентированных невзаимодействующих нанотрубок типа «зигзага» для генерации THz-излучения. Исследуем влияние эквидистантного спектра уединенной нанотрубки на излучающие и поглощающие свойства системы из УНТ.

В [2, 3] было показано, что в УНТ произвольного типа (в [4] рассмотрен случай УНТ типа зигзаг) с металлическим типом проводимости уровни энергии вблизи поверхности Ферми не зависят от величины продольного электрического поля E_z :

$$\bar{\varepsilon}_k = \sqrt{3} \pi \gamma_0 a (1 + 2k) / 4L, \quad (1)$$

где $k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \dots$, $eE_z L / (2\sqrt{3} \gamma_0) \ll 1$; L – длина нанотрубки, $\gamma_0 = 2.7 \text{ эВ}$ – интеграл перескока, $a = \sqrt{3} b$, $b = 0.142 \text{ нм}$ – расстояние между атомами углерода

в графене. Было также показано, что значение матричного элемента дипольного момента $(d_z)_{k,k-1}$ не зависит от величины продольного поля и от индекса k :

$$d_0 = (d_z)_{k,k-1} = \langle k | \hat{d}_z | k-1 \rangle = e(z)_{k,k-1}, \quad (z)_{k,k-1} = -2L / \pi^2, \quad (2)$$

где индекс «z» у оператора дипольного момента означает z-компоненту. Из (1) видно, что спектр УНТ является эквидистантным. Из квантовой механики известно, что в случае линейного осциллятора излучение может только поглощаться. В [2–4] показано, что, несмотря на эквидистантный спектр в уединенной УНТ при определенных значениях накачки в системе на основе массива УНТ, из-за большого значения силы осциллятора («силы» перехода) можно рассмотреть задачу генерирования терагерцового излучения в результате многокаскадных переходов. В данной работе приведем результаты моделирования генерации излучения в среде на основе совокупности массивов из удлинённых параллельных углеродных нанотрубок типа зигзаг (см. рис. 1).

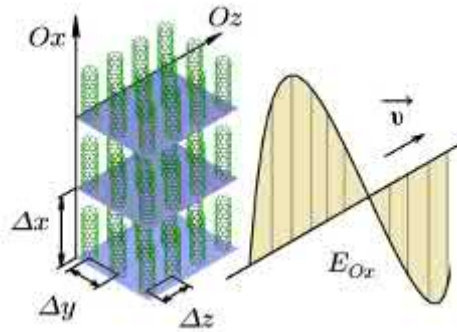


Рис. 1. Фрагмент среды на основе совокупности массивов

Была проведена серия расчетов на основе системы материальных уравнений в приближении медленно меняющихся амплитуд [2–4]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{E}}{\partial t} + \frac{1}{2\tau_c} \tilde{E} &= i \frac{\omega}{2\varepsilon\varepsilon_0} \tilde{P}, \quad \frac{\partial \tilde{P}}{\partial t} + \left(\frac{1}{T_2} - i(\Omega - \omega) \right) \tilde{P} = -i \frac{|d_0|^2}{3\hbar} N \tilde{E}, \\ \frac{\partial N}{\partial t} + \frac{N - N_0}{T_1} &= \frac{2}{\hbar\Omega} E_z \frac{\partial P_z}{\partial t} = \frac{2}{\hbar\Omega} \frac{i\omega}{4} (\tilde{E}\tilde{P}^* - \tilde{E}^*\tilde{P}), \end{aligned} \quad (3)$$

$$P_z = (\tilde{P}/2) \exp(-i\Omega t) + \text{компл. сопр.}, \quad E_z = (\tilde{E}/2) \exp(-i\omega t) + \text{компл. сопр.},$$

где выражение «компл. сопр.» означает «комплексно сопряженная величина» ε , ε_0 — соответственно электрическая проницаемость и электрическая постоянная; в уравнениях (3), в отличие от [24], существует связь между индукцией и поляризацией $D_z = \varepsilon\varepsilon_0 E_z + P_z$.

Программа реализована на основе расщепления по физическим процессам, где при переходе со слоя m на слой $m+1$ по неявной схеме последовательно рассчитывались соответственно переменные $\tilde{E}$, $\tilde{P}$, N . Для начальных значений полагалось, что $\tilde{E}(t=0) = 0$.

В расчетах по усилению излучения полагалось $T_1 = 10^{-11}$ с, $T_2 = 10^{-12}$ с, $\varepsilon = 1$, $N_0 = -6 \cdot 10^{18} \text{ м}^{-3}$. На рис.2 а, б, в. приведены зависимости величины $W = \varepsilon_0 |E|^2 / 2$ и $\Sigma = \hbar\Omega N / 2 + \varepsilon\varepsilon_0 |\tilde{E}|^2 / 2$ от времени t при $T_1 = 10^{-11}$ с, $T_2 = 10^{-12}$ с, $\varepsilon = 1$ в массиве параллельных не взаимодействующих друг с другом одинаковых нанотрубок. Кривым 1, 2 и 3 соответствуют случаи $N(t=0) = 2 \times 10^{20} \text{ м}^{-3}$, $N(t=0) = 4 \times 10^{20} \text{ м}^{-3}$ и $N(t=0) = 6 \times 10^{20} \text{ м}^{-3}$ при $\tilde{E} = 0$. Кривые 4, 5 и 6 — функциональные зависимости Σ от времени (соответствуют кривым 1, 2 и 3). На рис. 2а — длина нанотрубок

$L = 150 \text{ nm}$, на рис. 2б – $L = 100 \text{ nm}$, на рис. 2в – $L = 50 \text{ nm}$. Величина W представляет плотность энергии генерируемого излучения, а величина Σ при $\tau \rightarrow \infty$, $T_1 \rightarrow \infty$, $T_2 \rightarrow \infty$ отражает закон сохранения энергии

$$\Sigma = \hbar\Omega N/2 + W = \text{const}. \quad (4)$$

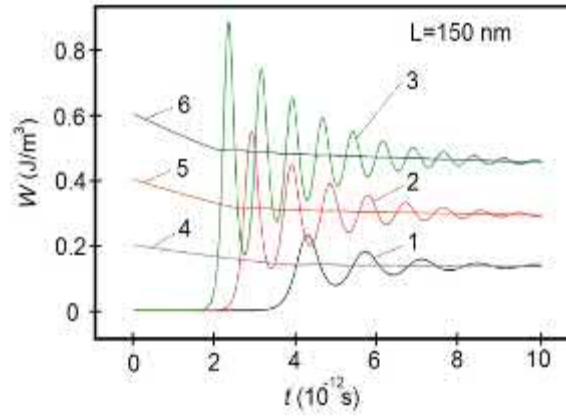


Рис. 2а. Зависимость плотности энергии излучения W и Σ от времени t

На рис. 2а,б,в величина W совершает периодические колебания и выходит со временем на стационарное положительное значение (совпадает с величиной Σ).

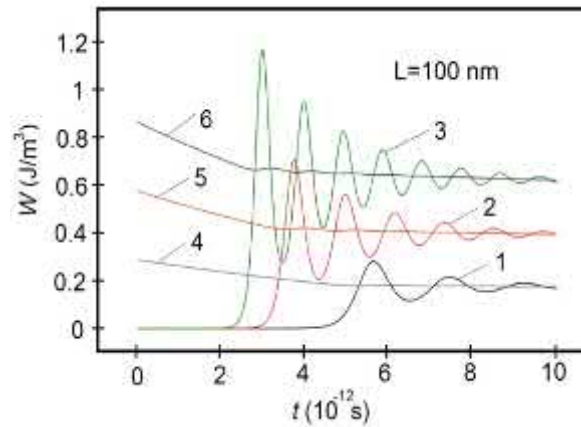


Рис. 2б. Зависимость плотности энергии излучения W и Σ от времени .

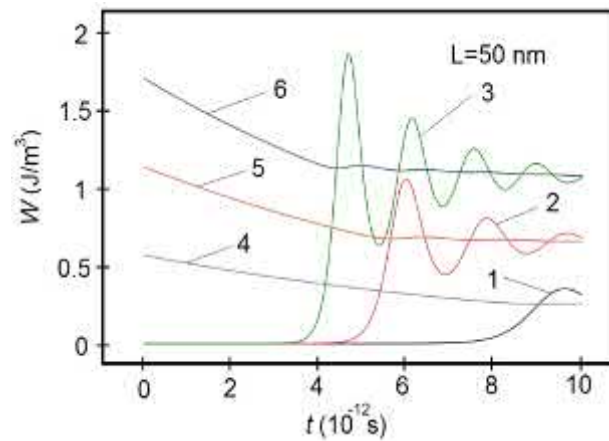


Рис. 2в. Зависимость плотности энергии излучения W и Σ от времени t

Величина N в соответствии с (5) также совершает периодические колебания, но в противофазе по отношению к величине W . Это следует из результатов расчетов приведенных на рис. 3. Периодические колебания N следуют также из рис. 2 а, б, в. Действительно, поскольку величина Σ является практически постоянной величиной, то из (5) следует, что величина N будет совершать периодические колебания в противофазе по отношению к величине W . На рис. 3 приведена зависимость инверсии населенностей N от времени t для нанотрубок длиной $L = 50$ nm, кривые 1, 2 и 3 соответствуют случаю $N(t=0) = 2 \times 10^{20} \text{ m}^{-3}$, $N(t=0) = 4 \times 10^{20} \text{ m}^{-3}$ и $N(t=0) = 6 \times 10^{20} \text{ m}^{-3}$.

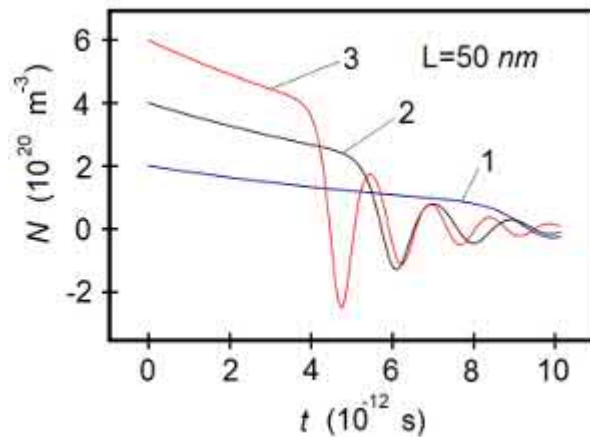


Рис. 3. Зависимость инверсии населенностей N от времени t

Таким образом из результатов расчетов в модели двухуровневой системы следует, что для массива УНТ длиной $L = 50, 100, 150$ nm возможен механизм генерации терагерцового излучения с длиной волны $\lambda \approx 33, 65, 98$ mkm соответственно. Поскольку согласно с (1) и (2) $\omega \sim 1/L$, $(d_z)_{k,k-1} \sim L$, а для величины имеет место $N(t=0) \sim c_0/L$, то из (4) следует, что коэффициент усиления излучения $\Gamma = \Theta_1/c \sim c_0$ не зависит от длины УНТ, т. е. зависит только от объемной доли УНТ c_0 . Предположим, что для одного электрона в рассматриваемом состоянии инверсия состояний равна 0.1. Из (4) следует, что при объемной доле наночастиц $c_0 = 10^{-5}$ коэффициент усиления для рассмотренных в работе УНТ длиной $L = 50, 100, 150$ nm составит (см. [5, 6]) $\Gamma = \Theta_1/c \approx 2 \times 10^3 \text{ m}^{-1} = 2 \text{ mm}^{-1}$.

Ссылки

1. Гарнов С. В., Щербаков И. А. // УФН. 2011. Т. 181, № 1. С. 97–102.
2. Садыков Н. Р. // ЖТФ. 2014. Т. 84, вып. 8. С. 88–92.
3. Садыков Н. Р. // Теоретическая и математическая физика. 2014. Т. 180, № 3. С. 368–381.
4. Садыков Н. Р., Скоркин Н. А. // ЖТФ. 2013. Т. 83, вып. 5. С. 1–5.

ДОЛГОЖИВУЩИЕ СВЕТЯЩИЕСЯ ОБРАЗОВАНИЯ, ВОЗНИКАЮЩИЕ ПРИ ЭРОЗИОННОМ РАЗРЯДЕ С ЭЛЕКТРОДАМИ ИЗ СПЛАВОВ ОЛОВА*

**А. Л. Пирозерский¹, В. Ю. Михайловский², А. И. Недбай¹, Е. Л. Лебедева¹,
Б. Ф. Борисов¹, А. С. Хомутова¹**

¹ Санкт-Петербургский государственный университет, физический факультет,
Санкт-Петербург

² Санкт-Петербургский государственный университет,
МРЦ по направлению «Нанотехнологии», Санкт-Петербург
E-mail: piroz@yandex.ru

1. Введение

Выяснение физической природы шаровой молнии (ШМ) является одной из наиболее интересных нерешенных задач современной науки. Один из подходов к ее решению связан с экспериментальным моделированием шаровой молнии с помощью различных типов электрических разрядов, приводящих к возникновению долгоживущих плазменных образований (ДПО). Получаемые в подобных экспериментах ДПО можно условно разделить на два класса. Первый – это газопылевые ДПО с низкой плотностью энергии, которые могут быть получены несколькими способами (см. [1–3] и ссылки в них). В начале своего существования они внешне напоминают природную шаровую молнию, а именно имеют квазисферическую форму, средний диаметр порядка 10 см и достаточно яркое свечение. Однако, в отличие от естественного феномена, они всегда релаксируют и не могут взрываться.

Второй класс ДПО составляют объекты небольшого размера (обычно менее 1 см), обладающие высокой плотностью энергии (см. [4–10] и ссылки в них). Среди наиболее важных достижений в разработке методов получения и исследовании подобных объектов необходимо отметить работу [4], в которой описаны несколько типов энергоемких ДПО, возникающих при взаимодействии эрозионной метастабильной плазмы с металлом и полимером.

Один тип автономных объектов, полученных и исследованных в [4], – это так называемые «скачущие шарики» (СШ). Они возникали при воздействии струи эрозионной плазмы, создаваемой капиллярным разрядником из полиметилметакрилата, на оловянный анод. СШ имели диаметр около 1–2 мм и ярко светились красновато-желтым светом. После падения на поверхность лабораторного стола они прыгали вверх-вниз до 50 раз с постепенным уменьшением высоты подскока. Объекты оставляли за собой «хвосты» из аэрогеля, которые не расплывались в воздухе подобно дыму, а, наоборот, сжимались в тонкие нити. Исследование аэрогеля под микроскопом

** Работа выполнена при частичной финансовой поддержке СПбГУ. Авторы благодарят Междисциплинарный ресурсный центр по направлению «Нанотехнологии» Санкт-Петербургского государственного университета за проведенные исследования по сканирующей электронной микроскопии.*

© Пирозерский А. Л., 2015

© Михайловский В. Ю., 2015

© Недбай А. И., 2015

© Лебедева Е. Л., 2015

© Борисов Б. Ф., 2015

© Хомутова А. С., 2015

показало наличие сетчатой структуры из цепочек и агломератов частиц двух типов, различавшихся цветом. В работе [4] дается качественное описание физической природы СШ. Вместе с тем остался ряд открытых вопросов, в частности природа возбужденных состояний, величина плотности энергии, механизмы метастабильности, роль полимерной матрицы и др.

В недавно опубликованной работе [11] был предложен новый способ получения автономных светящихся объектов, похожих практически по всем параметрам на СШ из работы [4]. Проведены исследования динамики объектов с помощью высокоскоростной видеосъемки, изучено взаимодействие объектов с различными мишенями. Методами оптической и электронной микроскопии в широком диапазоне масштабов исследована структура аэрогеля, образующегося в активной фазе существования СШ.

В настоящем докладе мы представляем данные, полученные нами в [11], а также приводим некоторые новые результаты.

2. Эксперимент

Конструкция разрядника включала в себя две регулируемые диэлектрические опоры, установленные на диэлектрическом основании. На опорах были закреплены металлические направляющие, в которые устанавливались отрезки проволоки припоя на основе олова длиной 5-10 см (если не указано другое, использовалась проволока медно-оловянного припоя 97% Sn : 3% Cu диаметром 2 мм). Электроды выравнивались вдоль одной прямой, горизонтально друг напротив друга, с межэлектродным промежутком ~12 мм. Вся конструкция крепилась на диэлектрической стойке на расстоянии 20–40 см от поверхности лабораторного стола.

Разрядная цепь состояла из емкостного накопителя 1000 мкФ х 5 кВ, дросселя с индуктивностью 2 мГн, совмещенного с импульсным поджигающим трансформатором, и разрядника. При используемых начальных напряжениях емкостного накопителя от 1.6 до 4 кВ запасенная энергия составляла, соответственно, от 1.28 до 8 кДж.

Обычная видеосъемка производилась видеокамерой SONY HDR-NC9 со скоростью 50 полей в секунду при разрешении 720х576. Параллельно проводилась скоростная видеосъемка с помощью фотоаппарата Nikon 1 S1 (разрешение 640х240 при скорости 400 кадров/сек или 320х120 при скорости 1200 кадров/сек). Для исследований методом оптической микроскопии использовался цифровой USB-микроскоп «Микмед 2000R», обеспечивающий максимальное увеличение 200^x и позволяющий получать изображения с разрешением 1600х1200 пикселей.

Исследования методом сканирующей электронной микроскопии проводились в МРЦ по направлению «Нанотехнологии» СПбГУ на сканирующем электронном микроскопе Zeiss Merlin с полевым эмиссионным катодом. Ускоряющее напряжение было около 8 кВ, использовался детектор вторичных электронов In-lens.

3. Результаты и обсуждение

На рис.1 представлены кадры видеозаписи типичного эксперимента. При начальном напряжении накопителя 2.9 кВ длительность разряда была ~ 25 мс, остаточное напряжение не превышало 50 В. После обрыва тока был виден светящийся плазмод (рис. 1а) и множество быстро летящих ярких искроподобных объектов, за которыми тянулись голубовато-серые нитевидные «хвосты». Яркость плазмоида быстро уменьшалась, и через ~50 мс он превращался в пылевое облако, которое рассеивалось в течение нескольких сотен миллисекунд. Искроподобные объекты падали на поверхность лабораторного стола. После падения они двигались по по-

верхности либо скользя, либо подпрыгивая на высоту до нескольких сантиметров. Некоторые СШ разделялись на две и более частей.



Рис. 1. Кадры видеозаписи одного из экспериментов по получению «скачущих шариков», снятые через ~20 мс (а) и ~280 мс (б) после обрыва тока (для снимка (б) проведена коррекция яркости, чтобы показать аэрогелевые «хвосты», тянущиеся за объектами)

Важно отметить, что объекты проявляли активную динамику, т. е. имели некий источник внутренней энергии, которая превращалась в механическую. Это проявлялось, в частности, в том, что высота подскоков могла возрастать, «скользящий» объект мог вдруг начать подпрыгивать, и участки скольжения и подскоков могли чередоваться.

На рис. 2 представлен кадр скоростной видеозаписи, показывающий СШ крупным планом. Видно, что объекты имеют кометообразную форму с ярким квазисферическим ядром и выраженным хвостом, напоминающим дым.



Рис. 2. Кадр скоростной видеозаписи, показывающий скачущие шарики крупным планом (1080 мс после обрыва тока)

Однако, в отличие от дыма, «хвосты» не рассеивались в атмосфере, а, наоборот, сжимались в тонкие нити, которые далее разрывались на небольшие куски и частично закручивались в клубки за счет турбулентности. Образовавшиеся фрагменты летали в воздухе несколько минут, оседая, в конце концов, на окружающие предметы.

При столкновении с предметами СШ оставляют следы и/или повреждения, характер которых зависит от материала, из которого изготовлен предмет (рис. 3). На поверхности бумаги остаются темные следы, имеющие вид, характерный для ожога от сильно нагретого предмета. По форме это либо округлые пятна в местах отскока СШ от поверхности, либо, в случае скольжения объектов, линии (рис. 3а). На поверхности гетинакса скачущие шарики оставляют следы сложной структуры (рис. 3б). При этом следы легко удаляются при вытирании тканью. Скачущие шарики

могут прожигать тонкие металлические фольги. В частности, СШ почти всегда прожигали алюминиевую фольгу толщиной 9 мкм (рис. 3с). В некоторых случаях объекты прожигали и медную фольгу толщиной 40 мкм.



Рис. 3. Следы и повреждения, оставленные скачущими шариками на различных материалах:
(а) – на координатной бумаге; (b) – на поверхности гетинакса;
(с) – на алюминиевой фольге толщиной 9 микрон

Время жизни объектов (длительность активной фазы) достигало 8 секунд. Прекращение активности объектов происходило по одному из следующих сценариев: 1) высота подскоков начинала достаточно быстро уменьшаться, с возможным дальнейшим изменением характера движения СШ от скачков к скольжению, и затем свечение объекта прекращалось; 2) высота (последнего) подскока вдруг резко увеличивалась и объект гаснул, как правило еще не достигнув поверхности стола. Остатки потерявшего активность объекта представляли собой твердые образования различной формы – от почти сферической до неправильной. Их поверхность, как правило, имела вид растрескавшейся корки, в некоторых частях пронизанной отверстиями (рис. 4а). Под электронным микроскопом видно, что поверхность остатков СШ очень неоднородна по структуре и состоит как бы из «плит» различной морфологии (рис. 4b). На некоторых участках поверхности иногда присутствовали кусочки аэрогеля, напоминающие по структуре минеральную вату. При более высоком увеличении (рис. 5а) видно, что они представляют скопления наночастиц, которые либо связаны между собой нитевидными образованиями (нановискерами), либо образуют агломераты. Характерные размеры наночастиц заключены в диапазоне 40–100 нм. Наночастицы имеют неправильную форму, на некоторых из них при большом увеличении отчетливо различимы грани и ребра, что предполагает наличие у них кристаллической структуры.

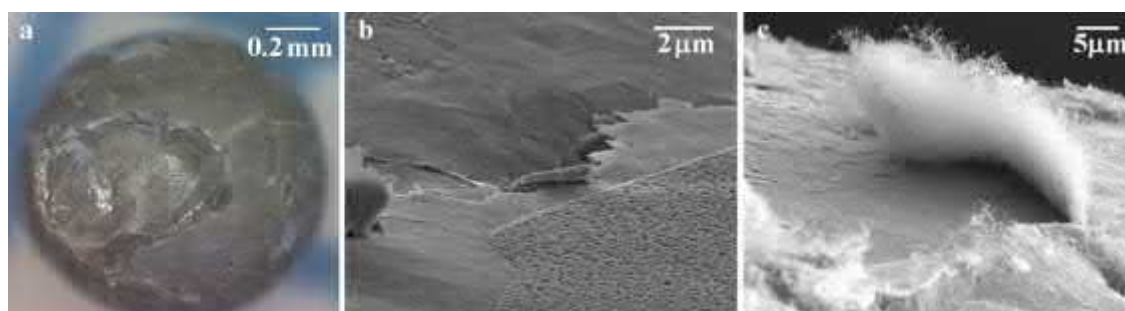


Рис. 4. Остатки потерявших активность скачущих шариков: (а) – изображение одного из остатков СШ, полученное с помощью оптического микроскопа; (b) – SEM-изображение участка поверхности (другого остатка СШ); (с) – SEM-изображение слоя аэрогеля на одном из участков поверхности остатка СШ (тот же объект, что и на изображении (b))

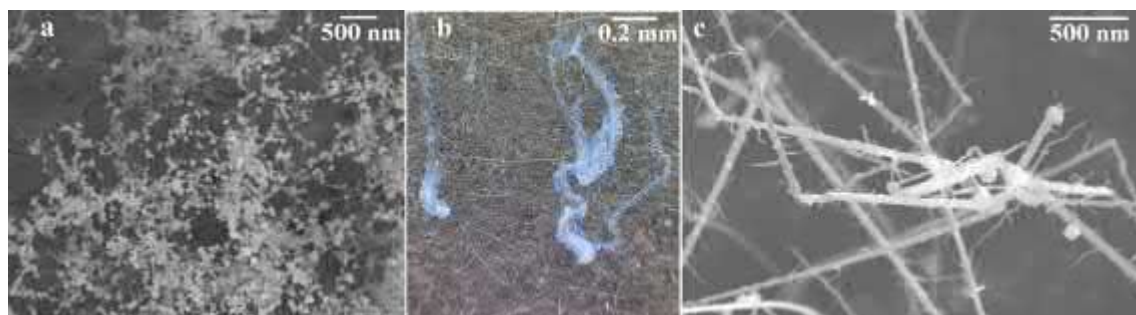


Рис. 5. (a) – SEM-изображение аэрогеля на поверхности остатка СШ при большом увеличении; (b) – Оптическое изображение волокон аэрогеля, осевших на поверхности листа черной бумаги, установленного вблизи разрядника; (c) – SEM-изображение нановискеров, образующих аэрогелевые «хвосты» СШ

Как отмечалось выше, за СШ остаются аэрогелевые «хвосты». На рис 5(b) представлен снимок аэрогелевых волокон, осевших на поверхности черной бумаги, полученный с помощью оптического микроскопа. Видно, что тонкие участки волокон имеют диаметр менее 0.1 мм. Структура аэрогеля исследовалась методом сканирующей электронной микроскопии. Эти исследования показали, что в соответствующем диапазоне масштабов аэрогель можно рассматривать как стохастический фрактал [11]. На SEM-изображениях высокого разрешения (рис. 5c) детально видна сложная структура нановискеров, образующих аэрогель. В первую очередь обращают на себя внимание их зигзагообразная форма и наличие более мелких боковых отростков, также имеющих зигзагообразную форму. Диаметр крупных нановискеров составляет в среднем 50–70 нм, длина — до микрона и более. Боковые отростки обычно имеют диаметр 5–20 нм.

В работе [11] предложена следующая модель, уточняющая и дополняющая качественное объяснение физической природы СШ, приведенное в [4].

После пробоя межэлектродного промежутка и возникновения нестационарного дугового разряда происходит нагрев и интенсивная эрозия электродов, материал которых попадает в плазму как в виде пара, так и в виде жидких капель. Происходит некий процесс «заряжения» и активации вещества химически активной плазмой, механизмы которого пока не известны. При данном процессе предполагается переход вкладываемой в разряд электрической энергии в другие виды, в частности в коллективные возбуждения электронной подсистемы, энергию многозарядных ионов, свободных радикалов и т. п. Начинается процесс неравновесного горения капелек олова, сопровождающийся образованием оксида олова SnO_2 (возможно, с промежуточным образованием SnO и дальнейшим его окислением). Поскольку температура плавления SnO_2 составляет ~ 1903 К, в то время как температура плавления самого олова около 505 К, образовавшийся SnO_2 может не только формировать аэрогелевый «след» объекта, но и осаждаться в твердой фазе на поверхности расплавленного металла, образуя слои, затрудняющие поступление кислорода к поверхности скачущего шарика. (Отметим, что образование нитевидных кристаллов при испарении олова в разряженной кислородно-аргоновой смеси наблюдалось в работах [12,13]). При ударе о поверхность лабораторного стола или других предметов происходит механическое разрушение части этого слоя, что приводит к резкому увеличению скорости окисления и интенсивному образованию аэрогеля. Действие избыточного давления и/или реактивной силы приводит к увеличению механической энергии скачущего шарика.

Следует отметить, что до настоящего времени остается открытым вопрос об удельной энергии объектов типа СШ. В работе [4] проведена оценка средней удельной энергии атомов эрозионной плазмы и эффективности энерговложения (т. е. отношения вложенной энергии к вкладываемой) по выделению тепла на металлической мишени. Для эффективности энерговложения (при определенных условиях) получена оценка снизу 60 %. В экспериментах по получению СШ непосредственно измерялась вкладываемая энергия. Рассчитанная средняя удельная энергия оказывалась равной 20–35 эВ/атом. При этом, однако, остается неизвестным доля энергии, переданной собственно СШ. Учитывая большую массу и хорошую теплопроводность электродов, эта доля может оказаться очень небольшой.

В наших экспериментах также измерялись вкладываемая энергия и уменьшение массы электродов. Рассчитанное удельное энерговложение изменялось от 125 до 35 эВ/атом при изменении напряжения накопителя от 1.6 до 4 кВ, причем уменьшение происходило резким скачком в интервале 2–2.5 кВ. Это примерно совпадает с нижним порогом устойчивого образования СШ и соответствует резкому увеличению эрозии электродов. Поэтому нельзя исключить, что полученные оценки удельной энергии атомов являются существенно завышенными из-за того, что не учитывается нагрев электродов и другие возможные потери энергии.

В связи с этим естественно возникает вопрос о том, не сводится ли роль эрозионного разряда лишь к нагреву, диспергированию и инициации горения материала электродов. В настоящее время невозможно строго ни доказать, ни опровергнуть такое предположение. Следующие факты косвенно свидетельствуют о том, что данное предположение неверно.

Во-первых, олово (и его сплавы) легко зажечь, например, с помощью газовой горелки, при этом падающие горящие капли совершенно непохожи на СШ – они не подскакивают, не формируют аэрогель, не оставляют следов и повреждений, подобных тем, которые оставляют СШ.

Во-вторых, против подобного предположения свидетельствует следующее явление, наблюдавшееся нами в одном из экспериментов. В этом опыте вместо сплава Sn-Cu использовался оловянный припой ПОС-60, остальные условия аналогичны описанным в разделе 2. После окончания разряда, длившегося ~25 мс, часть катода длиной около 1 см оказалась изогнута по углу 90 градусов вертикально вниз и достаточно ярко светилась. Свечение затухало в течение около 300 мс, в состоянии минимальной яркости цвет казался темно-красным. Потом яркость стала увеличиваться в течении ~3.6 с, цвет изменился на желто-оранжевый, с электрода вниз стали падать светящиеся капли. Затем яркость стала снова уменьшаться, цвет менялся на более красный. Общее время свечения составило более 10 секунд. На изогнутом конце катода сформировалась «гроздь» мелких желто-оранжевых кристаллов. Описанное явление наблюдалось однократно, воспроизвести его не удалось.

Из данного наблюдения можно сделать следующие выводы.

1. Поскольку изогнутый конец электрода не оторвался, он находился в твердом состоянии, следовательно, его температура должна была быть ниже температуры плавления припоя (здесь следует, однако, учесть возможность образования оксидного каркаса, но в любом случае температура не могла быть слишком большой).

2. Низкая температура электрода предполагает неравновесный характер свечения, и, следовательно, наличие некоего источника внутренней энергии.

3. Из-за высокой теплопроводности металла для поддержания температуры требуется значительные энергозатраты. Вероятно, процесс окисления, идущий при низкой температуре, недостаточно интенсивен, чтобы обеспечить эти энергозатраты

и поддерживать температуру хотя бы на том же уровне (для точного расчета необходимо знать температурные зависимости соответствующих констант скорости реакций окисления; найти эти данные в литературе пока не удалось). Таким образом, мы снова приходим к выводу о необходимости существования дополнительного (кроме химической энергии окисления) источника энергии.

Учитывая сказанное выше, представляется более правдоподобным предположение о наличии некоторого механизма перехода электрической энергии, вкладываемой в разряд, в энергию неравновесных метастабильных возбуждений. Для выяснения природы этих возбуждений и конкретных путей преобразования энергии требуются дальнейшие исследования.

Ссылки

1. Егоров А. И., Степанов С. И., Шабанов Г. Д. Лабораторная демонстрация шаровой молнии // УФН. 2004. Т. 174, № 1. С. 99–101.
2. Емелин С. Е., Пирозерский А. Л. Некоторые вопросы энергоемкой плазменно-химической шаровой молнии // Химическая физика. 2006. Т. 25, № 3. С. 82–88.
3. Emelin S. E., Pirozerski A. L., Vassiliev N. N. Dust-gas fireball as special form of electric erosive discharge afterglow // Proceedings of ISBL-06, 16–19 August 2006, Eindhoven, The Netherlands: Preprint. URL: <http://arxiv.org/abs/physics/0604115>.
4. Емелин С. Е., Семенов В. С., Бычков В. Л., Белишева Н. К., Ковшик А. П. Некоторые объекты, возникающие при взаимодействии электрического разряда с металлом и полимером // ЖТФ. 1997. Т. 67, №3. С. 19–28.
5. Bychkov A. V., Bychkov V. L., Timofeev I. B. Experimental modeling of long-lived shining formations in air on a basis of polymeric organic materials // Zhurnal. Tekh. Fiz. 2004. Vol. 74, № 1. P. 128–133.
6. Piva G. S., Pavão A. C., de Vasconcelos E. A., Mendes O. Jr., da Silva E. F. Jr. Production of ball-lightning-like luminous balls by electrical discharge in silicon // Phys. Rev. Lett. 2007. Vol. 98. P. 048501.
7. Lazarouk S. K., Dolbik A. V., Labunov V. A., and Borisenko V. E. Spherical Plasmoids Formed upon the Combustion and Explosion of Nanostructured Hydrated Silicon // JETP Letters. 2006. Vol. 84, № 11. P. 581–584.
8. Stephan K. D., Massey N. Burning molten metallic spheres: one class of ball lightning? // J. Atmos. Solar-terr. Physics. 2008. Vol. 70. P. 1589–1596.
9. Bychkov V. Artificial and Natural Fireballs as Combustion Objects // IEEE Transactions on Plasma Science. 2010. Vol. 38, № 12. P. 3289–3290.
10. Emelin S. E., Bychkov V. L., Astafiev A. M., Kovshik A. P., and Pirozersky A. L. Plasma Combustion Nature of Artificial Ball Lightning // IEEE Transactions on Plasma Science. 2012. Vol. 40, № 12. P. 3162–3165.
11. Pirozerski A. L., Mikhailovskii V. Yu., Lebedeva E. L., Borisov B. F., Khomutova A. S., Mavlonazarov I. O. Artificial fireball generation via an erosive discharge with tin alloy electrodes // International Journal of Applied Engineering Research. 2014. Vol. 9, № 24. P. 24047–24055.
12. Kim H. W., Lee J. W., Shim S. H., Lee C. Controlled Growth of SnO₂ Nanorods by Thermal Evaporation of Sn Powders // J. Korean Phys. Soc. 2007. Vol. 51, № 1. P. 198–203.
13. Kim H. W., Shim S. H. Temperature-controlled fabrication of SnO₂ nanoparticles via thermal heating of Sn powders // Appl. Phys. A. 2007. Vol. 88. P. 769–773.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ ПЛАЗМЕННОГО ТОРОИДАЛЬНОГО ВИХРЯ В ВОЗДУХЕ

*Н. П. Савенкова, У. Юсупалиев, В. Л. Бычков, С. А. Складчиков,
В. С. Лапонин, С. В. Анпилов*

*Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Москва
E-mail: bychvl@gmail.com*

Процесс образования плазменного тороидального вихря (ПТВ) в настоящее время изучен недостаточно подробно. До сих пор не определены трёхмерные поля скоростей, температуры и давления плазмы в вихре в различные моменты времени при его образовании. Это связано с тем, что измерение этих локальных характеристик ПТВ в экспериментальном отношении представляет значительные трудности. Однако для решения прикладных задач с использованием ПТВ необходимо знать именно такие вышеуказанные пространственно-временные распределения. Отсюда возникает необходимость дальнейшего экспериментального и теоретического исследования процесса образования ПТВ.

Для создания ПТВ в воздухе использовался импульсный электрический плазмотрон, конструкция и принцип работы которого подробно описаны в работах [1–4]. Последовательность кадров фоторегистрации процесса формирования ПТВ в воздухе при атмосферном давлении показана на рис. 1. Скорость плазменной струи (ПС) $u_{ПС}$ и её температура $T_{ПС}$ на срезе сопла плазмотрона для данных рис.1 составляет ~650 м/с (при местной скорости звука $c \approx 2300$ м/с) и ~10000 К соответственно. Хорошо прослеживается течение окружающей её среды, вызываемое самой же струей. Благодаря высокой интенсивности свечения плазмы, удастся измерить скорость такого индуцированного струей течения окружающего воздуха в различных точках, т. е. определить поле скоростей такого течения.

Процесс формирования ПТВ имеет три характерные стадии: начальную стадию; стадию образования **тороидальной спиральной струи** в формирующемся вихре и стадию установления определенного распределения азимутальной скорости вращения в вихре после прекращения истечения плазмы [3, 4]. Законы движения ПТВ и плазменного облака, не захваченного в вихревое движение, начинают различаться, когда в вихре образуется твердотельное ядро вращения. Из этого факта следует один из основных выводов проведенных исследований: ПТВ существует как **самостоятельная плазмо-гидродинамическая структура**, обладающая собственными закономерностями движения, после того как в процессе его образования в нём сформируется **твердотельное ядро вращения**. Именно такой вихрь является устойчивым: он проходит путь до начала своего распада в сотни раз больший, чем облака плазмы такого же размера. Это связано с низким коэффициентом лобового сопротивления вихря со стороны окружающей среды при его поступательном движении, в **десять раз** меньшим, чем коэффициент наиболее обтекаемого объекта – каплевидного тела

© Савенкова Н. П., 2015
© Юсупалиев У., 2015
© Бычков В. Л., 2015
© Складчиков С. А., 2015
© Лапонин В. С., 2015
© Анпилов С. В., 2015

вращения, и равным 0,045 [2]. Это одна из особенностей ПТВ. А другая состоит в **аномальном долгосвечении** вихря: не захваченное в вихревое движение плазменное облако светится (в видимом диапазоне спектра) всего **10÷15 мс**, тогда как вихрь в зависимости от его начальных характеристик – до **100÷1200 мс**.

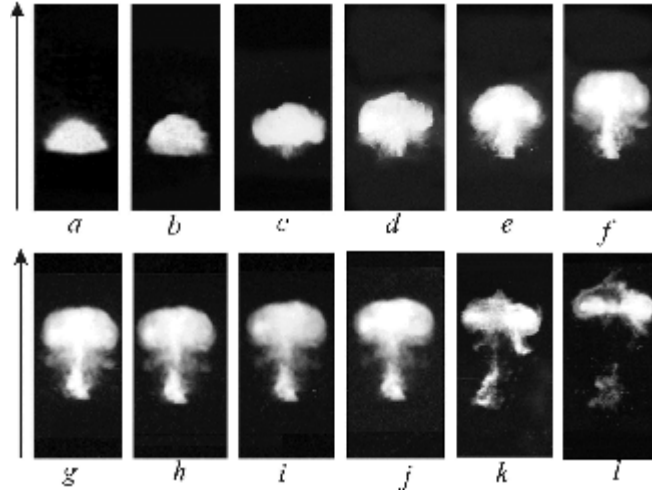


Рис. 1. Процесс формирования плазменного тороидального вихря в воздухе (грибовидного образования) $\Delta t_{\text{ув}} < \tau_V$ и $p_{\infty} = 105$ Па (τ_V – характерное время образования вихря): приведены кадры с длительностью экспозиции 2 мкс в различные моменты времени: а – 25 мкс, b – 30 мкс, с – 45 мкс, d – 65 мкс, e – 80 мкс, f – 95 мкс, g – 110 мкс, h – 125 мкс, i – 140 мкс, j – 150 мкс, k – 400 мкс, l – 1000 мкс

Для моделирования процесса формирования ПТВ использовались уравнения непрерывности, Навье-Стокса, теплопроводности и Клайперона-Менделеева в декартовой системе координат. Численный расчет проведен при следующих значениях характеристик струи и окружающей среды: рассматривается импульсное дозвуковое осесимметричное истечение плазмы (с $u_{\text{ПС}} = 650$ м/с, $T_{\text{ПС}} = 10000$ К и длительностью истечения 500 мкс), истекающей через сопло (радиусом $r_{\text{con}} = 10^{-2}$ м) в воздух при $T_0 = 300$ К и атмосферном давлении в декартовой системе координат, начало которой совпадает с центром сопла, а ось OY – с осью симметрии струи.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \rho u}{\partial t} + \frac{\partial \rho u^2}{\partial x_1} + \frac{\partial \rho u v}{\partial x_2} + \frac{\partial \rho u w}{\partial x_3} + \frac{\partial p}{\partial x_1} = (\text{Div} \tau)_1 - \frac{\partial u^2 \rho}{\partial x_1} \theta, \\ \frac{\partial \rho v}{\partial t} + \frac{\partial \rho u v}{\partial x_1} + \frac{\partial \rho v^2}{\partial x_2} + \frac{\partial \rho v w}{\partial x_3} + \frac{\partial p}{\partial x_2} = (\text{Div} \tau)_2 - \frac{\partial u^2 \rho}{\partial x_2} \theta, \\ \frac{\partial \rho w}{\partial t} + \frac{\partial \rho u w}{\partial x_1} + \frac{\partial \rho v w}{\partial x_2} + \frac{\partial \rho w^2}{\partial x_3} + \frac{\partial p}{\partial x_3} = (\text{Div} \tau)_3 - \rho g - \frac{\partial u^2 \rho}{\partial x_3} \theta, \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x_1} + \frac{\partial \rho v}{\partial x_2} + \frac{\partial \rho w}{\partial x_3} = 0, \\ (\text{Div}(\tau))_i = \sum_{k=1}^3 \frac{\partial \tau_{ki}}{\partial x_k}, \\ \tau_{ki} = 2\mu S_{ki}, \\ S_{ki} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_k}{\partial x_i} + \frac{\partial v_i}{\partial x_k} \right) \\ \frac{\partial \rho T}{\partial t} + (\rho \mathbf{V} \nabla) T = \chi \Delta(\rho T), \\ P = \frac{\rho}{M} R T, \\ \theta = \frac{T - T_0}{T_0}, \end{array} \right.$$

где u , v , w – компоненты скорости газа по координатам, P , T , ρ , ν , M и χ – давление, температура, плотность, динамическая вязкость, молярная масса и коэффициент температуропроводности газа соответственно, R – универсальная газовая постоянная.

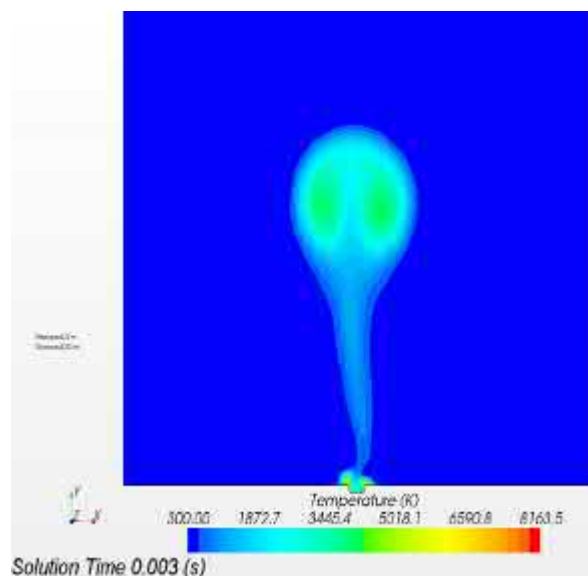


Рис. 2. Поле температур плазменного образования для момента времени 0.003с

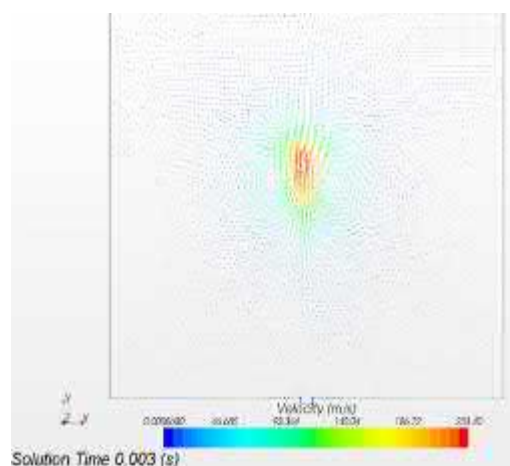


Рис.3 Поле скоростей плазменного образования для момента времени 0.003с.

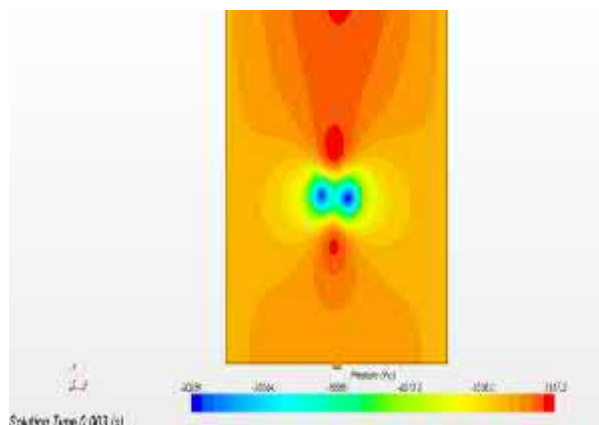


Рис. 4. Поле давлений плазменного образования для момента времени 0.003с

Результаты численного моделирования. На рис. 2–4 приведены поля скоростей, температуры и давления ПТВ и не захваченной в вихревое движение части плазменной струи в плоскости, проходящей через ось симметрии тора, в момент времени после начала истечения струи $t = 3$ мс. Видны внешние сходства расчётных (рис. 2) и экспериментальных данных (рис. 1) на стадии образования вихря. На рис. 3 хорошо прослеживаются поля скоростей индуцированного течения окружающего струю и вихрь воздуха. Разряжение плазмы внутри ядра тора, возникающее вследствие её вращения, видно из рис. 4.

Практический интерес представляют собой соотношения между слагаемыми в законе сохранения количества движения для замкнутой системы «импульсная струя – окружающая среда» к моменту образования ПТВ:

$$P_{\text{ПС}} = P_{\text{in}} + P_{\text{TV0}} + P_0, \quad (1)$$

где P_{in} – импульс индуцированного течения окружающей среды, P_0 – импульс хвостовой части струи, P_{TV0} – импульс вихря с начальной скоростью V_{TV0} . Вследствие осесимметричности струи, индуцированного течения и вихря у этих векторов имеется только одна Y -компонента.

Таблица

Опытные данные для отношений слагаемых в законе (1)

	$V_{\text{TV0}}/u_{\text{ПС}}$	$P_{\text{TV0}}/P_{\text{ПС}}$	$P_{\text{in}}/P_{\text{ПС}}$	$P_0/P_{\text{ПС}}$
Опытные данные для ПТВ в воздухе	0,25	0,45	0,23	0,15÷0,3
Численное моделирование	0,23	0,49	0,26	0,25

При известных полях скоростей и плотности в различные моменты времени можно вычислить количества движения P_{in} , P_{TV0} и P_0 . В таблице приведены опытные данные для отношений слагаемых в законе (1), а также значения указанных отношений при $t = 3$ мс. Из неё видно, что расчётные значения для этих отношений в пределах ошибки измерения согласуются с опытными данными.

Ссылки

1. Александров А. Ф., Тимофеев И. Б., Юсупалиев У // ТВТ. 1991. Vol. 29, № 1. P. 108.
2. Юсупалиев У. // Физика плазмы. 2005. Vol. 31, № 6. P. 543.
3. Юсупалиев У., Юсупалиев П. У., Шутеев С. А. // ЖТФ. 2007. Vol. 77, № 7. P. 50.
4. Юсупалиев У., Юсупалиев П. У., Шутеев С. А. // Физика плазмы. 2007. Vol. 33, № 3. P. 226.
5. Faber T. E. Fluid dynamics for physicists. (University press, Cambridge, 2001).

АНАЛОГ ИЗЛУЧЕНИЯ ВАВИЛОВА–ЧЕРЕНКОВА В СРЕДЕ НА ОСНОВЕ МАССИВА УДЛИНЕННЫХ НАНОЧАСТИЦ

Н. Р. Садыков, А. В. Апороски, Д. А. Пешков

*Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»,
кафедра общей физики, г. Снежинск Челябинской области,
E-mail: sfti@mephi.ru*

Рассмотрен механизм генерации излучения, источником которого являются модулированные относительно переменной $(z - vt)$ поверхностные токи в массиве не взаимодействующих нанотрубок. Скорость v должна быть равна или больше скорости света в среде. Качественно процесс аналогичен излучению Вавилова–Черенкова. Показано, что с помощью такого метода можно генерировать интенсивные СВЧ- и терагерцовое излучения.

При движении излучателя в среде или вблизи среды со скоростями, превосходящей фазовую скорость света в этой среде, возникают качественно новые явления: эффект Вавилова–Черенкова для заряда, черенковское излучение дипольных и магнитных моментов в безграничной среде и в щелях или каналах, черенковское поглощение (см. [1–6]). В [7] в качестве 3D структуры с малым периодом предлагается использовать массив параллельных металлических проволочек, где заряды движутся перпендикулярно проволочкам. В качестве продольного поверхностного тока, для которых возможно черенковское излучение, в [8] предлагается использовать пучок углеродных нанотрубок. В этом случае скорость Ферми носителей заряда на два-три порядка меньше скорости света в вакууме. Условие синхронизма требует на такую же величину замедлить электромагнитную волну, что намного больше, чем полученная для УНТ теоретическая оценка [9] (коэффициент замедления ~ 50).

Рассмотрим в качестве 3D структуры массив параллельных удлинённых наночастиц (например, нанотрубок или нанолент) с металлическим типом проводимости (см рис. 1). Расстояние между соседними нанотрубками должно быть порядка длины нанотрубок или больше, чтобы исключить взаимное влияние наночастиц. В данной работе нас будет интересовать система поверхностных токов в массиве удлинённых наночастиц, например нанотрубок или нанолент с металлическим типом проводимости. Сами токи могут быть получены, например, за счет нелинейных процессов в удлинённых нанотрубках [10, 11], нанолентах [12] или при излучении двухчастотного CO_2 -лазера при наличии постоянного электрического поля. Сами токи оказываются модулированными относительно переменной $(z - vt)$, где z – координата, v – фазовая скорость, с которой распространяется передний фронт токов в массиве наночастиц [10–12].

Из уравнений Максвелла с учетом калибровки Лоренца [2] следуют волновые уравнения для компонент 4–потенциала $A^i = (\varphi, \mathbf{A})$:

$$\Delta \mathbf{A} - \frac{\varepsilon}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} = -\frac{4\pi}{c} \mathbf{j}, \quad \Delta \varphi - \frac{\varepsilon}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = -\frac{4\pi \rho}{\varepsilon}. \quad (1)$$

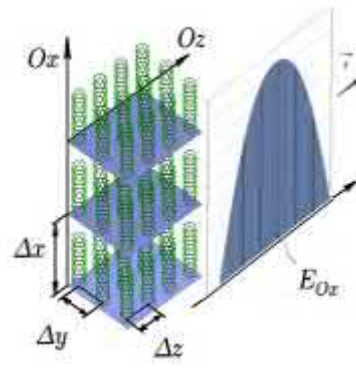


Рис. 1. Фрагмент упрощенной схемы предполагаемого эксперимента в среде на основе совокупности массивов

Если в качестве 3D структуры рассмотреть массив параллельных удлиненных наночастиц (например, нанотрубок или нанолент) с металлическим типом проводимости в пренебрежении взаимодействием между наночастицами, то плотность тока $\mathbf{j}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{e}_x j_0^{(1)}(\mathbf{r}, t)$ в этом случае представим в виде (свободные заряды отсутствуют)

$$j_0^{(1)}(\mathbf{r}, t) = \sum_{m_x, m_y, m_z} f(m_z \Delta z) \frac{\partial \left[d_0 \delta^3(\mathbf{r} - \mathbf{v}t - \mathbf{e}_z m_z \Delta z - \mathbf{e}_x m_x \Delta x - \mathbf{e}_y m_y \Delta y) \right]}{\partial t}, \quad (2)$$

где $\mathbf{v}$ параллелен оси Oz ; $d_0 f(m_z \Delta z)$ – форм-фактор, определяющий амплитуду дипольного момента от m_z (имеет периодическую зависимость от координаты z) на заднем фронте электрического импульса; суммирование ведется по всем возможным значениям индексов m_x, m_y, m_z ; $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ – расстояния между центрами нанотрубок соответственно вдоль осей Ox, Oy и Oz ; $\omega \Delta z / c \ll 1$; $\delta(x)$ – дельта-функция Дирака. Далее проведя, выкладки по аналогии со случаем теории излучения Черенкова-Вавилова, получаем:

$$\mathbf{A}(t, \mathbf{r}) = -i \mathbf{e}_x \frac{4\pi}{c} d_0 \frac{R}{\Delta x \Delta y \Delta z} \int_{-\infty}^{\infty} \omega \exp(-i\omega t) d\omega \times \quad (3a)$$

$$\times \int_0^{\infty} J_0(k_{\perp} \rho) J_1(k_{\perp} R) dk_{\perp} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\tilde{f}(k_z) \exp(ik_z z) \delta(\omega - k_z v)}{k_z^2 - (\varepsilon \omega^2 / c^2 - k_{\perp}^2)} dk_z,$$

$$\varphi(t, \mathbf{r}) = -4\pi d_0 \frac{R}{\Delta x \Delta y \Delta z} \frac{x}{\rho} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\varepsilon} \tilde{f}(k_z) \exp(-i\omega t) d\omega \times \quad (3b)$$

$$\times \int_0^{\infty} k_{\perp} J_1(k_{\perp} \rho) J_1(k_{\perp} R) dk_{\perp} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(ik_z z) \delta(\omega - k_z v)}{k_z^2 - (\varepsilon \omega^2 / c^2 - k_{\perp}^2)} dk_z.$$

Из (3) после несложных, но громоздких выкладок следует выражение для генерируемого электрического поля:

$$E_x(t, \mathbf{r}) = -\frac{2\pi v}{c^2} z j_0(z - vt) = -\frac{v\mu_0}{2} z j_0(z - vt), \quad E_x = -c^{-1} \partial A_x / \partial t, \quad (4)$$

где $j_0 = \partial \mathbf{P} / \partial t$, μ_0 – магнитная постоянная. Правая часть (4) при $\varepsilon = 1$ ($v = c$) совпадает с результатами работы [10, 11, 12]. В [10] для нанотрубок типа зигзаг с металлическим типом проводимости было показано, что поле $E(t, z)$ складывается из медленно меняющейся (по линейному закону) составляющей $\tilde{E}_1$ и поля усиленного СВЧ

излучения $\tilde{E}_0(t, z)$. Максимальное значение составляющей поля $\tilde{E}_1 \approx 4 \cdot 10^6$ В/м, а амплитуда СВЧ излучения (поля излучения) $\tilde{E}_0(t, z)$ при $z_{\max} = 0.09$ порядка $\approx 3 \cdot 10^6$ В/м. В работе [10] также показана возможность генерации терагерцового излучения с помощью двухчастотного CO_2 лазера (длина волны излучения $\lambda = 2\pi c/\omega \approx 0.1$ мм; при $z_{\max} \approx 0.09$ м амплитуда излучения равна $\sim 8.5 \cdot 10^5$ В/м). В работе [11] теоретически показано, что результаты [10] могут быть обобщены на двухслойные нанотрубки. В [12] для нанолент m -зигзаг, которые имеют металлический тип проводимости, было показано, что значение полного тока вдоль одной наноленты в зависимости от m (ширины наноленты) на один-два порядка больше, чем величина полного тока в металлических нанотрубках и лентах типа кресло с линейным характером закона дисперсии электронов вблизи E_F . Такая закономерность объясняется тем, что в ленте m -зигзаг на краю зоны Бриллюэна имеются два вырожденных уровня с энергией $\varepsilon_{c,v} = \alpha_\pi$.

В работе [10] на основе численных расчетов была получена зависимость плотности тока $j_0(\bar{t})$ в массиве нанотрубок m -зигзаг, которую можно аппроксимировать аналитической функцией:

$$j_{an}(\bar{t}) = j_1 + j_2 \exp(-\bar{t}/T_2 + (\bar{t}/\Delta\bar{t})^{1.9}) \sin(\Omega\bar{t} + \varphi_0). \quad (5)$$

В работе численно решалось волновое уравнение:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 E}{c^2 \partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial j_0(\bar{t})}{\partial t}. \quad (6)$$

Если перейти к новым переменным $\bar{t} = t - z/c$, $\bar{z} = z$, то при выполнении условия $|E| \ll |P/\varepsilon_0|$ уравнение (6) преобразуем к виду:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial \bar{t} \partial \bar{z}} = -\frac{\mu_0 c}{2} \frac{\partial j_{an}}{\partial \bar{t}}, \quad (7)$$

где учтено, что $|\partial E/\bar{z}| \ll |\partial E/c\partial \bar{t}|$. С учетом граничного условия $E(\bar{z} = 0, \bar{t}) = 0$ из (7) получаем (меняющейся по линейному закону составляющей $\tilde{E}_1$ пренебрегаем)

$$\tilde{E}_0(t, z) = -\frac{\mu_0 c z}{2} j_{an}(t - z/c). \quad (8)$$

Функциональные зависимости величин $\tilde{E}_0$ и E_x из (4) от переменных t и z совпадают при $v = c$ ($\varepsilon = 1$).

На рис. 2 приведены результаты численного решения уравнения (6) для $E(t, z)$ от z в момент времени $3 \cdot 10^{-10}$ с. Уравнение решалось при граничных условиях $E(z = 0, t) = 0$, $\partial E(z = L, t)/\partial z = 0$. На рис. 2 штриховая кривая соответствует аналитическому решению (8), сплошная – численному. Усматривается хорошее согласование сравниваемых величин. Видно, что поле $E(t, z)$ складывается из медленно меняющейся (по линейному закону) составляющей $\tilde{E}_1$ и поля усиленного СВЧ-излучения.

Таким образом, в работе показано, что при выполнении условия синхронизма $v = c/\sqrt{\varepsilon}$ (неограниченная в поперечном направлении среда на основе удлиненных наночастиц) возможна генерация излучения. Эффект качественно аналогичен эффекту Вавилова-Черенкова. Количественное отличие состоит в том, что величина генерируемого излучения пропорциональна квадрату длины пути, пройденного излучением. Действительно, в соответствии с (4) видно, что величина амплитуды поля излучения пропорциональна длине пройденного передним фронтом тока пути. Такая закономерность объясняется следующим образом. Массив удлиненных наночастиц качественно аналогичен движущейся со сверхсветовой скоростью цепочке наночастиц, где каждая наночастица аналогична колеблющемуся по гармоническому закону уединенному диполю. Поскольку каждый диполь излучает на единицу длины пути постоянную величину (излучение Черенкова-Вавилова для диполя),

то в случае цепочки энергия излучения всей цепочки на единицу длины пути должна быть пропорционален длине «цепочки», т. е. пропорциональна длине пути, пройденного передним фронтом тока. Тогда энергия излучения всей цепочки за все время пути должна быть пропорциональна квадрату длины пути, т. е. амплитуда переднего фронта пропорциональна длине пути. Последнее подтверждается как численными, так и теоретическими результатами при решении волнового уравнения гиперболического типа с правой частью [10–12].

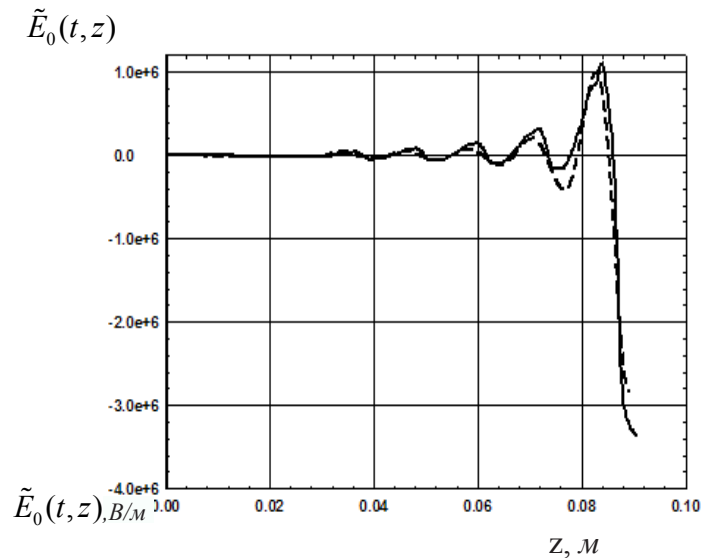


Рис.2. Распределение напряженности поля излучения $\tilde{E}_0(t, z)$ по координате z в момент времени $3 \cdot 10^{-10}$ с при $m = 9$ и $m = 15$: сплошные кривые – численное решение (17), штриховая кривая – аналитическое решение (8); примечание: $E = \tilde{E}_1 + \tilde{E}_0$

При выполнении условия $v = c/\sqrt{\epsilon}$ реализуется случай конического фронта генерируемого излучения. Данный класс задач выходит за рамки данной работы.

Ссылки

1. Тамм И. Е., Франк И. М. // ДАН. 1937. Vol. 14. С. 107–112.
2. Болотовский Б. М. // УФН. 1957. Vol. 62:3. С. 201–246.
3. Jelley J. V. // Cerenkov radiation. 1958. Pergamon Press.
4. Франк И. М. // УФН. 1959. Vol. 68. С. 397–415.
5. Гинзбург В. Л. // УФН. 1959. Vol. 69. С. 537–564.
6. Файнгольд М. И. // Теоретическая и математическая физика. 1981. Vol. 47:3. С. 395–406.
7. Vorobev V. V. and Tyukhtin A. V. // Phys. Rev. Lett. 2012. Vol. 108. 184801, 4 pp.
8. Batrakov K. G., Maksimenko S. A., and Kuzhir P. P., Thomsen C. // Phys. Rev. B. 2009. Vol. 79. 125408, 12 pp.
9. Slepyan G. Ya., and Maksimenko S. A., Lakhtakia A., Yevtushenko O., and Guskov A. V. // Phys. Rev. B. 1999. Vol. 60. 17136–17149.
10. Садыков Н. Р., Скоркин, Ахлюстина Е. А. // Физика и техника полупроводников. 2013. Vol. 47:9. 1258-1263. DOI: 10.1134/S1063782613090224
11. Садыков Н. Р. // Теоретическая и математическая физика. 2013. Т. 177. С. 163–177.
12. Ахлюстина Е. А., Пешков Д. А., Ахлюстин Л. М., Садыков Н. Р. // Вестник национального исследовательского ядерного университета «МИФИ». 2014. Vol. 3:6. С. 680–685.

ЭВРИСТИЧЕСКАЯ ДИПОЛЬНАЯ ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ШАРОВОЙ МОЛНИИ (ИНФОРМАЦИОННОЕ СООБЩЕНИЕ)

В. Н. Сошников

*Всероссийский Институт Научной и Технической Информации
Российской Академии наук, отдел физики плазмы, (ВИНИТИ, Москва, Россия)
E-mail: vikt3363@yandex.ru*

Новая теоретическая модель шаровой молнии (ДДМ ШМ) была представлена в материалах двух предыдущих конференций по электрическим явлениям в атмосфере (Ярославский государственный университет, 1–4 июля 2011 г. и 4–8 июля 2013 г.). Наиболее полное изложение ДДМ ШМ представлено мною в работе: *Сошников В. Н. Comments to support the Dipole Dynamical Model (DDM) of Ball Lightning (BL)* ArXiv.org/physics/gen-ph/arXiv:1007.4377. Это изложение неоднократно дополнялось, отдельные части опубликованы в журнале «Электронная обработка материалов» (2012, Т. 48, вып. 6. С. 54–64) и в *International Journal of Mathematical and Theoretical Physics* (2014. Vol. 4, n. 3. P. 84–87). В публикации этой модели шаровой молнии в феврале 2013 г. было отказано без объяснения причин редколлегией «Журнала Технической Физики».

Насколько мне известно, эта модель является единственной в своём роде, так как основывается не на изначальных в принципе недостаточных запасах расходуемой энергии ШМ, приводящих соответственно к её времени жизни, существенно меньшему наблюдаемых значений. Впервые ДДМ ШМ основывается на непрерывном пополнении энергии дипольной ШМ за счёт её движения вдоль силовых линий атмосферного грозового электрического поля с очень небольшим углом – поправкой на Архимедову плавучесть ШМ, в аналогии с увеличением энергии заряженной частицы, движущейся в электрическом поле ускорителя. Электрическое поле сообщает энергию электронам, в то время как сила противоположного воздействия атмосферного поля на ионы уравнивается силой отдачи тяжёлых ионов с массой, равной массе молекул холодного окружающего атмосферного воздуха с много большей плотностью с образованием струи отдачи холодного воздуха. Эта модель стала возможной впервые после расчётов излучательной способности горячего воздуха при температурах до $\sim 10\,000$ К и давлении 1 атм (Л. М. Биберман с сотр., 1962–1964 гг., в которых мною вычислялся вклад излучения двухатомных молекул и NO_2).

Принципиальное значение для ДДМ имеет элементарное уравнение равенства дипольного притяжения электронов и ионов ШМ (на единицу массы всей ШМ) и силы воздействия атмосферного электрического поля на электроны (на единицу массы облака всех электронов), обеспечивающей пополнение энергии ШМ при её поступательном движении, в том числе с постоянной скоростью при движении в среде с сопротивлением, действующим на ШМ как на единое целое, уравнивающим силу тяги. В этой модели ШМ может двигаться вдоль силовой линии только передней электронной частью вперёд. Устойчивость ШМ определяется появлением второго свободного параметра – степенью температурной неравновесности (отношением температур) электронов и ионов, обычной для низкотемпературной

© Сошников В. Н., 2015

плазмы электрических разрядов низкого давления (малой плотности соответственно температуре $\sim 1000\text{--}3000\text{ K}$).

Излучение является основным источником потерь энергии (в пренебрежении потерями амбиполярной диффузии при высоких электронных температурах) и обуславливает сопротивление атмосферного воздуха движению ШМ с эквивалентными потерями энергии (с переносом поступательного импульса и энергии электронов молекулам).

Равномерное движение ШМ означает, что импульс, сообщаемый атмосферным электрическим полем электронам, соответственно, всей ШМ (сила тяги), уравнивается импульсом сопротивления движению ШМ.

Но излучение ШМ уносит только энергию, но не уносит и не создаёт импульс.

За счёт неупругих и упругих столкновений электроны передают свой избыточный импульс молекулам, столкновения которых с молекулами холодного плотного воздуха на переднем крае ШМ обуславливают импульс сопротивления, равный импульсу тяги, а устанавливающееся при межэлектронных столкновениях квазимаксвелловское распределение по скоростям в рое электронов приводит к потерям энергии на излучение соответственно температуре электронов T_e .

Для компенсации потерь энергии на излучение необходим приток энергии с мощностью $|eN_e E_{eff}|v_{BL}$, где v_{BL} – постоянная скорость движения ШМ. Но закон сохранения импульса при той же скорости v_{BL} требует затрат точно такой же энергии на преодоление силы сопротивления движению ШМ.

Оба закона, сохранения энергии и импульса, согласуются при удвоении значения скорости v_{BL} с равными затратами энергии на излучение и сопротивление движению ШМ.

Поскольку для выполнения указанных соотношений требуется согласованность очень сложных столкновительных микропроцессов внутри ШМ, в действительности ей более свойственно ускоренное движение, нежели обычно субъективно воспринимаемое очевидцами движение с постоянной скоростью.

Из-за больших сечений перезарядки при столкновениях ионов с молекулами, быстрой неупругой передачи импульса электронов молекулам и избыточного положительного заряда ШМ она является гомогенным газо-плазменным аналогом «взвеси асимметрично распределённых зарядов в нейтральной жидкости», движущейся как единое целое (но с возможностью ограниченных перемещений зарядов в жидкости).

При этом как первое приближение введён также поляризационный коэффициент γ , обычно порядка $0,001 < \gamma < 1$, связывающий атмосферное поле с так называемым эффективным полем, действующим на формально независимые друг от друга электроны и формально независимые друг от друга ионы ШМ. Коэффициент γ определяет соотношение силы действия атмосферного электрического поля на отдельный электрон и силы электростатического взаимодействия двух электронов (или электрон – ион) на среднем расстоянии между ними в ШМ. Это приближение требует дальнейшего уточнения, которое в простейшем случае сводится к умножению поляризационного коэффициента γ на некоторое универсальное постоянное число (с ожидаемым значением меньше 1) с возможным дальнейшим учётом зависимости γ от конфигурации, размеров и плотности электронного облака. В этом состоит эвристический характер ДД МШМ, подтверждаемый сделанными естественными разумными предположениями и общим хорошим соответствием с совокупностью наблюдений.

Предложенная модель является оригинальной, в принципе отличной от многочисленных экзотических моделей покоящейся (статичной) ШМ с расходом энергии, изначально полученной от разряда линейной молнии или от других источников

(в том числе, от химических и т. п. реакций). Время жизни ДДМ ШМ определяется только возможными внутренними плазменными неустойчивостями и случайными изменениями внешних условий и электрических полей окружающей грозовой атмосферы, в том числе возможной неустойчивостью ускоренного движения ШМ, и может достигать многих десятков секунд в соответствии с наблюдениями.

Выполненные многовариантные имитационные расчёты (“toy calculations”) показывают возможность согласования ДДМ ШМ (при разумных естественных областях параметрического пространства исходных данных) практически со всеми весьма разноплановыми разрозненными наблюдениями шаровой молнии, вплоть до издаваемых ШМ звуков.

Экспериментальное получение и наблюдение ШМ в атмосфере возможно только при создании очень сильных электрических полей на грани стримерного пробоя порядка тысяч В/см на протяжённых траекториях и при создании начального затравочного разряда с образованием горячего разреженного (при температурах $\sim 1000 - 3000\text{K}$) газо-плазменного облака. Получить экспериментальный аналог шаровой молнии можно попытаться, используя легко ионизирующийся газ, повышающий излучательную способность, с пониженным давлением, соответственно с пониженным напряжением стримерного пробоя, которое может, однако, повышаться с уменьшением разрядного промежутка. Задача сводится к возможности получения ШМ с поступательным движением путем приложения сильного электрического поля (вплоть до многокиловольтных масштабов) к стоячему разряду (возможно, сфокусированному статичному СВЧ разряду) с достаточно высоким температурным разрежением. Упорядоченное движение ШМ (не связанное с ветром) является основным диагностическим признаком ДДМ ШМ.

Удивительно, что почти все признают самостоятельное движение ШМ, но никто чётко не объяснил, как и почему это происходит!

Большие разрушения от ШМ могут вызываться сопутствующим ей (и питающим её) сильным атмосферным электрическим полем, которое в основном (в меньшей степени – сама ШМ) вызывает наибольшие разрушения. Диагностическим признаком такого поля может являться очень малая скорость движения ШМ (соответствующая высокой температуре и степени ионизации ШМ). Но уменьшение скорости может быть также связано с ветвью плавного уменьшения электрического поля и исчезновения ШМ без взрыва.

Обширный исторический список с кратким обзором наблюдений и теорий ШМ, вплоть до 2013 года, в том числе включающий даже совершенно экзотическую теорию твердотельной ШМ (с твёрдотельной оболочкой), или теории ШМ как чёрной дыры, ядерной метеорной антиматерии, нейтрино-антинейтрино аннигиляции, или ШМ, являющейся газодинамическим солитоном с его особым уравнением, и т. п., представлен, например, в Wikipedia, Ball Lightning (см. http://en.wikipedia.org/wiki/Ball_lightning). Но до 2014 года включительно нет упоминания о каких-либо дипольных моделях динамического типа, в том числе в последнее время, по-видимому, нет и обсуждений результатов данной работы В заключение выражаю искреннюю благодарность д.ф.-м.н., ведущему научному сотруднику МГУ Владимиру Львовичу Бычкову за предоставление ценной информации, без которой эта работа не была бы выполнена, и проф. Ярославского государственного университета Александру Ивановичу Григорьеву за критические замечания и неоценимую поддержку.

НЕЛИНЕЙНЫЕ ПОПРАВКИ К ЧАСТОТАМ ПОВЕРХНОСТНЫХ И ВНУТРЕННИХ ВОЛН В ДВУХСЛОЙНОЙ ЖИДКОСТИ

М. С. Федоров

Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова
E-mail: yardemid@mail.ru

Данная работа посвящена расчету нелинейных поправок к частотам внутренних и внешних волн в слоисто-неоднородной жидкости с зарядом на границе раздела сред, которые определяются из задачи третьего порядка малости.

Рассмотрим две идеальные несжимаемые жидкости, верхняя из которых – диэлектрик диэлектрической проницаемостью ε – имеет толщину h и плотность ρ_1 , а нижняя – идеальный проводник с плотностью ρ_2 заполняет в поле сил тяжести $\vec{g}$ (где $\vec{g} \parallel -\vec{e}_z$, $\vec{e}_z$ – орт декартовой системы координат) полубесконечное пространство $z < 0$ (кроме того, $\rho_2 > \rho_1$). Примем, что коэффициент поверхностного натяжения верхней жидкости – σ_1 , а границы раздела сред – σ_2 . Примем также, что на границе раздела жидкостей (в равновесном состоянии $z = 0$) равномерно распределён электрический заряд с плотностью κ , который создаёт в области пространства $z > 0$ электростатическое поле с напряжённостью $\vec{E}_0 = 4\pi\kappa\vec{e}_z$, где $\vec{e}_z$ – орт оси OZ декартовой системы координат. Будем исследовать капиллярно-гравитационные волны на свободной поверхности верхнего слоя жидкости и на границе раздела сред. Следует отметить, что модель несмешиваемых жидкостей будет описывать реальную ситуацию, если толщина переходного от жидкости с плотностью ρ_1 к жидкости с плотностью ρ_2 слоя (толщина зоны стратификации по плотности) будет много меньше длины волны и толщины слоя верхней жидкости.

Будем исследовать волновое движение в такой системе и зададимся целью отыскания нелинейных поправок к частотам волн первого порядка малости. Как уже сказано, аналитические расчёты будем проводить асимптотическим методом с точностью до третьего порядка малости включительно. В качестве малого параметра возьмём безразмерную амплитуду волны (обезразмеренную на капиллярную постоянную α верхней жидкости $\alpha = \sqrt{\sigma_1/\rho_1 g}$).

Математическая формулировка задачи третьего порядка малости имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}
 z = 0: \quad & -\frac{\partial \xi_1^{(3)}}{\partial T_0} + \frac{\partial \varphi_1^{(3)}}{\partial z} = \Xi_{11}; \quad \frac{\partial \Phi_0^{(3)}}{\partial z} - \varepsilon \frac{\partial \Phi_1^{(3)}}{\partial z} = \Xi_{12}; \\
 & \frac{\partial \xi_1^{(3)}}{\partial x} \frac{\partial \Phi_0^{(0)}}{\partial z} - \frac{\partial \xi_1^{(3)}}{\partial x} \frac{\partial \Phi_1^{(0)}}{\partial z} + \frac{\partial \Phi_0^{(3)}}{\partial x} - \frac{\partial \Phi_1^{(3)}}{\partial x} = \Xi_{13}; \\
 & -g\rho_1 \xi_1^{(3)} - \rho_1 \frac{\partial \varphi_1^{(3)}}{\partial T_0} + \frac{(\varepsilon - 1)}{4\pi\varepsilon} \frac{\partial \Phi_0^{(0)}}{\partial z} \frac{\partial \Phi_0^{(3)}}{\partial z} + \sigma_1 \frac{\partial^2 \xi_1^{(3)}}{\partial x^2} = \Xi_{14}; \\
 z = h: \quad & \frac{\partial \varphi_1^{(3)}}{\partial z} - \frac{\partial \varphi_2^{(3)}}{\partial z} = \Xi_{21}; \quad -\frac{\partial \xi_2^{(3)}}{\partial T_0} + \frac{\partial \varphi_2^{(3)}}{\partial z} = \Xi_{22}; \quad \Phi_1^{(3)} + \xi_2^{(3)} \frac{\partial \Phi_1^{(0)}}{\partial z} = \Xi_{23}; \\
 & g\xi_2^{(3)}(\rho_1 - \rho_2) + \rho_2 \frac{\partial \varphi_2^{(3)}}{\partial T_0} + \rho_1 \frac{\partial \varphi_1^{(3)}}{\partial T_0} + \frac{\varepsilon}{4\pi} \frac{\partial \Phi_1^{(0)}}{\partial z} \frac{\partial \Phi_1^{(3)}}{\partial z} + \sigma_2 \frac{\partial^2 \xi_2^{(3)}}{\partial x^2} = \Xi_{24}, \quad (1)
 \end{aligned}$$

где Ξ – функции неоднородностей, определяющиеся решениями первого и второго порядков малости; φ_1, φ_2 и Φ_1, Φ_2 – гидро и электростатические потенциалы (индексы 1 и 2 относятся к верхнему слою и нижней бесконечно глубокой жидкости соответственно).

Решая систему (1) с неоднородными граничными условиями получили следующую зависимость амплитуд волн $\xi_1^{(1)}$ и $\xi_2^{(1)}$ от временного масштаба T_2 :

$$\begin{aligned}\xi_1^{(1)} &= \varsigma_{11} \exp[i(kx - \omega_1 T_0 + \delta_1(k) T_2)] + \\ &+ \varsigma_{12} \exp[i(kx - \omega_2 T_0 + \delta_2(k) T_2)] + O(\varepsilon^3); \\ \xi_2^{(1)} &= d_1 \varsigma_{11} \exp[i(kx - \omega_1 T_0 + \delta_1(k) T_2)] + \\ &+ d_2 \varsigma_{12} \exp[i(kx - \omega_2 T_0 + \delta_2(k) T_2)] + O(\varepsilon^3),\end{aligned}$$

где δ_1 и δ_2 – нелинейные поправки к частотам внешних и внутренних волн.

Из рис. 1 видно, что нелинейная поправка претерпевает разрыв при $k = \frac{1}{\sqrt{2}}$, как и следует из теории нелинейных волн на плоской поверхности [1].

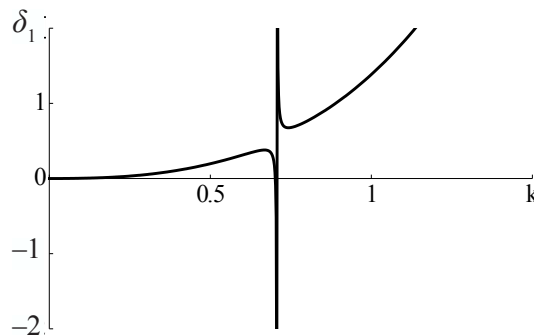


Рис. 1. Зависимость амплитудного значения нелинейной поправки δ_1 от волнового числа: рассчитано при $\rho_2 = 1.05$, $\sigma_2 = 0.005$, $h = 10$, $\alpha_1 = 0.1$, $\alpha_2 = 0.5$

В гравитационной области $k \ll 1$ и в капиллярной области $k > 1$ зависимости $\delta_1(k)$ гладкие. Как видно из рис. 1, асимптотически значимая часть δ_1 лежит в верхней полуплоскости. При переходе через точку разрыва знак δ_1 не изменяется. Значит, наличие нелинейной поправки к частоте волн во всём диапазоне их изменения приводит лишь к увеличению частоты волн на основе соотношения $\omega \approx \sqrt{\omega_1^2 + 2\varepsilon^2 \omega_1 \delta_1}$. Кроме того, очевидна тенденция к увеличению δ_1 с увеличением k .

Расчёты показывают, что от h толщины слоя верхней жидкости δ_1 , как и должно быть [2] для волн на свободной поверхности, не зависит.

Из рис. 2 видно, что амплитудный множитель δ_2 всюду за исключением малой окрестности точки разрыва, отрицателен и, следовательно, нелинейная поправка для внутренних волн (волн на границе раздела) снижает частоты и гравитационных и капиллярных волн. Для гравитационных волн это снижение незначительно ввиду малости δ_2 , а для капиллярных волн быстро растёт с увеличением волнового числа.

Заключение. В асимптотических расчетах задачи третьего порядка малости показано, что нелинейные поправки в зависимости от значений физических параметров могут как увеличивать частоту волн, так и уменьшать.

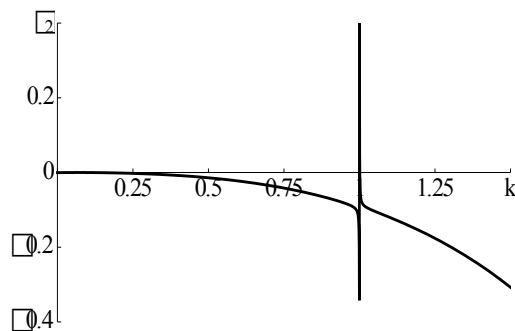


Рис. 2. Зависимость амплитудного значения нелинейной поправки δ_2 от волнового числа: рассчитано при $\rho_2 = 1.1$, $\sigma_2 = 0.05$, $h = 10$, $\alpha_1 = 0.1$, $\alpha_2 = 0.5$

Ссылки

1. Nayfeh A. H. Triple- and quintuple-dimpled wave profiles in deep water // Phys. Fluids. 1970. Vol. 13, № 3. P. 545–550.
2. Сретенский Л. Н. Теория волновых движений жидкости. М.: Наука, 1977. 815 с.

УДК 551.594.2: 532.59: 534.1

ВОЗДЕЙСТВИЕ ДОЛГОЖИВУЩЕГО ПЛАЗМЕННОГО ОБРАЗОВАНИЯ НА МАТЕРИАЛЫ

Л. В. Фуров, В. В. Дорожков

*Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых, г. Владимир
E-mail: lfurov@vlsu.ru*

Многочисленные описания очевидцев наблюдений природной шаровой молнии (ШМ) [1, 2] содержат результаты её воздействия на предметы, с которыми она взаимодействовала как на расстоянии, так и при контакте или кажущемся наблюдателю соприкосновении. Если её наблюдение непродолжительное время (секунды) основывается на визуальном восприятии её поведения, то результат воздействия (если такой присутствовал), как правило, можно изучать бесконечно долго. Наблюдатели описывают случаи взаимодействия ШМ с деревьями, розетками, выключателями, стёклами и т. п. Например, в [3] проведён подробный анализ следа, оставленного ШМ на стекле.

В настоящей работе предлагаются результаты контактного воздействия автономного долгоживущего плазменного образования (ДПО) на различные материалы: металлические и неметаллические, проводящие и непроводящие. Большая запасаемая электромагнитная энергия (до 10 кДж) и высокая яркостная температура (4 500 К) при достаточном времени воздействия на поверхность (~1 с) позволяют определить результат взаимодействия автономного долгоживущего плазменного образования с материалом.

© Фуров Л. В., 2015
© Дорожков В. В., 2015

Автономные ДПО получают в результате электрического взрыва проводящей диафрагмы в форме круга диаметром 60–100 мм мощным импульсом тока (сила тока до 15 кА, длительность электрического импульса ≈ 70 мс, подводимая электроэнергия до 50 кДж), генерируемым индукционным накопителем [4]. ДПО в виде плазменного тороидального вихря формируется в плазменной пушке и далее распространяется в свободной атмосфере [5, 6]. Интерес к тороидальным вихрям связан с целым рядом их специфических свойств. Это – вихревое движение, замкнутое само на себя и поэтому обладающее высокой степенью обособленности от окружающей среды [7], что создаёт необходимые условия для формирования, аккумуляции и переноса электромагнитной энергии на относительно большие (метры) расстояния в свободной атмосфере.

Конструкция плазменной пушки представляет собой электродную систему типа кольцо-штырь. Принцип работы устройства генерации ДПО (плазменной пушки) следующий. Мощный импульс тока до 15 кА длительностью 70–100 мс, генерируемый индукционным накопителем электрической энергии, подаётся по кольцевому и аксиальному токоподводу на проводящую диафрагму. При протекании по ней тока она испаряется и за счёт магнитогидродинамики в области разрядного промежутка и конвективных потоков формируется ДПО в виде плазменного тороидального вихря, который самопроизвольно трансформируется в шарообразный светящийся долгоживущий объект. Размеры электродов при электровзрыве диафрагмы обеспечивают конвективные потоки при формировании ДПО, а система токоподводов – конфигурацию магнитного поля в области разрядного промежутка. В результате этого время высвечивания электромагнитной энергии, запасённой в объёме плазменного образования, достигает 2 с. Конструкция устройства отличается компактностью и позволяет регулировать размеры ДПО за счёт изменения внутреннего диаметра D кольцевого токоподвода от 60 до 150 мм.

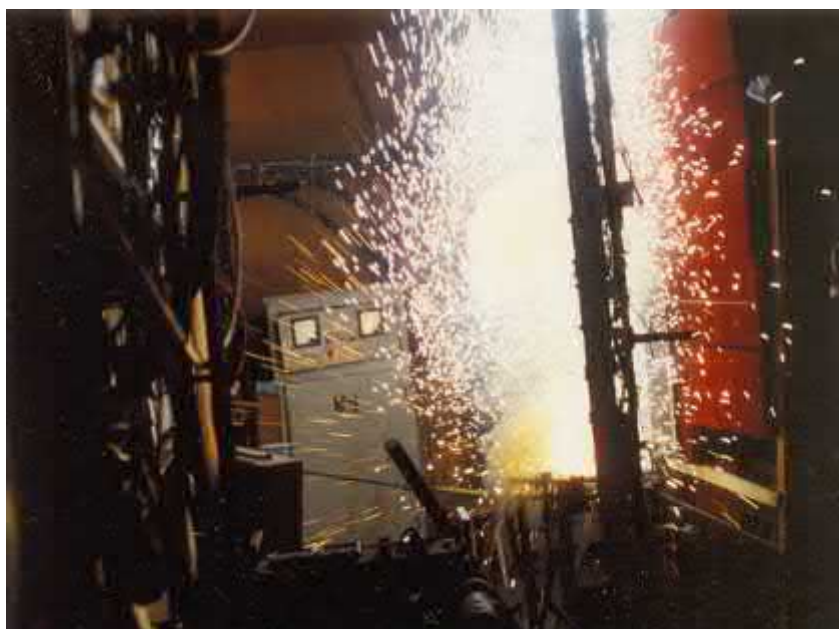


Рис. 1. Долгоживущее плазменное образование в одном из опытов

На фото (рис.1) и видеоснимках ДПО представляется в виде яркого шара диаметром 35 см. Скорость перемещения в свободной атмосфере – около 1 м/с. Яркостная температура, измеренная на зелёной линии, составляет ≈ 4500 К.

Автономные ДПО, обладая большой запасаемой энергией и температурой, позволяют испытывать различные материалы на тепловой (термический) удар [8].



Рис. 2. Результат действия ДПО на стекло

Это является наиболее перспективным направлением технологического применения ДПО, т. к. можно управлять параметрами теплового удара в широких пределах. Были проведены испытания воздействия ДПО на стекло, ситалл, плексиглас, дерево, фанеру, графит и др. На рис. 2 представлен результат воздействия ДПО на стекло. На фотографии видно, что тепловой удар привёл к образованию на стекле слоя типа «лотос» из радиально поднятых на периферии тонких полосок отслоившегося оплавленного стекла. На рис. 3 – на фанеру и токоподводы, так как они находятся в области разрядного промежутка. Длительность воздействия определяется временем формирования ДПО и составляет от 50 ms до 1 s. В результате проведённых экспериментов оказалось, что наименьшее влияние проявилось на фанере. Кроме воздействия на подложку, происходит контакт с токоведущими медными и бронзовыми элементами плазменной пушки. Они частично оплавляются во время проведения опыта. В таблице приведены основные параметры получаемых автономных долгоживущих плазменных образований.



Рис. 3. Последствия взаимодействия ДПО с электродами и фанерой

**Основные параметры
получаемых автономных долгоживущих плазменных образований**

№ n/n	Параметр	Долгоживущее плазменное образование	Шаровая молния (данные взяты из [9])
1	Форма	Близкая к сферической	$89 \pm 1 \%$
2	Диаметр	30–35 см	28 ± 4 см
3	Время жизни	Около 2 с	$10^{0,95 \pm 0,25}$ с
4	Скорость перемещения	Около 1 м/с	4 ± 1 м/с
5	Запасаемая энергия	≈ 10 кДж	$10^{1,3 \pm 0,2}$ кДж
6	Плотность энергии	$\approx 0,8$ Дж см ⁻³	$10^{0,75 \pm 0,5}$ Дж см ⁻³

Как видно из таблицы, большинство параметров ДПО сопоставимо с параметрами среднестатистической ШМ. На основании этого можно сравнивать результаты воздействия долгоживущих плазменных образований на материалы с результатами воздействия на них природной ШМ.

Ссылки

1. Стаханов И. П. О физической природе шаровой молнии. М.: Энергоатомиздат, 1985. 190 с.
2. Григорьев А. И. Шаровая молния: моногр. 2-е изд., доп. Ярославль: ЯрГУ, 2010. 200 с.
3. Колосовский О. А. Исследование следа шаровой молнии на оконном стекле // ЖТФ. 1981. Т. 51, вып. 4. С. 856–858.
4. Кунин В. Н., Конопасов Н. Г., Плешивцев В. С. // ПТЭ. 1988. № 3. С. 103–104.
5. Кунин В. Н., Фуров Л. В. Исследование плазменных тороидальных вихрей, возникающих при электрическом взрыве диафрагм в воздухе // Изв. вузов. Физика. 1990. № 6. С. 119–121.
6. Фуров Л. В. Получение автономных долгоживущих плазменных образований в свободной атмосфере // ЖТФ. 2005. Т. 75, вып. 3. С. 98–101.
7. Кунин В. Н., Залазаев П. М., Градусов Б. Ф., Дорожков В. В., Пичужкина Л. И., Фёдорова Н. К. Эксперименты по получению устойчивых тороидальных плазменных образований при атмосферном давлении // Вопросы низкотемпературной плазмы и магнитогидродинамики. Рязань, 1978. С. 3–37.
8. Кунин В. Н., Плешивцев В. С., Фуров Л. В. Воздействие на поверхность высокоэнергетическим тепловым ударом с использованием долгоживущего плазменного образования // Сборник трудов Всесоюзной научно-технической конференции «Современная электротехнология в промышленности России», г. Тула, 1–2 ноября 2005 г. Тула, 2005. С. 92–96.
9. Смирнов Б. М. Проблема шаровой молнии. М.: Наука, 1988. 208 с.

О НЕКОТОРЫХ НЕОБЫЧНЫХ СВОЙСТВАХ ГАТЧИНСКОГО РАЗРЯДА ПОДТВЕРЖДАЮЩИХСЯ В ПОСЛЕДНИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ

Г. Д. Шабанов, А. Г. Крившич

ФГБУ «Петербургский институт ядерной физики им. Б. П. Константинова»,
г. Гатчина, Россия.

E-mail: shabanov@pnpi.spb.ru

При исследовании Гатчинского разряда наблюдались некоторые необычные его свойства. «Обычные» плазменные образования имеют диффузную границу с воздухом. В Гатчинском разряде у автономного светящегося образования очень резкая граница, и оно способно удерживать в своих границах вещества, специально вводимые в разряд. Инструментально определено, что через 100–150 мс после окончания разряда светящееся образование имеет потенциал в десятки киловольт. При этом получение светящихся образований происходит в установке при разряджении конденсатора с разностью потенциалов на обкладках 5 киловольт. Эти особенности подмечены и анализируются в последних работах по Гатчинскому разряду американскими и украинскими исследователями. *Отметим, что такие данные хорошо согласуются с нашей гипотезой.*

Несмотря на то, что после первой публикации [1] о Гатчинском разряде прошло более десяти лет, в последнее время наблюдается усиление интереса к этому явлению. Постоянно уделяют этой теме внимание немецкие исследователи [2, 3, 4], к ним присоединились несколько групп американских и украинских специалистов, работы которых подтверждают наши наблюдения о необычных свойствах данного разряда.

Американский исследователь Дэвид Фридей считает, что интерес к данному разряду многими учеными «земного шара» вызван как простотой эксперимента, так и видом этого «очаровательного явления» [5]. Дэвид Фридей выполнял 18 месячную дипломную работу по изучению этого разряда в исследовательской лаборатории военно-воздушных сил (Department of Chemistry, United States Air Force Academy), где ему помогали специалисты этой лаборатории. Результатом совместной работы стала статья [6]. Тремя месяцами ранее группа исследователей из Техасского университета опубликовала свою версию этого явления [7]. Полученные результаты и заключения автора [5] подтверждают ряд выводов, сформулированных в наших статьях. В работах украинских групп, например в статьях [8, 9], также есть интересные наблюдения. В работе [9], выполненной под руководством В. Б. Юферова, высказывается гипотеза о появлении индуцированного напряжения на электродах до 60 кВ.

Образование в Гатчинском разряде объекта с изолирующей от атмосферного воздуха границей. В работе [11] мы высказали гипотезу о механизме рождения шаровой молнии. В этот механизм входит, в том числе, и возможность образования оболочки. Эта часть гипотезы подтверждалась многочисленными опытами и наблюдениями, например на рис. 1 и 2 можно увидеть эволюцию оболочки во времени. Автор [5] также наблюдал резкую и почти сферическую границу между «plasmoid» и окружающей средой. Количественные доказательства проявления уникальной способности «plasmoid» защищать его содержимое от смешивания с атмосферным воздухом приведены в [5]: «Масс-спектрометрия этих plasmoids была также выполнена,

© Шабанов Г. Д., 2015
© Крившич А. Г., 2015

используя ловушку иона (orbitrap) для определения ионов, существующих в plasmoid. Эти спектры показали присутствие $(\text{H}_2\text{O})_n\text{H}^+$ ($n = 2, 3$), $(\text{H}_2\text{O})_n\text{NO}^+$ ($n = 0, 1$) и несколько маленьких молекул, включая H_2O , NH_3 , и NO_3 , связанных с металлическими ионами. Используя изотопическую маркировку, эти ионы представили количественные свидетельства проявления уникальной способности plasmoid защищать его содержимое от смешивания с атмосферным воздухом».

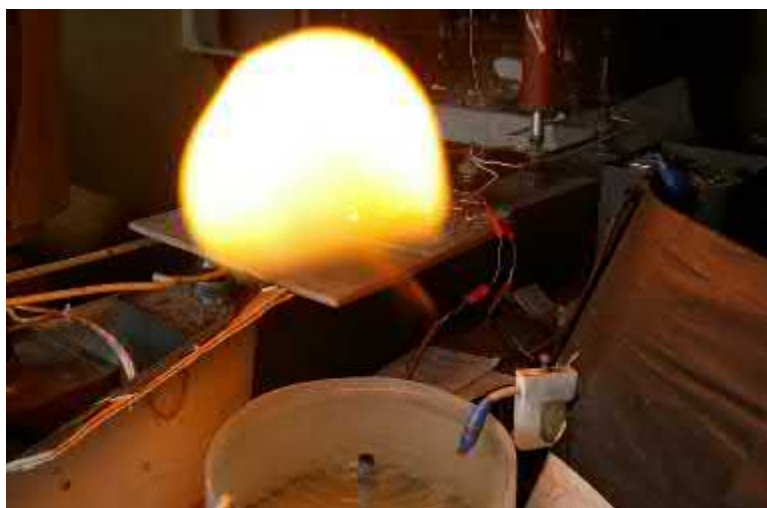


Рис. 1. Резкая граница оболочки светящегося образования – аналога шаровой молнии



Рис. 2. Оболочка аналога шаровой молнии в процессе разрушения

Появились статьи по теоретическому исследованию, моделированию Гатчинского разряда, одна из последних работ данного направления — [10].

Образование дипольных радикалов, молекул и ионов, из которых образуется оболочка, в нашей гипотезе постулировалось. Работы [5, 6] заполнили этот пробел. Масс-спектрометрические измерения [5] показали, что при использовании D_2O вместо H_2O отношение водорода к дейтерию в NH_3 указывает, что NH_3 активно наработан в «plasmoid», то есть NH_3 синтезирован из азота и водорода воздуха. Это не единственный пример из этой работы, который показывает, что в атмосферном воздухе достаточно «строительного материала», из которого возможно создание дипольной оболочки шаровой молнии.

Количество образующихся соединений оказалось очень большим. Предполагалось, что многие соединения образуются при участии воды в емкости установки по созданию аналога шаровой молнии, что подтвердилось. Однако и большая часть соединений синтезировалась из атмосферного воздуха, что соответствует нашей гипотезе образования шаровой молнии [11]. Приведем небольшую часть из списка наблюдавшихся положительных ионов с зарядом единица — $C_6H_9^+$, $C_3H_8NO^+$, $C_3H_8OH^+$, $C_5H_9O_2^+$, $C_5H_{10}NO^+$, $C_7H_{18}N^+$, $C_{12}H_{25}O_3^+$, $H(H_2O)_2^+$, $H(H_2O)_3^+$, $NO(H_2O)^+$, NO^+ , $(D_2O)_2D^+$, $NO(D_2O)^+$ и отрицательных NO_2^- , NO_3^- , $HN_2O_5^-$, $HN_2O_6^-$.

Гипотеза Юферова о появлении на электродах значительной разности потенциалов, превышающей напряжение заряда конденсаторной батареи.

В начальной стадии разряда наблюдаются кратковременные высокие разрядные токи, появление которых В. Б. Юферов связывает с зарядом «водяной емкости», образованной электродами в водяном бачке. При разряде «водяной емкости» на электродах появляется значительная разность потенциалов, $U = L \times dI/dt$, значительно превышающая напряжение заряда конденсаторной батареи (по оценке $U \approx 60$ кВ) [9].

С этой точки зрения интересно сравнить потенциал нашего аналога шаровой молнии с возникающей разностью потенциалов на «водяной емкости». Оценка заряда инструментальным способом дала величину $4 \cdot 10^{-7}$ Кл [11]. Потенциал можно найти как функцию от заряда и диаметра (D): $\varphi = (4\pi\epsilon_0)^{-1} \times Q \times (0,5D)^{-1}$, где ϵ_0 — диэлектрическая постоянная. Обычно генерируются светящиеся образования диаметром 12 см. При таких параметрах их потенциал составляет около 60 кВ.

Данное совпадение с разностью потенциалов, которая возникает на электродах при разряде «водяной емкости», достаточно условно. Этот потенциал имеет аналог шаровой молнии через 100÷150 мс после окончания разряда. В момент образования (когда отключается конденсаторная батарея) потенциал достаточно большой, но заряд постоянно стекает и через 200÷300 мс градиент электрического поля становится маленьким. Теряется возможность удержания дипольной оболочки, оболочка начинает разрушаться. На рис. 2 приведен как раз такой момент.

Начиная с 50÷100 мс после окончания разряда аналог шаровой молнии можно наблюдать визуально (рис. 3). Это достаточно короткий период времени — около 200 мс, потом идет разрушение оболочки (до 300 мс), которое визуально наблюдается как небольшая вспышка.



Рис. 3. Аналог шаровой молнии в наиболее благоприятный момент времени для визуального наблюдения

В статье рассмотрены два свойства аналога шаровой молнии, которые в экспериментах трудно проверить и объяснить. Это образование оболочки, которая обеспечивает восприятие объекта как целого, и большой электрический потенциал. Благодаря работам [5, 9] эти вопросы стали более прозрачными, они дополнительно подтверждают предлагаемую нами гипотезу.

Ссылки

1. Шабанов Г. Д. Оптические свойства долгоживущих светящихся образований // Сб. тр. 3-й международной конференции «Естественные и антропогенные аэрозоли». СПб., 24.09–27.09. 2001. СПб., 2001. С. 368–370. Сокр. вариант // Technical Phys. Lett. 2002. Vol. 28. № 2. P. 164–166.
2. Versteegh A., Behringer K., Fantz U., Fussmann G., Juttner B., and Noack S. Long-living plasmoids from an atmospheric water discharge // Plasma Source Science and Technology. 2008. Vol. 17, № 2. P. 024014-1–024014-8.
3. Fantz U., Kalafat S., Friedl R., and Briefi S. Generation of an atmospheric plasmoid from a water discharge: An analysis of the dissipated energy // J. Appl. Phys. 2013. Vol. 114, № 4. P. 043302-1–043302-8, 2013.
4. Fantz U., Briefi S., Friedl R., Kammerloher M., Kolbinger J., and Oswald A. Initial Phase of a Large Atmospheric Plasmoid Generated Above a Water Surface // IEEE Transactions on Plasma Science. 2014. Vol. 42, № 10.
5. Friday D. M. In Pursuit of a Chemical and Phenomenological Understanding of Long-Living Atmospheric Pressure Water-Based Ball Plasmoids. University of Illinois at Urbana-Champaign, 2014. [PDF] с сайта illinois.edu
6. Friday D. M., Broughton P. B., Lee T. A., Schutz G. A., Betz J. N. and Lindsay C. M. Further Insight into the Nature of Ball Lightning-Like Atmospheric Pressure Plasmoids // J. Phys. Chem. A 117 9931 (2013) Department of Chemistry, United States Air Force Academy, USAF Academy, Colorado 80840 (USA).
7. Stephan K. D., Dumas S., Komala-Noor L., McMin J. Initiation, growth and plasma characteristics of ‘Gatchina’ water plasmoids // Plasma Sources Science and Technology. 2013. Vol. 22, 025018.
8. Баранов М. И. Некоторые результаты экспериментального исследования в высоковольтной лаборатории низкоэнергетических плазмоидов искусственной шаровой молнии // Электротехника электромеханика. 2013. Вып. № 5. С. 56–59.
9. Юферов В. Б., Муфель Е. В., Ткачёв В. И., Шарый С. В., Ткачева Т. И. Особенности газовых разрядов над поверхностью воды при атмосферном давлении // Вестник НТУ «ХПИ». 2011. № 4. С. 103–108.
10. Бычков В. Л., Анпилов С. В., Савенкова Н. П. Газодинамическое моделирование «плазмоида», созданного Гатчинским разрядом // Химическая физика. 2014. Т. 33, № 2 С. 58–63.
11. Шабанов Г. Д., Крившич А. Г., Жеребцов О. М., Гаврилов Г. Е. Шаровая молния – рождение и некоторые её свойства, моделируемые в наших экспериментах // Сб. тр. 10-й международной конференции «Волновая электродинамика проводящей жидкости. Долгоживущие плазменные образования и малоизученные формы естественных электрических разрядов в атмосфере». Ярославль, ЯрГУ, 04 – 08 июля 2013 года. Ярославль, 2013. С. 214–225.

ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОЕ ПОЛЕ БЕСКОНЕЧНО ТОНКОГО СТЕРЖНЯ КОНЕЧНОЙ ДЛИНЫ, ПОДДЕРЖИВАЕМОГО ПРИ ПОСТОЯННОМ ПОТЕНЦИАЛЕ

С. О. Ширяева, А. И. Григорьев, А. А. Ширяев

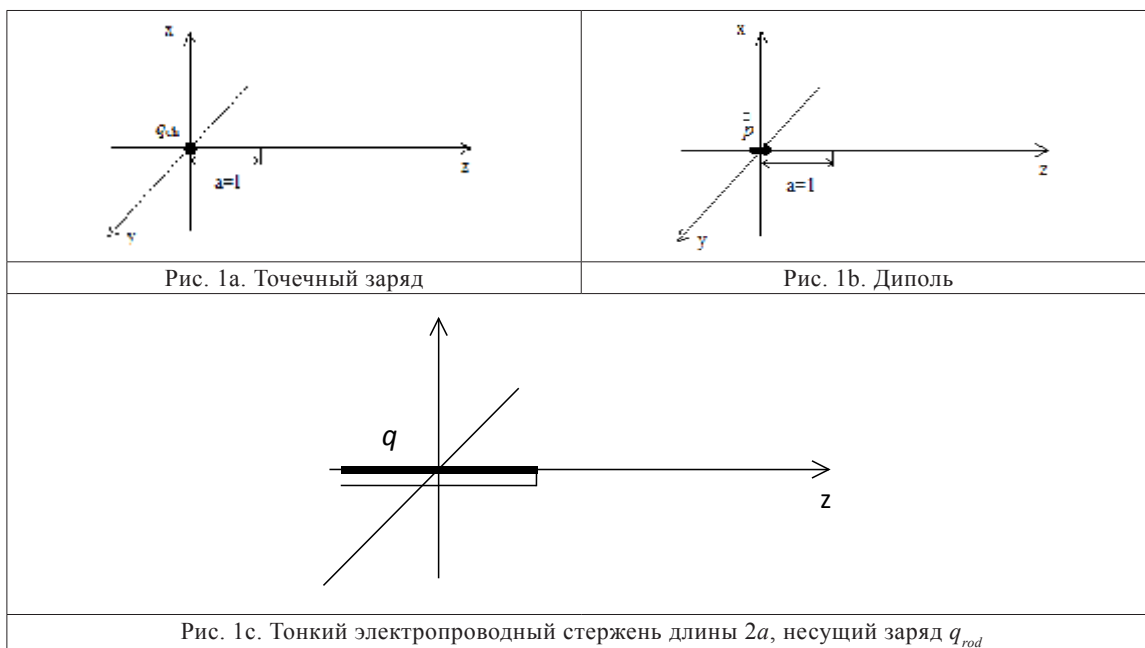
*Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова, Россия. Ярославль
E-mail: grig@uniyar.ac.ru*

В работе экспериментально [1] исследовалась электростатическая неустойчивость заряженных капель, свободно падающих в неоднородном электростатическом поле. При реализации неустойчивости капли выбрасывали заряженные струи, на поверхности которых фиксировалось возбуждение мод капиллярных волн с различной симметрией. Неоднородное поле создавалось при подаче фиксированной разности потенциалов на межэлектродный промежуток между стержнем и перпендикулярным к нему плоским электродом. Для определения степени неоднородности электростатического поля оценим поле вокруг тонкой проводящей бесконечно тонкой нити, поддерживаемой при постоянном потенциале (полагая, что на нити находится постоянный заряд).

Для сравнения форм поверхностей капель в электростатических полях различной неоднородности необходимо определить степень неоднородности поля. В данной работе рассматривается поле тонкого стержня в сравнении с полями точечного заряда и точечного диполя и определяется зависимость степени неоднородности поля от длины стержня.

Поля рассчитываются в системах координат, приведенных на рис.1а-с.

Поле тонкого стержня длиной $2a$, расположенного на оси z на отрезке $[-a, a]$ и точечного заряда, задаются соответственно потенциалами [2]:



$$\varphi_{rod} = -\frac{q_{rod}}{2a} \ln \left(\frac{z-a+\sqrt{(z-a)^2+x^2+y^2}}{z+a+\sqrt{(z+a)^2+x^2+y^2}} \right),$$

$$\varphi_{ch} = \frac{q_{ch}}{r}, \quad \varphi_{dip} = \frac{\vec{p} \cdot \vec{e}_r}{r^2},$$

где q_{rod} , q_{ch} – величины зарядов.

Для более наглядного изображения полей далее представлены картины эквипотенциальных поверхностей для стержней разной длины, точечных заряда и диполя (рис. 2 a–d).



Как видно из представленных графиков, при сокращении длины стержня поле принимает вид поля точечного заряда. Наиболее сильная угловая зависимость потенциала наблюдается у поля точечного диполя.

Применительно к вопросам устойчивости капель во внешних полях нас интересует поле около конца стержня. На следующих иллюстрациях можно увидеть, как направлены силовые линии, выходящие из конца стержня, и сравнить их поведение с поведением линий точечного заряда и диполя. Следует обратить внимание, на угловые зависимости напряжённости – угол, под которым расходятся линии вблизи конца стержня (на оси z), уменьшается с расстоянием, у точечного заряда не изменяется, а у поля диполя увеличивается (рис. 3 a–d).

В экспериментах капли падают на некотором расстоянии L от конца стержня, который является источником поля. Стержни разной длины поддерживаются при некотором одинаковом для всех постоянном потенциале. Так как мы рассматриваем расходящийся при $r \rightarrow 0$ потенциал бесконечно тонкого стержня, необходимо задать некоторую малую толщину стержня. Рассматривать будем характерные для экспериментов длины стержней – 2 см, 6 см и 10 см, для которых достаточно малой может считаться толщина равная 0.1 мм. Перейдём к анализу степени неоднород-

ности поля стержня, для чего посмотрим на изменение величины напряжённости с расстоянием от конца стержня / точечного заряда / точечного диполя вдоль оси z . На рис. 4 представлены соответствующие зависимости для стержней разной длины и точечного заряда. Очевидно, что поле точечного диполя является самым неоднородным, а поле точечного заряда спадает быстрее поля стержня.

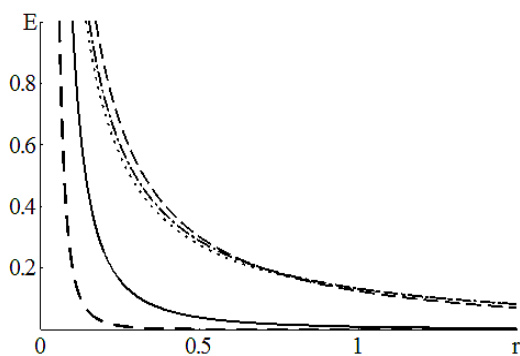
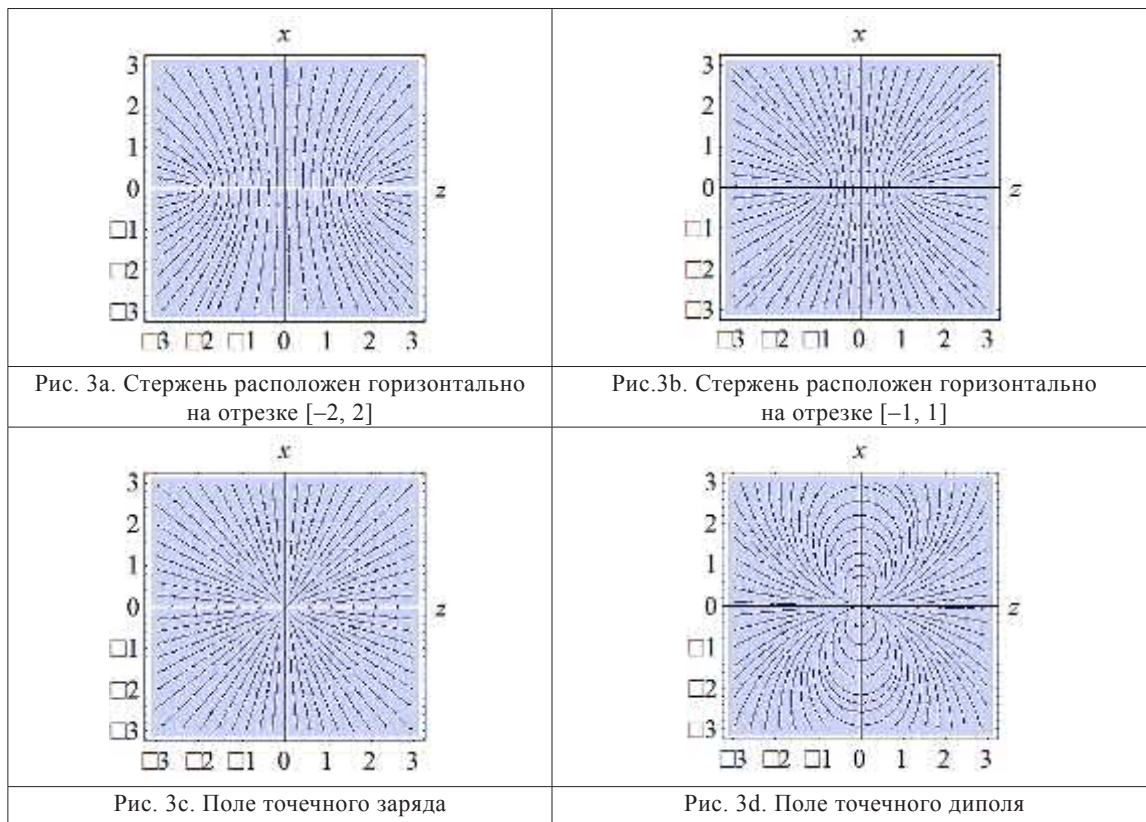
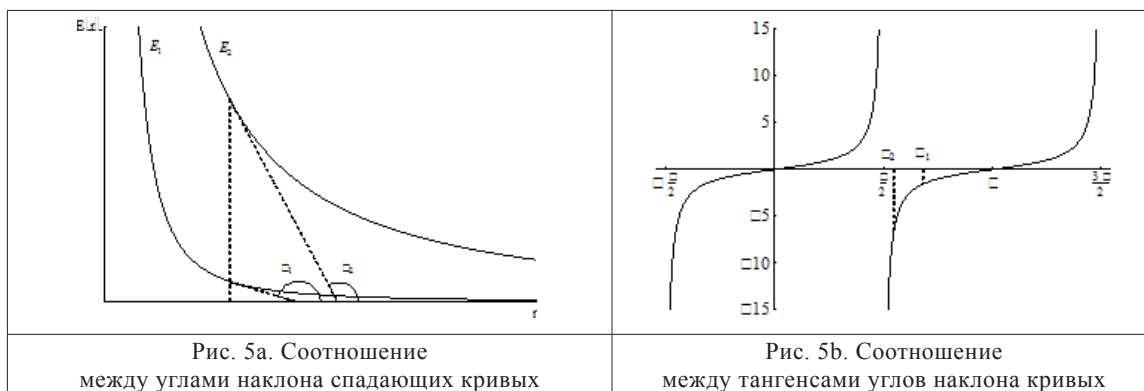


Рис. 4. Зависимость величины напряжённости поля вдоль оси стержня от расстояния до его конца:
пунктирная толстая линия – поле точечного диполя; сплошная линия – поле точечного заряда;
пунктирная – $a = 1$; штрихпунктирная – $a = 3$; точечная – $a = 5$

Так как визуальный анализ поведения кривых стержня затруднителен, выделим математический критерий более резко изменяющейся функции. Рассматриваемые функции – убывающие. Обратим внимание, что для функции, убывающей быстрее E_1 , угол наклона кривой α_1 больше, чем угол наклона α_2 кривой E_2 , спадающей медленнее (рис. 5а). Далее перейдём от углов наклона к их тангенсам. Так как углы для спадающих функций заключены в интервале $\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \pi$, то для соотношения $\alpha_1 > \alpha_2$ можно записать эквивалентное соотношение $|\operatorname{tg} \alpha_1| < |\operatorname{tg} \alpha_2|$ (рис. 5б).



Последнее выражение эквивалентно соотношению между производными:

$$\left| \frac{\partial E_1}{\partial r} \right| < \left| \frac{\partial E_2}{\partial r} \right|, \quad (3)$$

Т. е. для более быстро спадающей функции $E_1(r)$ график её производной по рассматриваемому направлению будет расположен ниже графика медленно спадающей функции $E_2(r)$.

Вычислим $\left| \frac{\partial E(r, \theta)}{\partial r} \right|$ и построим графики их зависимости. Так как присутствует масштаб, равный длине стержня, рассматривать поля необходимо в отдельных областях. Сначала рассмотрим поле вблизи конца, т. е. рассматриваемые расстояния много меньше длины стержня. Из представленных на рис. 6. зависимостей видно, что при малых расстояниях до конца стержня поле длинного стержня спадает быстрее поля более коротких и поля точечного заряда. Но следует отметить, что значения рассматриваемых расстояний приближаются к мнимой толщине стержня, т. е. такое поведение поля может наблюдаться у очень тонких игл, где можно пренебречь изменениями, вносимыми в поле их толщиной и формой конца.

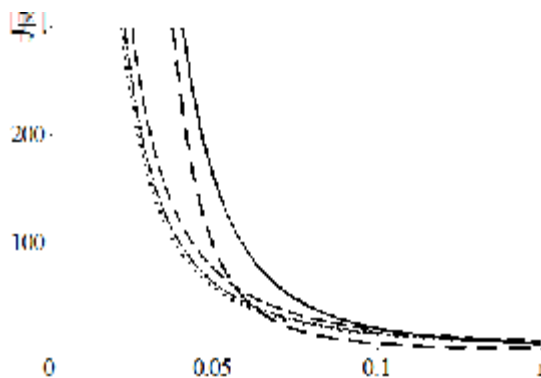


Рис. 6. Графики зависимости от расстояния $\left| \frac{\partial E(r, \theta)}{\partial r} \right|$ на малом удалении от конца стержня: пунктирная толстая линия – поле точечного диполя; сплошная линия – поле точечного заряда; пунктирная – $a = 1$; штрихпунктирная – $a = 3$; точечная – $a = 5$

Далее рассмотрим поведение полей на удалении от концов стержней.

Согласно зависимостям на рис. 7 на удалении от конца стержня/заряда/диполя – поле диполя самое неоднородное (практически сливается с осью z), затем поле точечного заряда, а поля стержней спадают заметно медленнее, и тем медленнее, чем больше длина стержня.

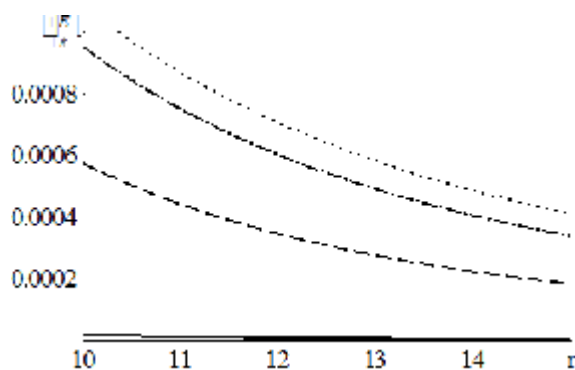


Рис. 7. Графики зависимости от расстояния $\left| \frac{\partial E(r, \theta)}{\partial r} \right|$ на большом удалении от конца стержня: пунктирная толстая линия – поле точечного диполя; сплошная линия – поле точечного заряда; пунктирная – $a = 1$; штрихпунктирная – $a = 3$; точечная – $a = 5$

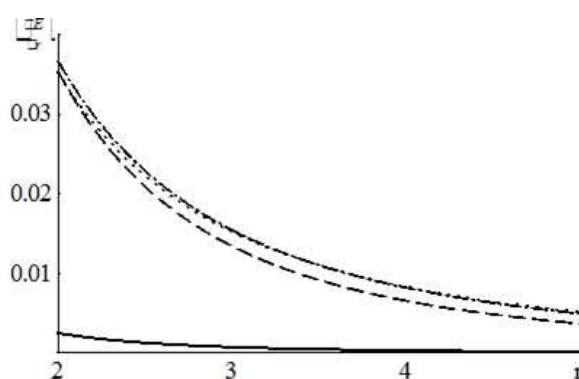
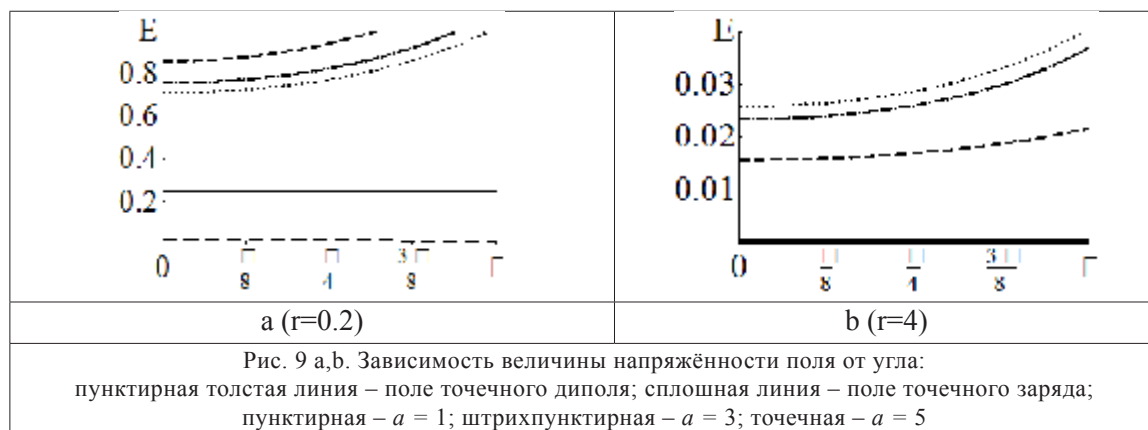


Рис. 8. Графики зависимости от расстояния $\left| \frac{\partial E(r, \theta)}{\partial r} \right|$ на расстояниях порядка длины стержня: пунктирная толстая линия – поле точечного диполя; сплошная линия – поле точечного заряда; пунктирная – $a = 1$; штрихпунктирная – $a = 3$; точечная – $a = 5$

Обратимся к последней области – расстояниях порядка длин стержней (рис. 8). На расстояниях порядка длин рассматриваемых стержней нет однозначного взаиморасположения кривых для поля стержней, но поле точечного заряда является значительно более неоднородным по сравнению с ними.

Так как выше рассматривались зависимости вдоль оси стержня, необходимо провести сравнение и в другом направлении, т. е. угловых зависимостей напряжённости. Поскольку в плоскости, перпендикулярной оси Z присутствует симметрия по углу, будем рассматривать углы $0 \leq \theta \leq \pi/2$.



Рассмотрим область вблизи конца стержня (рис. 9а) и на удалении от конца стержня (рис. 9b). Из представленных графиков видно, что влияние длины стержня меняется на обратное при приближении к концу стержня. Далее построим графики модулей производных напряжённости $\left| \frac{\partial E(r, \theta)}{\partial r} \right|$, чтобы оценить скорость изменения напряжённости с углом (рис. 10). Поле точечного заряда угловой зависимости не имеет, т. е. для него линия совпадает с осью абсцисс.

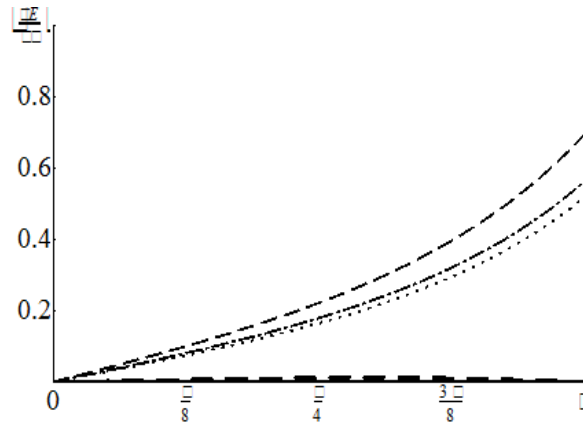


Рис. 10а. Зависимость $\left| \frac{\partial E(r, \theta)}{\partial r} \right|$ от угла при $\gamma = 0.2$:
пунктирная толстая линия – поле точечного диполя; сплошная линия – поле точечного заряда;
пунктирная – $a = 1$; штрихпунктирная – $a = 3$; точечная – $a = 5$

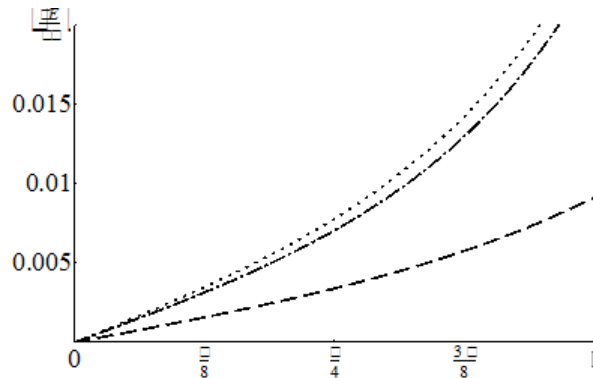


Рис. 10b. Зависимость $\left| \frac{\partial E(r, \theta)}{\partial r} \right|$ от угла при $\gamma = 4$:
пунктирная толстая линия – поле точечного диполя; сплошная линия – поле точечного заряда;
пунктирная – $a = 1$; штрихпунктирная – $a = 3$; точечная – $a = 5$

Вблизи конца короткого стержня (пунктирная тонкая линия) наблюдается наиболее сильная угловая зависимость.

На удалении от конца стержня картина меняется: наиболее сильную угловую зависимость показывает поле более длинного стержня. Кривая поля диполя сливается с осью абсцисс.

В области вблизи конца длинного стержня поле сильнее изменяется вдоль оси стержня и слабее от угла по сравнению с коротким стержнем. При удалении от конца стержня картина меняется на противоположную. Также вблизи конца стержня поле является более неоднородным, чем на таком же расстоянии от точечного заряда. На удалении от конца стержня поле стержня становится менее неоднородным с увеличением его длины, а также в сравнении с полями точечных заряда и диполя.

Ссылки

1. Kim O. V., Dunn P. F. Control production by in-flight electrospraying // *Langmuir*. 2010. Vol. 26. P. 15807–15813.
2. Батыгин В. В., Топтыгин И. Н. Сборник задач по электродинамике. М.: Наука, 1970. 504 с.

УДК 551.594.2: 532.59: 534.1

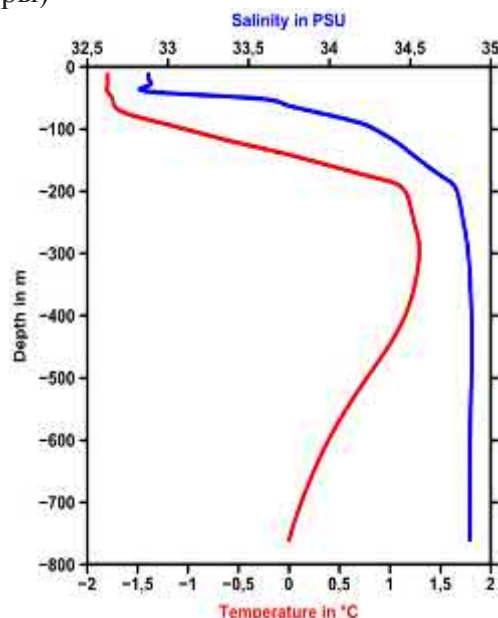
ГРАВИТАЦИОННЫЕ ВОЛНЫ В МНОГОСЛОЙНОЙ ЖИДКОСТИ*

С. О. Ширяева, А. И. Григорьев, Л. С. Яковлева

Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова, Россия. Ярославль
E-mail: grig@uniyar.ac.ru

Из-за хемоклиной и термоклиной стратификации морской воды представляет интерес проблема исследования поверхностных и внутренних гравитационных волн в многослойной жидкости.

На рисунке приведены результаты измерения температуры и солёности океанской воды. Легко выделить три слоя: ~50 м воды низкой солёности, «плавающей» на поверхности океана, с температурой $-1,8^{\circ}\text{C}$; ~150 м, где повышается температура и растёт солёность; глубокий слой с почти постоянной солёностью и медленным понижением температуры)



1. Постановка проблемы. Пусть имеется трёхслойная жидкая среда, в которой на слое бесконечной глубины $h_3 \sim \infty$, плотностью ρ_3 , находятся два жидких слоя

* Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 14-01-00170-а.

с толщиной h_2 , плотностью ρ_2 и толщиной h_1 , плотностью ρ_1 . Все три жидкости несжимаемые, несмешиваемые и идеальные находятся в поле сил тяжести $\mathbf{g}$ ориентированные так, что $\mathbf{g} \parallel -\mathbf{n}_z$, а $\mathbf{n}_z$ – орт декартовой системы координат. Орт, $\mathbf{n}_x$ вводится параллельно границе раздела жидкостей так, чтобы начало системы координат находилась на границе раздела нижней жидкости с массовой плотностью ρ_3 и лежащей на ней жидкости с плотностью ρ_2 . При таком введении декартовых координат верхний слой занимает пространство $h_2 \leq z \leq h_2 + h_1$, средний слой занимает пространство $0 \leq z \leq h_2$, а нижний: $z \leq 0$.

При виртуальном возмущении границ раздела жидкостей свободная поверхность верхней жидкости описывается уравнением: $F_1(x, z, t) \equiv z - \xi_1(x, t) - (h_1 + h_2) = 0$, где $\xi_1(x, t)$ – малое отклонение поверхности верхней жидкости от невозмущённого уровня $z = h_1 + h_2$; вторая граница раздела жидкостей описывается уравнением: $F_2(x, z, t) \equiv z - \xi_2(x, t) - h_2 = 0$, где $\xi_2(x, t)$ – малое отклонение границы раздела жидкостей от невозмущённого уровня $z = h_2$; $F_3(x, z, t) \equiv z - \xi_3(x, t) = 0$, где $\xi_3(x, t)$ – малое отклонение границы раздела жидкостей от невозмущённого уровня $z = 0$.

Следует отметить, что модель несмешиваемых жидкостей будет описывать реальную ситуацию, если толщины переходных от жидкости с плотностью ρ_1 к жидкости с плотностью ρ_2 и от жидкости с плотностью ρ_2 к жидкости с плотностью ρ_3 слоёв (толщины зон стратификации по плотности), будет много меньше длины волны и толщин слоёв выше лежащих жидкостей.

Проанализируем взаимодействие и устойчивость гравитационных волн, порождённых свободной поверхностью и границами раздела сред. Задача решается в предположении потенциальности течения жидкостей.

Математическая формулировка задачи состоит из: уравнений Эйлера и уравнений неразрывности для трёх сред :

$$\frac{\partial \mathbf{V}_j}{\partial t} + (\mathbf{V}_j, \nabla) \mathbf{V}_j = -\frac{1}{\rho_j} \nabla P_j + \mathbf{g}; \quad \text{div} \mathbf{V}_j = 0; \quad j = (1, 2, 3);$$

и граничных условий к ним:

$$\begin{aligned} z = (h_1 + h_2) + \xi_1(x, t): \quad & \frac{dF_1}{dt} = \left(\frac{dF_1}{dt} + (\mathbf{V}_1, \nabla) F_1 \right) = 0; \\ & P_1 = P_0; \quad V_{1n} = V_{2n}; \\ z = h_2 + \xi_2(x, t): \quad & \frac{dF_2}{dt} = \left(\frac{dF_2}{dt} + (\mathbf{V}_2, \nabla) F_2 \right) = 0; \\ & P_2 = P_1; \quad V_{2n} = V_{3n}; \\ z = \xi_3(x, t): \quad & \frac{dF_3}{dt} = \left(\frac{dF_3}{dt} + (\mathbf{V}_3, \nabla) F_3 \right) = 0; \quad P_2 = P_3; \\ z \rightarrow -\infty: \quad & \mathbf{V}_3 = 0. \end{aligned}$$

Здесь $P_j(\mathbf{r}, t)$ – давление в j -й среде; P_0 – постоянное давление над верхним слоем жидкости; $\mathbf{V}_j(\mathbf{r}, t)$ – поле скоростей течения жидкости в j -й среде; V_{jn} – нормальные компоненты скоростей.

2. Скаляризация и линеаризация задачи. В рамках модели потенциального течения жидкости

$$\mathbf{V}_j(\mathbf{r}, t) \equiv \nabla \psi_j(\mathbf{r}, t),$$

где $\psi_j(\mathbf{r}, t)$ – потенциалы поля скоростей движения трёх жидкостей, соответственно. Поскольку движения всех жидкостей вызваны малыми колебаниями, будем

полагать, что $\psi_j(\mathbf{r}, t)$ имеют тот же порядок малости, что и амплитуды гравитационных волн: $|\psi_i| \sim |\xi_i|$.

Представляя поля скоростей через скалярные потенциалы, получим краевую задачу:

$$\Delta\psi_j(\mathbf{r}, t) = 0; \quad P_j(\mathbf{r}, t) = -\rho_j(\partial_t\psi_j(\mathbf{r}, t) + gz) = P_{j,0},$$

где $P_{j,0}$ – константы интегрирования;

$$z \rightarrow \infty: \quad \psi_3(\mathbf{r}, t) \rightarrow 0$$

$$z = (h_1 + h_2): \quad -\partial_t\xi_1(x, t) + \partial_z\psi_1(\mathbf{r}, t) = 0$$

$$P_{1,0} = P_{амм} + \rho_1 g (h_1 + h_2); \quad \partial_t\psi_1(\mathbf{r}, t) + g\xi_1(x, t) = 0;$$

$$z = h_2: \quad -\partial_t\xi_2(x, t) + \partial_z\psi_1(\mathbf{r}, t) = 0; \quad \partial_t\xi_2(x, t) + \partial_z\psi_2(\mathbf{r}, t) = 0;$$

$$\rho_1\partial_t\psi_1(\mathbf{r}, t) - \rho_2\partial_t\psi_2(\mathbf{r}, t) + (\rho_1 - \rho_2)g\xi_2(x, t) = 0;$$

$$P_{2,0} = P_{1,0} + gh_2(\rho_2 - \rho_1);$$

$$z = 0: \quad -\partial_t\xi_3(x, t) + \partial_z\psi_2(\mathbf{r}, t) = 0; \quad \partial_t\xi_3(x, t) + \partial_z\psi_3(\mathbf{r}, t) = 0;$$

$$P_{3,0} = P_{2,0}; \quad \rho_2\partial_t\psi_2(\mathbf{r}, t) - \rho_3\partial_t\psi_3(\mathbf{r}, t) + (\rho_1 - \rho_2)g\xi_3(x, t) = 0.$$

Где ∂_z и ∂_t обозначают частные производные по координатам и времени.

3. Вывод дисперсионного уравнения. Примем, что:

$$\xi_j(x, t) \equiv A_j(t)\exp(ikx),$$

где $A_j(t)$ – неизвестные коэффициенты, зависящие от времени.

Решения периодические по переменной x и аperiodические по z двумерного уравнения Лапласа (если оставить одну волну из двух, так как они будут идентичными, но бегущими в противоположных направлениях) имеют вид:

$$\psi_1(x, z, t) \equiv (D_1(t)\exp(kz) + D_2(t)\exp(-kz))\exp(ikx); \quad (1)$$

$$\psi_2(x, z, t) \equiv (D_3(t)\exp(kz) + D_4(t)\exp(-kz))\exp(ikx);$$

$$\psi_3(x, z, t) \equiv D_5(t)\exp(kz)\exp(ikx).$$

$D_m(t)$ – неизвестные коэффициенты. Удовлетворяя граничным условиям, найдём связь между $D_m(t)$ и $A_j(t)$:

$$D_1(t) = \frac{A'_1(t) - \exp(-kh_1) A'_2(t)}{2k \exp(kh_2) sh(kh_1)};$$

$$D_2(t) = \frac{A'_1(t) - \exp(kh_1) A'_2(t)}{2k \exp(-kh_2) sh(kh_1)};$$

$$D_3(t) = \frac{A'_2(t) - \exp(-kh_2) A'_3(t)}{2k \cdot sh(kh_2)};$$

$$D_4(t) = \frac{A'_2(t) - \exp(kh_2) A'_3(t)}{2k \cdot sh(kh_2)}; \quad D_5(t) = \frac{1}{k} A'_3(t).$$

Временную зависимость коэффициентов волновых решений естественно искать в виде гармонических функций времени, поэтому примем:

$$A_j(t) = \alpha_j \exp(-i\omega t). \quad (2)$$

Подставим полученные коэффициенты $D_m(t)$ в (1) и получим выражения для гидродинамических потенциалов $\psi_j(x, z, t)$, которые, в свою очередь, подставим в динамические граничные условия (на трёх границах раздела) и получим систему трёх алгебраических уравнений для нахождения трёх неизвестных коэффициентов α_j :

$$\alpha_2 \omega^2 + \alpha_1 (-\omega^2 \operatorname{ch}(kh_1) + gk \cdot \operatorname{sh}(kh_1)) = 0; \quad (3)$$

$$-\alpha_1 \omega^2 \rho_1 \operatorname{sh}(kh_2) - \alpha_3 \omega^2 \rho_2 \operatorname{sh}(kh_1) + \alpha_2 \{ \omega^2 [\rho_1 \operatorname{ch}(kh_1) \operatorname{sh}(kh_2) + \rho_2 \cdot \operatorname{ch}(kh_2) \operatorname{sh}(kh_1)] - gk \cdot (\rho_2 - \rho_1) \cdot \operatorname{sh}(kh_1) \operatorname{sh}(kh_2) \} = 0; \quad (4)$$

$$\alpha_2 \omega^2 \rho_2 + \alpha_3 ((\rho_3 - \rho_2) gk \cdot \operatorname{sh}(kh_2) - \omega^2 (\rho_2 \operatorname{ch}(kh_2) + \rho_3 \operatorname{sh}(kh_2))) = 0 \quad (5)$$

Условие разрешимости системы – обращение в нуль определителя, составленного из её коэффициентов, это и будет дисперсионное уравнение задачи. Получаем :

$$(\omega^2 - gk) (\omega^4 A(k, h_1, h_2) + \omega^2 B(k, h_1, h_2) + \omega^2 \cdot C(k, h_1, h_2)) = 0; \quad (6)$$

$$A(k, h_1, h_2) \equiv \rho_2 (\rho_1 \operatorname{sh}(h_1 k) \cdot \operatorname{ch}(h_2 k) + \rho_2 \operatorname{sh}(h_2 k) \cdot \operatorname{ch}(h_1 k)) + \\ + \rho_3 (\rho_1 \operatorname{sh}(h_1 k) \operatorname{sh}(h_2 k) + \rho_2 \operatorname{ch}(h_1 k) \cdot \operatorname{ch}(h_2 k));$$

$$B(k, h_1, h_2) \equiv gk \rho_2 \left[\rho_1 \operatorname{sh}(h_1 k) (\operatorname{sh}(h_2 k) + \operatorname{ch}(h_2 k)) - \right. \\ \left. - \rho_2 \operatorname{sh}(h_2 k) (\operatorname{sh}(h_1 k) - \operatorname{ch}(h_1 k)) - \rho_3 \operatorname{sh}[(h_1 + h_2)k] \right];$$

$$C(k, h_1, h_2) \equiv g^2 k^2 (\rho_1 - \rho_2) (\rho_2 - \rho_3) \operatorname{sh}(h_1 k) \operatorname{sh}(h_2 k).$$

Несложно видеть, что это неоднородное бикубическое алгебраическое уравнение. Можно выделить три ветви решений, соответствующих волнам, порожденным свободной поверхностью жидкости и двумя границами раздела сред: с плотностями ρ_1, ρ_2 , и с плотностями ρ_2, ρ_3 . Частоты волн, соответствующих этим ветвям, будут различным образом зависеть от физических параметров системы: ρ_j, h_j, g . Обозначим их соответственно ω_j , где ω_1 соответствует поверхностным волнам, порождённым свободной поверхностью, ω_2 – внутренним волнам, порожденным границей раздела сред с плотностями ρ_1 и ρ_2 , а ω_3 – внутренним волнам, порожденным границей раздела сред с плотностями ρ_2 и ρ_3 .

Подставляя ω_j в (1) с учетом (2), получим выражения для гидродинамических потенциалов волновых течений в трех средах для каждого из режимов (для каждой из ветвей), определённые с точностью до мультипликативной константы, а также выражения для функций ξ_j , определяющих форму границ раздела сред. Чтобы найти неизвестные константы, нужно задать начальные условия.

4. Предельный переход к двухслойной жидкости. Для того чтобы убедиться в правильности нашего решения, можно свести задачу к более простой, а именно к двухслойной задаче, решённой ранее. Сравнивая уравнение (3) с динамическим граничным условием на свободной поверхности из задачи о двухслойной жидкости, видим, что для того, чтобы они совпали, нужно устремить $h_1 \rightarrow h$. Таким образом, мы перейдем от нашей задачи к двухслойной.

Сравнивая уравнение (5) с динамическим граничным условием на границе раздела из задачи о двуслойной жидкости, видим, что для того, чтобы они совпадали, нужно устремить $h_2 \rightarrow h$ и $\rho_2 \rightarrow \rho_1$. При этом второе уравнение (динамическое граничное условие на «лишней» промежуточной границе) примет вид:

$$\omega^2 \rho_1 \operatorname{sh}(hk) (\alpha_1 + \alpha_3 - 2\alpha_2 \operatorname{ch}(hk)) = 0,$$

и, следовательно, амплитуда α_2 полностью определяется амплитудами α_1 и α_3 :

$$\alpha_2 \rightarrow \frac{(\alpha_1 + \alpha_3)}{2\operatorname{ch}(hk)}.$$

Выполним предельный переход в дисперсионном уравнении по правилу $\rho_2 \rightarrow \rho_1$ и получим:

$$\omega^2(\omega^2 - gk)\{\omega^2(sh[(h_1 + h_2)k]\rho_1 + ch[(h_1 + h_2)k]\rho_3) - gk \cdot sh[(h_1 + h_2)k](\rho_3 - \rho_1)\} = 0. \quad (7)$$

Отбрасываем корень, соответствующий поверхностным волнам,

$$\omega^2 \equiv \omega_1^2 = gk. \quad (8)$$

а также тривиальный корень

$$\omega^2 \equiv \omega_2^2 = 0. \quad (9)$$

Выражение, стоящее в (7) в фигурных скобках, полностью совпадёт с выражением для частоты внутренних волн в двухслойной жидкости, у которой верхний слой имеет толщину $h_1 + h_2$ и плотность ρ_1 , нижний слой бесконечно глубокий с плотностью ρ_3 .

$$\omega^2 \equiv \omega_3^2 = gk \cdot th((h_1 + h_2)k) \frac{(\rho_3 - \rho_1)}{th((h_1 + h_2)k)\rho_1 + \rho_3}. \quad (10)$$

5. Решения дисперсионного уравнения. Точные решения дисперсионного уравнения (6) выписываются элементарно, но, за исключением первого $\omega_1^2 = gk$, остальные два (которые по стандартным выражениям выписываются через коэффициенты А, В и С) имеют весьма громоздкий вид. Поэтому, чтобы проанализировать характерные особенности трёх возможных режимов волнового движения, найдём приближенные решения, отталкиваясь от дисперсионного уравнения для двухслойной жидкости [1]. Учтём, что решения последнего известны [1] (см. также (8) и (10)). Примем во внимание, что отношение ρ_2/ρ_1 весьма близко к единице, и положим $\rho_2/\rho_1 = 1 + \varepsilon$, где ε – малый параметр. Решения дисперсионного уравнения для двухслойной жидкости типа (8) – (10) будем принимать за нулевое приближение по ε к точным решениям. В первом приближении по ε из (6) получим:

$$\begin{aligned} \omega_1^2 &= gk; \\ \omega_2^2 &= gk \frac{sh(h_1k)sh(h_2k)}{\{sh[(h_1 + h_2)k]\}} \left(\frac{\rho_2}{\rho_1} - 1 \right); \\ \omega_3^2 &= gk \left[th((h_1 + h_2)k) \frac{(\rho_3 - \rho_1)}{th((h_1 + h_2)k)\rho_1 + \rho_3} + R(k) \right]; \\ R(k) &\equiv \frac{\rho_3(\rho_1 - \rho_2)}{\rho_1} \cdot \frac{sh(h_1k)sh(h_2k)}{(\rho_1 + \rho_3cth[(h_1 + h_2)k])^2 sh^3[(h_1 + h_2)k]} \times \\ &\times \{\rho_3 + \rho_1[1 + cth(h_1k)](1 + cth[(h_1 + h_2)k]) \cdot sh^2[(h_1 + h_2)k]\}. \end{aligned}$$

Видно, что $R(k)$ стремится к нулю при $\rho_2 \rightarrow \rho_1$.

При расчётах (здесь и ниже) принималось, что $h_2 = 3h_1$, $\frac{\rho_3}{\rho_1} \approx 1.01 \cdot \frac{\rho_2}{\rho_1}$, $\rho_1 \approx \rho_2 \approx \rho_3 \approx 1$, но $\rho_1 < \rho_2 < \rho_3$.

Квадрат частоты поверхностных волн $\omega_1^2 = gk$ существенно выше (он определяется значением k и по порядку будет много больше, чем частоты внутренних волн) и не приведен на рис. 2 в виду элементарности и несоразмерности.

6. Соотношение между амплитудами поверхностных и внутренних волн, порожденных различными границами раздела. Имея в виду возможность реализации в описанной системе эффекта «мёртвой воды» [1], найдём отношения амплитуд:

$$\chi_{21} \equiv \frac{\alpha_2}{\alpha_1}; \quad \chi_{31} \equiv \frac{\alpha_3}{\alpha_1}; \quad \chi_{32} \equiv \frac{\alpha_3}{\alpha_2}.$$

Искомые отношения легко получить из системы (3)–(5):

$$\chi_{21} = \text{ch}(kh_1) - \frac{gk}{\omega^2} \text{sh}(kh_1). \quad (6)$$

$$\chi_{32} = \frac{1}{\text{sh}(kh_2)} \left[\left(\text{cth}(kh_2) + \frac{\rho_3}{\rho_2} \right) - \left(\frac{\rho_3}{\rho_2} - 1 \right) \frac{gk}{\omega^2} \right]^{-1}. \quad (7)$$

$$\chi_{31} = \frac{\text{ch}(kh_1) - \frac{gk}{\omega^2} \text{sh}(kh_1)}{\left[\text{ch}(kh_2) + \frac{\rho_3}{\rho_2} \text{sh}(kh_2) \right] - \frac{gk}{\omega^2} \left(\frac{\rho_3}{\rho_2} - 1 \right) \text{sh}(kh_2)}. \quad (8)$$

В эти соотношения входит квадрат частоты, имеющий три ветви. Для первой из них, т. е. для поверхностной волны, при $\omega^2 = gk$, из (6)–(8) получим:

$$\chi_{21} = \exp(-kh_1), \quad \chi_{32} = \exp(-kh_2), \quad \chi_{31} = \exp(-k(h_1 + h_2)).$$

Для второй ветви, т. е. для внутренней волны, при

$$\omega^2 = \omega_2^2 = gk \frac{\text{sh}(h_1 k) \text{sh}(h_2 k)}{(\text{sh}[(h_1 + h_2)k])} \left(\frac{\rho_2}{\rho_1} - 1 \right)$$

получим

$$\chi_{21} = \text{ch}(kh_1) - \frac{\rho_1}{(\rho_2 - \rho_1)} \cdot \frac{\text{sh}[(h_1 + h_2)k]}{\text{sh}(h_2 k)}.$$

Видно, что при $\rho_2 \rightarrow \rho_1$ это выражение неограниченно увеличивается, как и положено для внутренних волн [1].

Из (7) и (8) для второй ветви получим:

$$\begin{aligned} \chi_{32} &= -\frac{(\rho_2 - \rho_1)}{(\rho_3 - \rho_1)} \cdot \frac{\text{sh}(h_1 k)}{\text{sh}[(h_1 + h_2)k]}. \\ \chi_{31} &= \frac{\rho_1}{(\rho_3 - \rho_1)} \cdot \frac{\text{sh}(h_1 k)}{\text{sh}(h_2 k)} \left\{ 1 + \frac{(\rho_2 - \rho_1)}{(\rho_3 - \rho_1)} \times \right. \\ &\quad \left. \times \left(1 + \frac{\rho_3}{\rho_1} \frac{\text{sh}(h_1 k) \text{sh}(h_2 k)}{\text{sh}[(h_1 + h_2)k]} [1 + \text{cth}(h_2 k)] \right) \right\}. \end{aligned}$$

Из полученных выражений следует, что при $\rho_3, \rho_2 \rightarrow \rho_1$, но с условием, что $\rho_3 > \rho_2$ амплитуды внутренних волн на нижней границе могут быть значительно больше амплитуд волн на свободной поверхности.

Таким образом, амплитуды внутренних волн и на второй и на третьей границах раздела (для второй ветви дисперсионного уравнения) могут существенно превышать амплитуду поверхностной волны, различаясь между собой в конечное число раз.

И, наконец, для третьей ветви дисперсионного уравнения найдём, что

$$\begin{aligned} \chi_{21} &= \frac{1}{(\rho_3 - \rho_1)} \left(\rho_3 \frac{\text{sh}(kh_2)}{\text{sh}[k(h_1 + h_2)]} - \rho_1 \exp(-kh_1) \right) - \\ &\quad - \frac{(\rho_2 - \rho_1) \rho_3}{(\rho_3 - \rho_1)^2} \frac{\text{sh}(kh_1) \cdot \text{sh}(kh_2)}{\text{sh}[k(h_1 + h_2)]^2} \left(\frac{\rho_3}{\rho_1} \frac{\text{sh}(kh_1)}{\text{sh}[k(h_1 + h_2)]} + \exp[k(2h_1 + h_2)] \right). \end{aligned}$$

Видно, что это отношение может неограниченно расти только при $\rho_3 \rightarrow \rho_2 \rightarrow \rho_1$. Для отношения амплитуд внутренних волн аналогично найдём:

$$\chi_{32} = \frac{G(k)}{\text{ch}(kh_2)} \left[1 - \frac{(\rho_2 - \rho_1)\rho_3}{(\rho_3 - \rho_1)\rho_1} G(k) \text{th}(kh_2) \times \right. \\ \times \left(2 - \exp[k(2h_1 + h_2)] \frac{\text{sh}(kh_2)}{\text{sh}[k(h_1 + h_2)]^2} + \frac{\rho_3}{\rho_1} \frac{1}{\text{sh}[k(h_1 + h_2)]} \times \right. \\ \left. \left. \times \left(\exp[-k(h_1 + h_2)] - \frac{\text{sh}(kh_1) \cdot \text{sh}(kh_2)}{\text{sh}[k(h_1 + h_2)]^2} \right) \right) \right]; \\ G(k) \equiv \frac{\rho_1}{\rho_1 - [\rho_1 - \rho_3 (1 - \text{cth}[k(h_1 + h_2)])] \text{th}(kh_2)}.$$

Т. е. данное отношение остается конечным при $\rho_1 \rightarrow \rho_2 \rightarrow \rho_3$.

Для отношения внутренней волны, порождённой нижней поверхностью раздела к амплитуде поверхностной, найдем:

$$\chi_{31} = - \frac{\rho_1 \exp[k(h_1 + h_2)]}{(\rho_3 - \rho_1)} - \frac{(\rho_2 - \rho_1)\rho_3}{(\rho_3 - \rho_1)^2} \frac{\text{ch}(kh_1)}{\text{ch}(kh_2)} \times \\ \times \frac{D(k)}{\{G(k)[\rho_1 + \rho_3 \text{th}(kh_2)] - \rho_1 \text{th}(kh_1)\}^2}; \\ D(k) \equiv \left\{ \rho_1 F(k) [\text{th}(kh_1)(\rho_1 + \rho_3 \text{th}(kh_2)) - (\rho_3 - \rho_1) \text{th}(kh_2)] - \right. \\ \left. - [(\rho_3 - \rho_1)G(k) - \rho_1][(\rho_3 - \rho_1)G(k) - \rho_1 \text{th}(kh_1)] \text{th}(kh_2) \right\}; \\ F(k) \equiv G(k)^2 \frac{\text{sh}(kh_1) \cdot \text{sh}(kh_2)}{\text{sh}[k(h_1 + h_2)]^3} \times \\ \times \left\{ \text{sh}[k(h_1 + h_2)]^2 [1 + \text{cth}(kh_1)](1 + \text{cth}[k(h_1 + h_2)]) + \frac{\rho_3}{\rho_1} \right\}.$$

При $\rho_1 \rightarrow \rho_2 \rightarrow \rho_3$ это отношение расходится. Здесь следует отметить, что изменение плотности воды на термо-, галоклинах составляет тысячные доли величины, а её изменения в проливах, между водами морей и океанов разной солёности или при таянии льда в морях и океанах составляют сотые доли величины и вполне обеспечивает увеличение амплитуд внутренних волн по сравнению с поверхностными волнами. Выполнение серии строгих равенств типа $\rho_1 = \rho_2 = \rho_3$ не требуется, а вполне достаточно, чтобы выполнялись приближенные равенства $\rho_1 \approx \rho_2 \approx \rho_3$.

Ссылки

1. Сретенский Л. Н. Теория волновых движений жидкости. М.: Наука, 1977. 815 с.

КАПИЛЛЯРНО-ГРАВИТАЦИОННЫЕ ВОЛНЫ В ТРЕХСЛОЙНОЙ ЖИДКОСТИ*

С. О. Ширяева, Д. А. Завьялов

Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова, Россия, Ярославль
E-mail: grig@uniyar.ac.ru

Из-за искусственной стратификации жидких сред при создании многослойных покрытий в микро-, нанотехнологиях представляет интерес проблема исследования поверхностных и внутренних капиллярно-гравитационных волн в многослойной жидкости. Чисто гравитационные волны в такой системе исследовались экспериментально и ранее [1]. Собственно, о волновом движении в слоисто неоднородной жидкости в приложении к эффекту мёртвой воды писал ещё Л. Н. Сретенский [2–3].

1. Постановка проблемы. Пусть имеется трёхслойная жидкая среда, в которой на слое бесконечной глубины $h_3 \sim \infty$, плотностью ρ_3 , находятся два жидких слоя с толщиной h_2 , плотностью ρ_2 и толщиной h_1 , плотностью ρ_1 . Коэффициенты поверхностного и межфазного натяжения обозначим σ_1 , σ_2 и σ_3 соответственно (где индексы 1, 2, 3 обозначают слои, начиная с поверхности). Все три жидкости несжимаемые, несмешиваемые и идеальные, находятся в поле сил тяжести $\mathbf{g}$ и ориентированы так, что $\mathbf{g} \parallel -\mathbf{n}_z$, а $\mathbf{n}_z$ – орт декартовой системы координат. Орт $\mathbf{n}_x$ вводится параллельно границе раздела жидкостей так, чтобы начало системы координат находилось на границе раздела нижней жидкости с массовой плотностью ρ_3 и лежащей на ней жидкости с плотностью ρ_2 . При таком введении декартовых координат верхний слой занимает пространство $h_2 \leq z \leq h_1 + h_2$, средний слой занимает пространство $0 \leq z \leq h_2$, а нижний – $z \leq 0$.

При виртуальном возмущении границ раздела жидкостей свободная поверхность верхней жидкости описывается уравнением: $F_1(x, z, t) \equiv z - \xi_1(x, t) - (h_1 + h_2) = 0$, где $\xi_1(x, t)$ – малое отклонение поверхности верхней жидкости от невозмущённого уровня $z = h_1 + h_2$; вторая граница раздела жидкостей описывается уравнением: $F_2(x, z, t) \equiv z - \xi_2(x, t) - h_2 = 0$, где $\xi_2(x, t)$ – малое отклонение границы раздела жидкостей от невозмущённого уровня $z = h_2$; $F_3(x, z, t) \equiv z - \xi_3(x, t) = 0$ – уравнение третьей границы, где $\xi_3(x, t)$ – малое отклонение границы раздела жидкостей от невозмущённого уровня $z = 0$.

Следует отметить, что модель несмешиваемых жидкостей будет описывать реальную ситуацию, если толщина переходных от жидкости с плотностью ρ_1 к жидкости с плотностью ρ_2 и от жидкости с плотностью ρ_2 к жидкости с плотностью ρ_3 слоёв (толщина зон стратификации по плотности), будет много меньше длины волны и толщины слоёв выше лежащих жидкостей.

Проанализируем взаимодействие и устойчивость гравитационных волн, порождённых свободной поверхностью и границами раздела сред. Задача решается в предположении потенциальности течения жидкостей.

Математическая формулировка задачи состоит из уравнений Эйлера и уравнений неразрывности для трёх сред:

* Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 14-01-00170-а.

© Ширяева О. С., 2015

© Завьялов Д. А., 2015

$$\frac{\partial \mathbf{V}_j}{\partial t} + (\mathbf{V}_j, \nabla) \mathbf{V}_j = -\frac{1}{\rho_j} \nabla P_j + \mathbf{g}; \quad \text{div} \mathbf{V}_j = 0; \quad j = (1, 2, 3)$$

и граничных условий к ним:

$$\begin{aligned} z = (h_1 + h_2) + \xi_1(x, t): \quad & \frac{dF_1}{dt} = \left(\frac{dF_1}{dt} + (\mathbf{V}_1, \nabla) F_1 \right) = 0; \\ & P_1 - P_{\sigma_1} = P_0; \quad V_{1n} = V_{2n}; \\ z = h_2 + \xi_2(x, t): \quad & \frac{dF_2}{dt} = \left(\frac{dF_2}{dt} + (\mathbf{V}_2, \nabla) F_2 \right) = 0; \\ & P_2 - P_{\sigma_2} = P_1; \quad V_{2n} = V_{3n}; \\ z = \xi_3(x, t): \quad & \frac{dF_3}{dt} = \left(\frac{dF_3}{dt} + (\mathbf{V}_2, \nabla) F_3 \right) = 0; \quad P_3 - P_{\sigma_3} = P_2; \\ z \rightarrow -\infty: \quad & \mathbf{V}_3 = 0. \end{aligned}$$

Здесь $P_j(\mathbf{r}, t)$ – давление в j -й среде; P_0 – постоянное давление над верхним слоем жидкости; P_{σ_1} , P_{σ_2} и P_{σ_3} – капиллярные давления на свободную поверхность и на границы раздела сред (индексы 1; 2 и 3 относятся к верхнему слою и границам раздела слоёв соответственно); $\mathbf{V}_j(\mathbf{r}, t)$ – поле скоростей течения жидкости в j -й среде; V_{jn} – нормальные компоненты скоростей.

Будем решать задачу в модели потенциального течения, в рамках которого поле скоростей представляется как:

$$\mathbf{V}_j = \nabla \cdot \Psi_j, \quad j = 1, 2, 3,$$

где Ψ_j – гидродинамические потенциалы.

Ограничиваясь линейным приближением по возмущениям амплитуд границ раздела жидкостей, как это было сделано в [4], получаем следующие решения для гидродинамических потенциалов и для функций возмущений поверхности раздела, удовлетворяющие граничным условиям:

$$\begin{aligned} \Psi_1(x, z, t) &= \frac{\exp(-ikx)}{ksh(kh_1)} \left[\alpha'_1(t) ch(k(z - h_2)) - \alpha'_2(t) ch(k(z - h_2 - h_1)) \right]; \\ \Psi_2(x, z, t) &= \frac{\exp(-ikx)}{ksh(kh_2)} \left[\alpha'_2(t) ch(kz) - \alpha'_3(t) ch(k(z - h_2)) \right]; \\ \Psi_3(x, z, t) &= \frac{\alpha'_3}{k} \exp(kz) \exp(-ikx); \\ \xi_1 &= \alpha_1(t) \exp(-ikx); \quad \xi_2 = \alpha_2(t) \exp(-ikx); \quad \xi_3 = \alpha_3(t) \exp(-ikx). \end{aligned}$$

Из системы 3 динамических условий получаем 3 эволюционных уравнения относительно $\alpha_j(t)$, где $j = 1, 2, 3$:

$$\begin{cases} \alpha''_1(t) ch(kh_1) - \alpha''_2(t) + \alpha'_1(t)(gksh(kh_1) + \frac{\sigma_1 k^3 sh(kh_1)}{\rho_1}) = 0; \\ \alpha''_3(t) \left(\frac{\rho_2}{ksh(kh_2)} \right) - \alpha''_2(t) \left(\frac{\rho_2 ch(kh_2)}{ksh(kh_2)} + \frac{\rho_1 ch(kh_1)}{ksh(kh_1)} \right) + \alpha'_1(t) \left(\frac{\rho_1}{ksh(kh_1)} \right) - \alpha_2(t)(g(\rho_2 - \rho_1) + \sigma_2 k^2) = 0; \\ \alpha''_3(t) \left(\frac{\rho_3}{k} + \frac{\rho_2 ch(kh_2)}{ksh(kh_2)} \right) - \alpha''_2(t) \left(\frac{\rho_2}{ksh(kh_2)} \right) - \alpha_3(t)(g(\rho_2 - \rho_3) + \sigma_3 k^2) = 0. \end{cases}$$

Ищем решение в виде $\alpha_j(t) = a_j \exp(i\omega t)$, где $j = 1, 2, 3$ и получаем систему линейных однородных алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} a_1(-\omega^2 \operatorname{ch}(kh_1) + gksh(kh_1) + \frac{\sigma_1 k^3 sh(kh_1)}{\rho_1}) + a_2 \omega^2 = 0; \\ a_1(-\omega^2 \frac{\rho_1}{ksh(kh_1)}) + a_2(\omega^2(\frac{\rho_2 ch(kh_2)}{ksh(kh_2)} + \frac{\rho_1 ch(kh_1)}{ksh(kh_1)}) - g(\rho_2 - \rho_1) - \sigma_2 k^2) + a_3(-\omega^2 \frac{\rho_2}{ksh(kh_2)}) = 0; \\ a_2(\omega^2 \frac{\rho_2}{ksh(kh_2)}) + a_3(-\omega^2(\frac{\rho_3}{k} + \frac{\rho_2 ch(kh_2)}{ksh(kh_2)}) - g(\rho_2 - \rho_3) + \sigma_3 k^2) = 0. \end{cases}$$

Условием существования нетривиальных решений является обращение в нуль определителя матрицы, что позволяет получить бикубическое дисперсионное уравнение:

$$\begin{aligned} & \omega^6 (\frac{1}{k^2} (\rho_2 ch(kh_1) (\rho_2 + \rho_3 \operatorname{cth}(h_2 k)) + \rho_1 (\rho_3 + \rho_2 \operatorname{cth}(h_2 k)) sh(h_1 k))) + \\ & + \omega^4 (\frac{1}{k \rho_1} (-\rho_1 ch(h_1 k) (\rho_3 (g \rho_2 + k(k \sigma_1 + \sigma_2)) + \rho_2 (g \rho_3 + k(k \sigma_1 + \sigma_2 + k^2 \sigma_3)) \operatorname{cth}(h_2 k)) + \\ & + (g \rho_1 (\rho_1 \rho_2 - \rho_2^2 - \rho_1 \rho_3) - k^2 (\rho_2^2 \sigma_1 + k \rho_1^2 \sigma^3) - \rho_2 \rho_3 (g \rho_1 + k^2 \sigma_1) \operatorname{cth}(h_2 k)) sh(h_1 k))) + \\ & + \omega^2 (-\frac{1}{\rho_1} (\rho_1 (g \rho_2 + k(k \sigma_1 + \sigma_2)) (g(\rho_2 - \rho_3) - k^3 \sigma_3) ch(kh_1) + (g \rho_1 + k^2 \sigma_1) \times \\ & \times (\rho_3 (g(\rho_1 - \rho_2) - k \sigma_2) + \rho_2 (g(\rho_1 - \rho_3) - k(k^2 \sigma_3 + \sigma_2)) \operatorname{cth}(h_2 k)) sh(h_1 k))) - \\ & - \frac{1}{\rho_1} k (g \rho_1 + k^2 \sigma_1) (g(\rho_2 - \rho_1) + k \sigma_2) (g(\rho_3 - \rho_2) + k^3 \sigma_3) sh(h_1 k)). \end{aligned}$$

Ссылки

1. Mercier M. J., Vasseur R., Dauxois T. Resurrecting dead-water phenomenon // Nonlinear Processes in Geophysics. 2011. Vol. 18, № 2. P. 193–208.
2. Сретенский Л. Н. О волнах на поверхности раздела двух жидкостей с применением к явлению «мертвой воды» // Журнал геофизики. 1934. Т. 4, вып. 3. С. 332–367.
3. Сретенский Л. Н. Теория волновых движений жидкости. М.: Наука, 1977. 815 с.
4. Григорьев А. И., Ширяева С. О., Федоров М. С. Капиллярный аналог эффекта «мертвой воды» в стратифицированной жидкости с заряженной границей раздела сред // ЖТФ. 2010. Т. 80, вып. 7. С. 8–17.

ДИПОЛЬНОЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ НЕЛИНЕЙНО-ОСЦИЛЛИРУЮЩЕЙ ЗАРЯЖЕННОЙ КАПЛИ*

С. О. Ширяева, А. И. Григорьев, Н. Ю. Колбнева

*Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова, Ярославль, Россия
E-mail: grig@uniyar.ac.ru*

1. Постановка задачи. Рассмотрим осцилляции конечной амплитуды сферической, радиусом R , капли идеальной, несжимаемой, идеально проводящей жидкости с плотностью ρ , коэффициентом поверхностного натяжения σ . Примем, что капля находится в вакууме, её полный заряд равен Q . В начальный момент времени равновесная сферическая форма капли претерпевает виртуальное осесимметричное возмущение конечной амплитуды, существенно меньшей радиуса капли. Зададимся целью найти спектр возникающих осцилляций капли и интенсивность возникающего при осцилляциях заряженной капли электромагнитного излучения. Всё рассмотрение проведём в сферической системе координат r, θ, φ с началом в центре масс капли.

Примем, что начальное возмущение поверхности капли осесимметрично, а поэтому форма капли осесимметрична как в начальный, так и во все последующие моменты времени. Уравнение, описывающее поверхность капли, в безразмерных переменных, в которых $R = \rho = \sigma = 1$, имеет вид:

$$r(\theta, t) = 1 + \xi(\theta, t); |\xi| \ll 1. \quad (1)$$

Пренебрежение зависимостью возмущения $\xi(\theta, t)$ равновесной сферической формы капли от азимутального угла φ существенно упрощает математическую процедуру отыскания решения без ограничения общности.

Волновое движение жидкости в капле будем полагать потенциальным и примем, что поле скоростей движения жидкости в капле $\mathbf{V}(\mathbf{r}, t) = \nabla \psi(\mathbf{r}, t)$ полностью определяется функцией потенциала скорости $\psi(\mathbf{r}, t)$.

Математическая формулировка задачи об отыскании электромагнитного излучения колеблющейся заряженной капли имеет вид:

$$\Delta \psi(\mathbf{r}, t) = 0; \quad \Delta \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2}; \quad \text{div} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = 0; \quad (2)$$

$$r \rightarrow 0: \quad \psi(\mathbf{r}, t) \rightarrow 0; \quad (3)$$

$$r \rightarrow \infty: \quad \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \rightarrow 0; \quad (4)$$

$$r = 1 + \xi(\theta, t): \quad \frac{\partial \xi(\theta, t)}{\partial t} = \frac{\partial \psi(\mathbf{r}, t)}{\partial r} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial \xi(\theta, t)}{\partial \theta} \frac{\partial \psi(\mathbf{r}, t)}{\partial \theta}; \quad (5)$$

$$\Delta P - \frac{\partial \psi(\mathbf{r}, t)}{\partial t} - \frac{1}{2} (\nabla \psi(\mathbf{r}, t))^2 + \frac{1}{8\pi} (\mathbf{E}(\mathbf{r}, t))^2 = \nabla \mathbf{n}(\mathbf{r}, t);$$

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\nabla \Phi(\mathbf{r}, t); \quad (6)$$

$$\Phi(\mathbf{r}, t) = \Phi_s(t). \quad (7)$$

* Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ № 14-01-00170-а и 14-08-00240-а.

Для замыкания выписанной системы запишем условия неизменности полного объема капли (следствие несжимаемости жидкости), неподвижности центра масс, а также условие сохранения полного заряда капли:

$$\int_V r^2 dr \sin \theta d\theta d\varphi = \frac{4}{3} \pi; \quad \int_V \mathbf{r} \cdot r^2 dr \sin \theta d\theta d\varphi = 0; \quad (8)$$

$$V = [0 \leq r \leq 1 + \xi(\theta, t); \quad 0 \leq \theta \leq \pi; \quad 0 \leq \varphi \leq 2\pi];$$

$$-\frac{1}{4\pi} \oint_S (\mathbf{n}, \nabla \Phi) dS = Q; \quad S = [r = 1 + \xi(\theta, t), \quad 0 \leq \theta \leq \pi, \quad 0 \leq \varphi \leq 2\pi]. \quad (9)$$

Начальные условия задаются в виде начальной деформации равновесной сферической формы капли и равенства нулю начальной скорости движения поверхности:

$$t = 0: \quad \xi(\theta) = \xi_0 P_0(\mu) + \xi_1 P_1(\mu) + \varepsilon \sum_{n \in \Xi} h_n P_n(\mu);$$

$$\sum_{n \in \Xi} h_n = 1; \quad \frac{\partial \xi(\theta)}{\partial t} = 0, \quad (10)$$

где Ξ – множество значений номеров изначально возбужденных колебательных мод; $\mu = \cos \theta$.

В выражениях (5)–(10) введены обозначения: ΔP – перепад постоянных давлений внутри капли и вне капли в состоянии равновесия; $\mathbf{n}$ – единичный вектор нормали к поверхности (1); $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ – вектор напряженности электрического поля собственного заряда капли; $\Phi(\mathbf{r}, t)$ – электрический потенциал; $\Phi_s(\mathbf{r}, t)$ – постоянный вдоль поверхности капли потенциал; ε – амплитуда начального возмущения формы поверхности капли; $P_n(\mu)$ – полиномы Лежандра порядка n ; h_n – коэффициенты, определяющие парциальный вклад n -й колебательной моды в суммарное начальное возмущение; ξ_0 и ξ_1 – константы, определяемые из условий постоянства объема и неподвижности центра масс в начальный момент времени с точностью до слагаемых третьего порядка малости по ε , равные:

$$\xi_0 \approx -\varepsilon^2 \sum_{i \in \Xi} \frac{h_i^2}{(2i+1)} + O(\varepsilon^3); \quad \xi_1 \approx -\varepsilon^2 \sum_{i \in \Xi} \frac{9ih_{i-1}h_i}{(2i-1)(2i+1)} + O(\varepsilon^3). \quad (11)$$

В уравнениях (2), (4), (7), (9) предполагается, что в любой момент времени электрический заряд распределен по поверхности капли и находится в равновесии. Это предположение правомерно, если характерное время перераспределения заряда много меньше характерного гидродинамического времени колебания поверхности:

$$\varepsilon_* \lambda \ll \left(\frac{\rho R^3}{\sigma} \right)^{1/2},$$

где λ – удельное сопротивление жидкости, ε_* – диэлектрическая проницаемость жидкости.

2. Метод многих временных масштабов. Для отыскания решения поставленной задачи с точностью до квадратичных по малому параметру ε слагаемых воспользуемся классическим методом многих масштабов. Для этого искомые функции $\xi(\theta, t)$, $\psi(\mathbf{r}, t)$, $\Phi(\mathbf{r}, t)$ представим в виде рядов по степеням малого параметра ε и будем считать зависящими не просто от времени t , а от разных его масштабов, определенных через малый параметр ε : $T_m = \varepsilon^m t$,

$$\begin{aligned}
\xi(\theta, t) &= \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon^m \xi^{(m)}(\theta, T_0, T_1, T_2, \dots); \\
\psi(\mathbf{r}, t) &= \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon^m \psi^{(m)}(r, \theta, T_0, T_1, T_2, \dots); \\
\Phi(\mathbf{r}, t) &= \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon^m \Phi^{(m)}(r, \theta, T_0, T_1, T_2, \dots).
\end{aligned} \tag{12}$$

Производные по времени будем вычислять, имея в виду полный набор различных его масштабов, по правилу

$$\frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial T_0} + \varepsilon \frac{\partial}{\partial T_1} + \varepsilon^2 \frac{\partial}{\partial T_2} + O(\varepsilon^3).$$

Подставляя разложения (12) в краевую задачу (2)–(9) и приравнивая в каждом из уравнений слагаемые одного порядка малости, несложно получить набор краевых задач для последовательного определения неизвестных функций $\xi^{(m)}$, $\psi^{(m)}$, $\Phi^{(m)}$.

В силу линейности уравнений (2)–(4) им должна удовлетворять каждая из функций $\psi(\mathbf{r}, t)$, $\Phi(\mathbf{r}, t)$ в разложениях (12), поэтому выражения для отдельных поправок ищутся в виде:

$$\begin{aligned}
\psi^{(m)}(r, \theta, T_0, T_1, T_2, \dots) &= \sum_{n=1}^{\infty} D_n^{(m)}(r, \theta, T_0, T_1, T_2, \dots) r^n P_n(\mu); \\
\Phi^{(m)}(r, \theta, T_0, T_1, T_2, \dots) &= \sum_{n=0}^{\infty} \Phi_n^{(m)}(r, \theta, T_0, T_1, T_2, \dots) r^{-(n+1)} P_n(\mu).
\end{aligned} \tag{13}$$

В виде рядов по полиномам Лежандра представляются и последовательные поправки к форме поверхности капли $\xi^{(m)}$:

$$\xi^{(m)}(r, \theta, T_0, T_1, T_2, \dots) = \sum_{n=1}^{\infty} M_n^{(m)}(r, \theta, T_0, T_1, T_2, \dots) P_n(\mu). \tag{14}$$

3. Задача нулевого порядка малости по ε . В нулевом порядке малости по ε из задачи получим решение, описывающее равновесное состояние системы:

$$\xi^{(0)}(r, \theta, T_0, T_1, T_2, \dots) = 0; \quad \psi^{(0)}(r, \theta, T_0, T_1, T_2, \dots) = 0; \quad \Phi^{(0)}(r, \theta, T_0, T_1, T_2, \dots) = \frac{Q}{r}. \tag{15}$$

При этом потенциал невозмущенной поверхности капли $\Phi_s^{(0)} = Q$.

4. Задача первого порядка малости по ε . В первом порядке малости по ε для определения коэффициентов $D_n^{(m)}$, $F_n^{(m)}$, $M_n^{(m)}$ в решениях (13), (14) (при $m = 1$) из уравнений (5)–(9) получается система:

$$\begin{aligned}
r = 1: \quad & \frac{\partial \xi^{(1)}}{\partial T_0} = \frac{\partial \psi^{(1)}}{\partial r}; \\
& -\frac{\partial \psi^{(1)}}{\partial T_0} + \frac{1}{4\pi} \frac{\partial \Phi^{(0)}}{\partial r} \left(\frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial r} + \frac{\partial^2 \Phi^{(0)}}{\partial r^2} \xi^{(1)} \right) = -(2 + L_\theta) \xi^{(1)}; \\
& \Phi^{(1)} + \frac{\partial \Phi^{(0)}}{\partial r} \xi^{(1)} = \Phi_s^{(1)}; \\
& \int_0^\pi \left[\frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial r} + \left(\frac{\partial^2 \Phi^{(0)}}{\partial r^2} + 2 \frac{\partial \Phi^{(0)}}{\partial r} \right) \right] \sin \theta d\theta = 0;
\end{aligned}$$

$$\int_0^\pi \xi^{(1)} \sin \theta d\theta = 0; \quad \mathcal{L}_\theta \equiv \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right). \quad (16)$$

Здесь $\Phi_s^{(1)}$ – поправка первого порядка малости к величине потенциала капли.

Выражения для поправок первого порядка к коэффициентам разложений (13), (14) несложно найти из системы (16) в виде:

$$\begin{aligned} M_0^{(1)}(T_0, T_1, T_2, \dots) &= 0; \\ M_n^{(1)}(T_0, T_1, T_2, \dots) &= A_n(T_1, T_2, \dots) \exp(i\omega_n T_0) + \text{к.с.}; \quad (n \geq 1); \\ D_n^{(1)}(T_0, T_1, T_2, \dots) &= \frac{1}{n} \frac{\partial M_n^{(1)}(T_0, T_1, T_2, \dots)}{\partial T_0}; \quad (n \geq 1); \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} F_n^{(1)}(T_0, T_1, T_2, \dots) &= Q M_n^{(1)}(T_0, T_1, T_2, \dots); \quad (n \geq 0); \\ A_n(T_1, T_2, \dots) &\equiv a_n(T_1, T_2, \dots) \exp[ib_n(T_1, T_2, \dots)]; \end{aligned} \quad (18)$$

$$\Phi_s^{(1)} = 0; \quad \omega_n^2 = n(n-1)((n+2) - W); \quad W = \frac{Q^2}{4\pi}. \quad (19)$$

Аббревиатура «к.с.» означает - комплексно сопряженные слагаемые к выписанным. Зависимости функций a_n и b_n от параметров T_1, T_2 и т.д. определяются в следующих порядках малости. Чтобы завершить рассмотрение задачи в линейном по ε приближении, достаточно принять, что a_n и b_n – константы и определить их из начальных условий (10). Посмотрим, какова будет погрешность такого приближения и на каких временных интервалах оно будет справедливым. Очевидно, что

$$a_n(T_1, T_2, \dots) \approx a_n + O(\varepsilon t); \quad b_n(T_1, T_2, \dots) \approx b_n + O(\varepsilon t). \quad (20)$$

В линейном по ε приближении разложение (12) для возмущенной поверхности с учетом решения (15) имеет вид:

$$\xi(\theta, t) \approx \varepsilon \xi^{(1)}(\theta, t, a_n, b_n) + \varepsilon O(\varepsilon t). \quad (21)$$

Ошибка в этом разложении окажется порядка первого члена, если $t \sim O(\varepsilon^{-1})$. Для значений $t \geq O(\varepsilon^{-1})$ данное разложение становится непригодным. Таким образом, выражение (21) справедливо на временном интервале $t \leq O(1)$, в этом случае ошибка составляет величину $\sim \varepsilon^2$. Однако с целью оценки тенденций развития процесса выражением (21) можно пользоваться и на временных интервалах $t \leq O(\varepsilon^{-1})$, постоянно контролируя качество выполнения требования соизмеримости поправки первого порядка по сравнению с начальным возмущением. Более детальная информация о пределах применимости выписанного разложения может быть получена при анализе в следующем квадратичном порядке малости.

Подставляя разложение (21) с учетом (14), (17)–(20) в начальные условия (10)–(11) и приравнивая друг другу величины одного порядка малости, найдем

$$a_n = \frac{1}{2} \sum_{m \in \Xi} h_m \delta_{mn}; \quad b_n = 0, \quad (n \geq 1),$$

где δ_{mn} – символ Кронекера. В итоге функция, описывающая эволюцию формы поверхности капли со временем в линейном по ε приближении, имеет вид:

$$\xi(\theta, t) \approx \varepsilon \sum_{m \in \Xi} h_m \cos(\omega_m t) P_m(\mu) + O(\varepsilon^2). \quad (22)$$

Согласно этому решению в первом порядке по ε поверхность капли совершает в окрестности равновесной сферы колебания, соответствующие суперпозиции всех изначально возбужденных мод.

5. Задача второго порядка малости по ε . Для определения поправок второго порядка малости к найденному решению (т. е. для отыскания функций $\xi^{(2)}(\theta, t)$, $\psi^{(2)}(\mathbf{r}, t)$, $\Phi^{(2)}(\mathbf{r}, t)$) приведем систему уравнений, получающуюся из (5)–(9) приравниванием слагаемых при ε^2

$$\begin{aligned}
 r = 1: \quad & \frac{\partial \xi^{(2)}}{\partial T_0} + \frac{\partial \xi^{(1)}}{\partial T_1} = \frac{\partial \psi^{(2)}}{\partial r} + \frac{\partial^2 \psi^{(1)}}{\partial r^2} \xi^{(1)} - \frac{\partial \xi^{(1)}}{\partial \theta} \frac{\partial \psi^{(1)}}{\partial \theta} - \\
 & - \frac{\partial \psi^{(2)}}{\partial T_0} - \frac{\partial \psi^{(1)}}{\partial T_1} - \frac{\partial^2 \psi^{(1)}}{\partial r \partial T_0} \xi^{(1)} - \frac{1}{2} \left(\left(\frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial \theta} \right)^2 \right) + \\
 & + \frac{1}{8\pi} \left[2 \frac{\partial \Phi^{(0)}}{\partial r} \frac{\partial \Phi^{(2)}}{\partial r} + \left(\frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial \theta} \right)^2 + 2 \frac{\partial \Phi^{(0)}}{\partial r} \frac{\partial^2 \Phi^{(0)}}{\partial r^2} \xi^{(2)} + \right. \\
 & + 2 \left(\frac{\partial \Phi^{(0)}}{\partial r} \frac{\partial^2 \Phi^{(1)}}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 \Phi^{(0)}}{\partial r^2} \frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial r} \right) \xi^{(1)} + \left. \left(\frac{\partial \Phi^{(0)}}{\partial r} \frac{\partial^3 \Phi^{(0)}}{\partial r^3} + \left(\frac{\partial^2 \Phi^{(0)}}{\partial r^2} \right)^2 \right) \right] \times \\
 & \times \left(\xi^{(1)} \right)^2 \Bigg] + (2 + \hat{L}_\theta) \xi^{(2)} - 2 \xi^{(1)} (1 + \hat{L}_\theta) \xi^{(1)} = 0; \\
 & \Phi^{(2)} + \left[\frac{\partial \Phi^{(0)}}{\partial r} \xi^{(2)} + \frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial r} \xi^{(1)} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \Phi^{(0)}}{\partial r^2} \left(\xi^{(1)} \right)^2 \right] = \Phi_s^{(2)}; \\
 & \int_0^\pi \left[\frac{\partial \Phi^{(2)}}{\partial r} + \left(\frac{\partial^2 \Phi^{(1)}}{\partial r^2} + 2 \frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial r} \right) \xi^{(1)} + \left(\frac{\partial^2 \Phi^{(0)}}{\partial r^2} + 2 \frac{\partial \Phi^{(0)}}{\partial r} \right) \xi^{(2)} + \right. \\
 & + \left. \left(\frac{1}{2} \frac{\partial^3 \Phi^{(0)}}{\partial r^3} + 2 \frac{\partial^2 \Phi^{(0)}}{\partial r^2} + \frac{\partial \Phi^{(0)}}{\partial r} \right) \left(\xi^{(1)} \right)^2 - \frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial \theta} \frac{\partial \xi^{(1)}}{\partial \theta} \right] \sin \theta d\theta = 0; \\
 & \int_0^\pi \left(\xi^{(2)}(\theta, t) + \left(\xi^{(1)}(\theta, t) \right)^2 \right) \sin \theta d\theta = 0, \quad (23)
 \end{aligned}$$

где $\Phi_s^{(2)}$ – поправка второго порядка малости к потенциалу поверхности.

Подставляя разложения (13), (14) (при $m = 2$), а также решения (15) и (17)–(19) в систему уравнений (23), получим дифференциальные уравнения для нахождения коэффициентов $M_n^{(2)}(T_0, T_1, T_2, \dots)$.

Требование исключения из решений этих уравнений секулярных членов показывает, что a_n и b_n не зависят от времени T_1 . Их зависимость от более медленных времен T_2, T_3 и т. д. может быть определена лишь в следующих порядках приближений.

Решения полученных из системы (23) уравнений записываются в виде:

$$M_0^{(2)}(T_0, T_2, \dots) = - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)} \{ A_n(T_2, \dots) \bar{A}_n(T_2, \dots) + [A_n(T_2, \dots)]^2 \times \exp(i2\omega_n T_0) + \text{к.с.} \}$$

$$\begin{aligned}
M_n^{(2)}(T_0, T_2, \dots) &= \left\{ \left[\frac{c_n(T_2, \dots)}{a_n(T_2, \dots)} + id_n(T_2, \dots) \right] A_n(T_2, \dots) \exp(i\omega_n T_0) + \dots \right\} + N_n(T_0, T_2, \dots); \\
N_n(T_0, T_2, \dots) &\equiv \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} \left\{ \lambda_{mln}^{(+)} A_m(T_2, \dots) A_l(T_2, \dots) \exp(i(\omega_m + \omega_l) T_0) + \right. \\
&\quad \left. + \lambda_{mln}^{(-)} A_m(T_2, \dots) \bar{A}_l(T_2, \dots) \exp(i(\omega_m - \omega_l) T_0) + \text{к.с.} \right\}; \\
\lambda_{mln}^{(\pm)} &\equiv \frac{\gamma_{mln} \pm \omega_m \omega_l \eta_{mln}}{\omega_n^2 - (\omega_m \pm \omega_l)^2}; \\
\gamma_{mln} &\equiv K_{mln} \left[\omega_m^2 (n - m + 1) + 2n(l(l + 1) - 1) + \right. \\
&\quad \left. + (l(m + 1) - m(2m - 2n + 7) + 3)n \frac{W}{2} \right] + \alpha_{mln} \left(\frac{1}{m} \omega_m^2 + n \frac{W}{2} \right); \\
\eta_{mln} &\equiv K_{mln} \left(\frac{n}{2} - m + 1 \right) + \alpha_{mln} \frac{1}{m} \left(1 + \frac{n}{2l} \right); \\
K_{mln} &= \left[C_{l0, m0}^{n0} \right]^2; \quad \alpha_{mln} = -\sqrt{m(m + 1)l(l + 1)} C_{m0, l0}^{n0} \cdot C_{m-1, l1}^{n0}; \quad (24)
\end{aligned}$$

C_{mklp}^{nq} – коэффициенты Клебша-Гордана, отличные от нуля, только когда индексы удовлетворяют соотношениям $|m - l| \leq n \leq m + l$, $m + l + n$ – четное.

Горизонтальная черта сверху над A_n в (24) обозначает комплексное сопряжение.

Коэффициенты в разложениях (13) для потенциала скорости $\psi^{(m)}(\mathbf{r}, t)$ и электростатического потенциала $\Phi^{(m)}(\mathbf{r}, t)$ связаны с решениями (17) и (24) следующими соотношениями:

$$\begin{aligned}
D_n^{(2)}(T_0, T_2, \dots) &= \frac{1}{n} \left\{ \frac{\partial M_n^{(2)}(T_0, T_2, \dots)}{\partial T_0} - \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} (m(m - 1) K_{mln} - \alpha_{mln}) \frac{1}{m} \times \right. \\
&\quad \left. \times \frac{\partial M_m^{(1)}(T_0, T_2, \dots)}{\partial T_0} M_l^{(1)}(T_0, T_2, \dots) \right\}; \\
F_0^{(2)}(T_0, T_2, \dots) &= 0; \\
F_n^{(2)}(T_0, T_2, \dots) &= Q \left\{ M_n^{(2)}(T_0, T_2, \dots) + \right. \\
&\quad \left. + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} m K_{mln} M_m^{(1)}(T_0, T_2, \dots) M_l^{(1)}(T_0, T_2, \dots) \right\}.
\end{aligned}$$

Поправка второго порядка малости к потенциалу поверхности имеет вид:

$$\Phi_s^{(2)}(t) = -Q \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(n - 1)}{(2n + 1)} \left(M_n^{(1)}(t) \right)^2.$$

В решении (24) $c_n(T_2, \dots)$ и $d_n(T_2, \dots)$ – неизвестные функции времени, которые, как и a_n и b_n , не зависят от временных масштабов T_0 и T_1 . Аналогично тому, как это делалось для случая линейного приближения, чтобы завершить рассмотрение задачи в квадратичном по ε приближении, следует принять неизвестные функции c_n , d_n ,

a_n и b_n равными константам, величины которых определяются начальными условиями (10)–(11). В этом случае разложение (12) для функции, описывающей искажение формы поверхности капли, принимает вид:

$$\xi(\theta, t) \approx \varepsilon \xi^{(1)}(\theta, T_0, a_n, b_n) + \varepsilon^2 \xi^{(2)}(\theta, T_0, a_n, b_n, c_n, d_n) + \varepsilon O(\varepsilon^2 t), \quad (25)$$

где a_n, b_n, c_n, d_n – константы.

Выражение (25) справедливо на временном интервале $t \leq O(1)$ с ошибкой $\sim \varepsilon^3$. На временном интервале $O(1) \leq t \leq O(\varepsilon^{-1})$ величина ошибки сравнима со вторым слагаемым (с поправкой второго порядка малости). Следовательно, в разложении (25) справедливым останется лишь первый член, соответствующий линейному приближению. Таким образом, приближенное линейное решение задачи (22) строго применимо (равномерно пригодно) на временном интервале $t \leq O(\varepsilon^{-1})$. Всем разложением (25) можно пользоваться на временных интервалах $t \leq O(\varepsilon^{-1})$, при этом следует иметь в виду, что квадратичное по ε слагаемое должно оставаться лишь малой поправкой к линейному.

Отметим, что характерным масштабом измерения времени в принятых безразмерных переменных является величина $t_* = (R^3 \rho / \sigma)^{1/2}$. Для капли воды миллиметрового радиуса она будет ~ 0.004 s, а при $R = 1$ cm $t_* \sim 0.12$ s. Следовательно, выражение (25) будет адекватно описывать временную эволюцию формы капли воды для интервала времени $t \leq 0.01$ s (при $R = 1$ mm) и $t \leq 0.3$ s (при $R = 1$ cm). Решение же (22), если принять начальную амплитуду возмущения $\varepsilon \sim 0.1$, будет оставаться справедливым вплоть до значений времени, на порядок больших приведенных.

Подставим разложение (25) с учетом (14) в начальные условия (10)–(11) и, приравняв друг другу величины одного порядка малости, получим неизвестные константы a_n, b_n, c_n, d_n :

$$a_n = \frac{1}{2} \sum_{m \in \Xi} h_m \delta_{nm}; \quad b_n = 0; \quad c_n = -\frac{1}{2} N_n(0); \quad d_n = 0 \quad (n = 0, 1, 2, \dots).$$

При этом выражения (17), (18), (24) для коэффициентов $M_n^{(i)}(t)$ примут окончательный вид:

$$M_n^{(1)}(t) = \sum_{m \in \Xi} \delta_{nm} h_m \cos(\omega_m t); \quad (26)$$

$$M_0^{(2)}(t) = -\frac{1}{2} \sum_{m \in \Xi} \frac{h_m^2}{(2m+1)} (1 + \cos(2\omega_m t));$$

$$M_n^{(2)}(t) = -N_n(0) \cos(\omega_n t) + N_n(t); \quad (n \geq 1);$$

$$N_n(t) \equiv \frac{1}{2} \sum_{m \in \Xi} \sum_{j \in \Xi} h_m h_j \left[\lambda_{mjn}^{(+)} \cos((\omega_m + \omega_j)t) + \lambda_{mjn}^{(-)} \cos((\omega_m - \omega_j)t) \right].$$

Легко заметить, что коэффициенты $M_n^{(2)}(t)$ пропорциональны величинам $\lambda_{mjn}^{(\pm)}$, которые, в свою очередь, согласно обозначениям (24), пропорциональны коэффициентам Клебша-Гордана [11] $C_{m0,l0}^{n0}$ и $C_{m-1,l1}^{n0}$ и, следовательно, отличны от нуля, только если индексы удовлетворяют соотношениям: $m + j = n$ – четное, $|m - j| \leq n \leq m + j$ для любых значений $m, j \in \Xi$.

В итоге, подставляя (26) в (25), с учетом (1) получим, что форма поверхности капли с точностью до слагаемых второго порядка малости (на временных интервалах $t \leq O(1)$) описывается функцией:

$$r(\theta, t) \approx 1 + \varepsilon \sum_{m \in \Xi} h_m \cos(\omega_m t) P_m(\mu) - \varepsilon^2 \left\{ \frac{1}{2} \sum_{m \in \Xi} \frac{h_m^2}{(2m+1)} (1 + \cos(2\omega_m t)) + \sum_{n=1}^{\infty} (N_n(0) \cos(\omega_n t) - N_n(t)) P_n(\mu) \right\} + O(\varepsilon^3 t). \quad (27)$$

6. Смещение центра заряда капли. Выясним, происходит ли смещение центра заряда капли при нелинейных колебаниях ее поверхности.

$$\mathbf{R}_q = \frac{1}{Q} \int_S \mathbf{r} dQ = -\frac{1}{4\pi Q} \int_S (\mathbf{n}, \nabla \Phi) \mathbf{r} dS = -\frac{1}{4\pi Q} \int_{\Omega} \frac{(\mathbf{n}, \nabla \Phi)}{(\mathbf{n}, \mathbf{e}_r)} r^3(\theta, t) \mathbf{e}_r d\Omega,$$

где $\Omega \equiv [0 \leq \theta \leq \pi; 0 \leq \varphi \leq 2\pi]$, а $r(\theta, t)$ определяется выражением (24).

Радиальный орт $\mathbf{e}_r$ сферической системы координат связан с ортами декартовой системы координат

$$\mathbf{e}_r = \mathbf{e}_x \sin \theta \cos \varphi + \mathbf{e}_y \sin \theta \sin \varphi + \mathbf{e}_z \cos \theta.$$

Выразим проекции вектора $\mathbf{R}_q$ на декартовы оси через сферические функции $Y_n^m(\theta, \varphi)$, учитывая соотношения:

$$\begin{aligned} \cos \theta &= 2\sqrt{\frac{\pi}{3}} Y_1^0(\theta, \varphi); \quad \sin \theta \cos \varphi = \sqrt{\frac{2\pi}{3}} (Y_1^{-1}(\theta, \varphi) - Y_1^1(\theta, \varphi)); \\ \sin \theta \sin \varphi &= i\sqrt{\frac{2\pi}{3}} (Y_1^{-1}(\theta, \varphi) + Y_1^1(\theta, \varphi)). \end{aligned}$$

Для проекций вектора $\mathbf{R}_q$ получим выражения:

$$\begin{aligned} R_{qx} &= \frac{1}{2\sqrt{6\pi}Q} \int_{\Omega} r^3(\theta, t) \frac{(\mathbf{n}, \nabla \Phi)}{(\mathbf{n}, \mathbf{e}_r)} (Y_1^1(\theta, \varphi) - Y_1^{-1}(\theta, \varphi)) d\Omega; \\ R_{qy} &= -i \frac{1}{2\sqrt{6\pi}Q} \int_{\Omega} r^3(\theta, t) \frac{(\mathbf{n}, \nabla \Phi)}{(\mathbf{n}, \mathbf{e}_r)} (Y_1^1(\theta, \varphi) + Y_1^{-1}(\theta, \varphi)) d\Omega; \\ R_{qz} &= -\frac{1}{2\sqrt{3\pi}Q} \int_{\Omega} r^3(\theta, t) \frac{(\mathbf{n}, \nabla \Phi)}{(\mathbf{n}, \mathbf{e}_r)} Y_1^0(\theta, \varphi) d\Omega. \quad (28) \end{aligned}$$

Подставляя (1) и разложения (12), представим подынтегральное выражение в (28) в виде ряда по степеням малого параметра ε с точностью до слагаемых $\sim \varepsilon^2$:

$$\begin{aligned} r^3(\theta, t) \frac{(\mathbf{n}, \nabla \Phi)}{(\mathbf{n}, \mathbf{e}_r)} &\approx -Q + \varepsilon \left[\frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial r} - Q \xi^{(1)} \right]_{r=1} + \varepsilon^2 \left[\frac{\partial \Phi^{(2)}}{\partial r} - Q \xi^{(2)} + \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{\partial^2 \Phi^{(1)}}{\partial r^2} + 3 \frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial r} \right) \xi^{(1)} - \frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial \theta} \frac{\partial \xi^{(1)}}{\partial \theta} \right]_{r=1} + O(\varepsilon^3), \end{aligned}$$

а учитывая вид функций $\xi^{(1)}(\theta, t)$ и $\xi^{(2)}(\theta, t)$ из (24) и решение для потенциала $\Phi(\mathbf{r}, t)$, полученное из краевой задачи (2), (4), (7), (9), запишем подынтегральное выражение в виде разложения по полиномам Лежандра:

$$\begin{aligned} r^3(\theta, t) \frac{(\mathbf{n}, \nabla \Phi)}{(\mathbf{n}, \mathbf{e}_r)} &\approx -Q + \varepsilon \sum_{n=2}^{\infty} (n+2) P_n^{(1)}(\mu) - \\ &- \varepsilon^2 Q \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ (n+2 - \delta_{n0}) M_n^{(2)}(t) - \sum_{m=2}^{\infty} \sum_{l=2}^{\infty} [((m-1)(m+1) - m(n+1 - \delta_{n0})) \times \right. \end{aligned}$$

$$\times K_{mln} - \alpha_{mln}] M_m^{(1)}(t) M_l^{(1)}(t) \Big\} P_n(\mu) + O(\varepsilon^3). \quad (29)$$

Подставляя (29) в (28), переходя от полиномов Лежандра к сферическим функциям, получим:

$$P_j(\mu) = \sqrt{\frac{4\pi}{(2j+1)}} Y_j^0(\theta, \varphi);$$

учитывая условие ортонормированности сферических функций:

$$\int_{\Omega} Y_j^m(\theta, \varphi) Y_n^k(\theta, \varphi) d\Omega = \delta_{jn} \delta_{mk}. \quad (30)$$

Заметим, что при возбуждении осесимметричных (относительно оси z) колебаний поверхности капли, когда возмущение ее равновесной сферической формы не зависит от угла φ , подынтегральное выражение (29) представлено в виде ряда по сферическим функциям с нулевым верхним индексом Y_j^0 и в силу (30) смещения центра заряда в плоскости x, y не происходит

$$R_{qx} = R_{qy} = 0.$$

Его смещение вдоль оси OZ описывается выражением:

$$R_{qz} \approx \varepsilon^2 \left\{ M_1^{(2)}(t) - \frac{1}{3} \sum_{m=2}^{\infty} \sum_{l=2}^{\infty} \left[(m^2 - 2m - 1) K_{ml1} - \alpha_{ml1} \right] M_m^{(1)}(t) M_l^{(1)}(t) \right\}. \quad (31)$$

Воспользовавшись явным видом коэффициентов Клебша-Гордана, приведем (31) к более компактному виду:

$$R_{qz} \approx \varepsilon^2 \left\{ M_1^{(2)}(t) + \sum_{m=3}^{\infty} \frac{3n}{(2n+1)} M_n^{(1)}(t) M_{n-1}^{(1)}(t) \right\}.$$

Наконец, учитывая выражения для коэффициентов $M_n^{(1)}(t)$ и $M_n^{(2)}(t)$, приведенные в (26), и переходя к размерным переменным для смещения центра заряда вдоль оси z во втором порядке малости по возмущению поверхности, запишем окончательное выражение:

$$\begin{aligned} R_{qz} &\approx \varepsilon^2 R \sum_{m \in \Xi} \frac{6m(m-2)}{(2m-1)(2m+1)} h_m h_{m-1} \cos(\omega_m t) \cos(\omega_{m-1} t) \equiv \\ &\equiv \varepsilon^2 R \sum_{m \in \Xi} \frac{3m(m-2)}{(2m-1)(2m+1)} h_m h_{m-1} \left[\cos((\omega_m + \omega_{m-1})t) + \cos((\omega_m - \omega_{m-1})t) \right] \\ \omega_m^2 &= \frac{\sigma}{\rho R^3} m(m-1) \left((m+2) - \frac{Q^2}{4\pi\sigma R^3} \right). \end{aligned} \quad (32)$$

7. Излучение электромагнитных волн. Наличие осцилляций центра заряда капли превращает ее в излучатель электромагнитных волн дипольного типа. Рассмотрим случай, когда изначально возбуждены две соседние моды m и $m-1$. Интенсивность электромагнитного излучения от единичной капли I_e в соответствии с известным выражением запишется в виде

$$I = \frac{4}{3c^3} \left\{ \left| d_{\omega_m + \omega_{m+1}} \right|^2 (\omega_m + \omega_{m+1})^4 + \left| d_{\omega_{m+1} - \omega_m} \right|^2 (\omega_{m+1} - \omega_m)^4 \right\},$$

где c – скорость света в вакууме; d_{ω_m} – дипольный момент капли, центр заряда которой осциллирует с частотой ω_m .

В рассматриваемой ситуации согласно (32) имеем

$$d_{\omega_m + \omega_{m+1}} \equiv d_{\omega_{m+1} - \omega_m} \equiv Q |R_{qz}|, \\ |R_{qz}| - \text{амплитудное значение } R_{qz}.$$

Поэтому получим:

$$I = \frac{4}{3c^3} Q^2 |R_{qz}|^2 \left\{ (\omega_m + \omega_{m+1})^4 + (\omega_{m+1} - \omega_m)^4 \right\} = \quad (33) \\ = \frac{48}{c^3} Q^2 R^2 \sum_{m \in \Xi} \left(\frac{\varepsilon^2 m(m-2)}{(2m-1)(2m+1)} h_m h_{m-1} \right)^2 \left\{ (\omega_m + \omega_{m+1})^4 + (\omega_{m+1} - \omega_m)^4 \right\}.$$

Из (33) с учетом (32) можно оценить величину интенсивности фонового шумового электромагнитного излучения от различных жидкокапельных систем искусственного и естественного происхождения, например таких, как конвективные облака. Следует отметить, что в [1] в рамках линейного анализа была проведена оценка интенсивности мультипольного (начиная с квадрупольного) электромагнитного излучения для двух наиболее вероятных источников электромагнитного излучения капель в грозном облаке.

Первый возможный источник электромагнитного излучения связан с осцилляциями мелких капель из диапазона наиболее часто встречающихся в облаке размеров от 3 до 30 μm . Концентрация n таких капель в облаке $\sim 10^3 m^{-3}$. Осцилляции облачных капель могут быть вызваны различными причинами: коагуляцией; дроблением на более мелкие в результате столкновительных процессов или в результате реализации электростатической неустойчивости; гидродинамическим и электрическим взаимодействием близко пролетающих капель; аэродинамическим взаимодействием с развитой мелкомасштабной турбулентностью, характерной для грозных облаков. Амплитуды колебаний облачных капель, согласно данным натурных наблюдений, могут достигать десятков процентов от радиуса капли.

Второй возможный источник электромагнитного излучения связан со свободно падающими в облаке гидрометеорами, коагулирующими с более мелкими капельками и потому непрерывно колеблющимися и, следовательно, излучающими. Однако в [2] на роль излучающих гидрометеоров предлагались заряженные капли радиуса $R = 1 mm$, концентрация которых в облаке, согласно данным наблюдений, весьма мала $\sim 1 m^{-3}$. В итоге оценки интенсивности электромагнитного излучения из облака, основанные на обсуждаемом механизме, проведенные для экстремальных численных значений зарядов и концентраций капель с $R = 1 mm$, по всей видимости, существенно завышены. Тем не менее сам механизм, предложенный в [2], несомненно, должен работать, если в его основу положить на порядок более мелкие капли с $R = 10 \mu m$, концентрация которых в облаке достаточно высока $\sim 10^3 m^{-3}$, а скорость их свободного падения имеет величину и $\approx 78 cm/s$. При такой скорости падения сквозь облако капель с радиусами от 3 до 30 μm с максимумом концентрации, приходящимся на диапазон от 3 до 7 μm , гидрометеор будет испытывать каждую секунду около 22 столкновений, при которых в нём будут возбуждаться моды с $n \in \{2 \div 30\}$.

В рамках нелинейного анализа проведем оценку интенсивности электромагнитного излучения на основе (33) для двух вышеперечисленных источников фонового шумового электромагнитного излучения капель в грозном облаке.

Для первого возможного источника электромагнитного излучения, связанного с колебаниями мелких заряженных капель, проведем оценку интенсивности фонового

дипольного электромагнитного излучения, когда смещение центра заряда связано с возбуждением всего двух соседних мод с $i = 3$ и $i + 1 = 4$ (отметим, что в этом случае из суммы, определяющей, согласно (32), амплитуду смещения центра заряда R_{qz} , останется лишь одно слагаемое с $i = 3$). Для численных оценок примем $\varepsilon = 1$, $h_3 = h_4 = 0.5$, $\sigma = 73 \text{ dyn/cm}$, $\rho = 1 \text{ g/cm}^3$, $R = 30 \text{ }\mu\text{m}$, $Q = 2.5 \cdot 10^{-6} \text{ CGSE}$. Тогда из (33) несложно получить $I \sim 1 \cdot 10^{-31} \mu W$ на частоте $\approx 300 \text{ kHz}$. Для капли радиусом $R = 8 \text{ }\mu\text{m}$ получим значение интенсивности $I \sim 3 \cdot 10^{-29} \mu W$ на частоте $\approx 2 \text{ MHz}$. При радиусе капли $R = 3 \text{ }\mu\text{m}$ излучение составляет $I_{in} \sim 1 \cdot 10^{-27} \mu W$ на частоте $\approx 9 \text{ MHz}$.

Интенсивность электромагнитного излучения из объема в 1 cm^3 будет примерно в тысячу раз больше и будет приходиться на полосу частот от $\sim 300 \text{ kHz}$ до $\sim 9 \text{ MHz}$. Интегральная же интенсивность электромагнитного излучения из облака диаметром 5 km будет уже значительной: $I \sim 8 \cdot 10^{-12} \mu W$, если принять для оценки по порядку величины, что все капли имеют одинаковый размер $R = 30 \text{ }\mu\text{m}$. Интегральная интенсивность будет $I_{in} \sim 2 \cdot 10^{-9} \mu W$ при радиусе $R = 8 \text{ }\mu\text{m}$ и $I_{in} \sim 8 \cdot 10^{-8} \mu W$ для капель радиусом $R = 3 \text{ }\mu\text{m}$.

Проведем оценку интенсивности фоновое дипольного электромагнитного излучения для второго источника излучения, связанного со свободно падающими в облаке гидрометеорами, коагулирующими с более мелкими капельками, когда возбуждение трансляционной моды связано с возбуждением всего двух соседних мод с $i = 20$ капли со средними характеристиками: $R = 100 \text{ }\mu\text{m}$ и зарядом $Q = 5 \cdot 10^{-4} \text{ CGSE}$. Тогда интенсивность дипольного электромагнитного излучения при возбуждении колебаний капель за счет микрофизических внутриоблачных процессов (коагуляции с более мелкими, испарения, конденсации, гидродинамического и электрического взаимодействия с соседними каплями) составит $I \sim 1 \cdot 10^{-23} \mu W$ на частоте около 800 kHz . Интегральную интенсивность электромагнитного излучения от всех гидрометеоров из грозового облака диаметром 5 km легко найти: $I_{in} \sim 6 \cdot 10^{-3} \mu W$.

Интенсивность электромагнитного излучения нелинейно-осциллирующей заряженной капли много больше по сравнению с интенсивностью электромагнитного излучения, генерируемого линейными колебаниями [1–3].

Ссылки

1. Ширяева С. О., Колбнева Н. Ю., Григорьев А. И., Артёмов Т. К. // ЖТФ. 2015. Т. 85, вып. 4. С. 20–27.
2. Калечиц В. И., Нахутин И. Е., Полуэктов П. П. // ДАН СССР. 1982. Т. 262, № 6. С. 1344–1347.
3. Богатов Н. А. // SOLAR-TERRESTRIAL RELATIONS AND PHYSICS OF EARTHQUAKES PRECURSORS: VI INTERNATIONAL CONFERENCE. COLLECTION OF THE REPORTS. Petropavlovsk-Kamchatsky, 9–13 September 2013. С. 22–26.

НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ПОВЕРХНОСТИ СЛОЯ ЖИДКОСТИ НА СМАЧИВАЕМОМ ПРОВОДЕ*

С. О. Ширяева, Д. Е. Леснугина, Н. А. Петрушов

*Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова, Россия. Ярославль
E-mail: shir@uniyar.ac.ru*

Энергопотери на высоковольтных линиях электропередач во время дождя многократно увеличиваются, достигая десятков процентов от передаваемой энергии. Эти потери могут быть связаны как с коронным разрядом с гребней капиллярных волн на поверхности жидкого слоя, так и с реализацией неустойчивости свободной поверхности жидкости.

На жидкой цилиндрической поверхности (на струе) могут существовать капиллярные волны различной симметрии [1]. Если обозначить азимутальное число буквой m , то $m = 0$ соответствует осесимметричной моде, $m = 1$ – изгибной моде, $m = 2$ – деформационной. Они возбуждаются последовательно по мере увеличения электрического потенциала струи [2].

Постановка задачи. Будем решать задачу о расчёте устойчивости капиллярных волн на цилиндрической заряженной поверхности бесконечной струи с радиусом R невязкой несжимаемой идеально проводящей жидкости с плотностью ρ и коэффициентом поверхностного натяжения σ . Примем, что внутри струи помещён электропроводный стержень с радиусом r_0 . Задачу будем рассматривать в системе координат, движущейся с несущей скоростью струи. В такой системе координат поле скоростей будет связано только с волновыми движениями свободной поверхности струи. Будем пользоваться цилиндрической системой координат, ось Z которой совпадает с осью струи и полагать, что заряд на поверхности струи обусловлен тем, что стержень внутри струи поддерживается при постоянном электрическом потенциале Φ_0 . В итоге это обеспечивает наличие в окружающем струю пространстве радиального электрического поля $\mathbf{E}_0(\mathbf{r}) \equiv E_0(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{e}_r$.

Уравнение свободной поверхности струи, возмущенной тепловым капиллярным волновым движением весьма малой амплитуды, запишем в виде:

$$F(\mathbf{r}, t) \equiv r - R - \xi(\varphi, z, t) = 0,$$

где $\xi(\varphi, z, t)$ – возмущение поверхности струи: $|\xi(\varphi, z, t)/R| \ll 1$, представляющее собой суперпозицию большого количества капиллярных волн. Такое возмущение (порождаемое уже тепловым движением молекул [8]) и имеет амплитуду $\sim \sqrt{\kappa T/\sigma}$ (κ – постоянная Больцмана; T – абсолютная температура). Для любых жидкостей, от сжиженных газов до расплавленных металлов, величина $\sqrt{\kappa T/\sigma}$, определяющая амплитуды таких волн, меньше ангстрема, поэтому для струй любых реальных радиусов соотношение $|\xi(\varphi, z, t)/R| \ll 1$ будет выполняться. В связи со сказанным, волны тепловой природы, как правило, называют волнами бесконечно малой амплитуды. Подобная идеализация, естественная на пределе применимости модели

* Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ № 14-01-00170-а и 14-08-00240-а.

жидкости как сплошной среды, широко используется в линейных по малой амплитуде аналитических расчетах, когда основным объектом, подлежащим исследованию, является дисперсионное уравнение.

Выпишем основные уравнения гидродинамики идеальной несжимаемой жидкости: уравнение неразрывности и уравнение Эйлера для поля скоростей $\mathbf{U}(\mathbf{r}, t)$ и поля давлений $P(\mathbf{r}, t)$:

$$\operatorname{div} \mathbf{U}(\mathbf{r}, t) = 0; \quad (1)$$

$$\frac{d\mathbf{U}(\mathbf{r}, t)}{dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla P(\mathbf{r}, t). \quad (2)$$

Напряжённость электрического поля $\mathbf{E}$ в окрестности искаженной капиллярным волновым движением бесконечно малой амплитуды [8] поверхности струи определяется уравнениями:

$$\operatorname{div} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = 0; \quad \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\nabla \Phi(\mathbf{r}, t); \quad \Delta \Phi(\mathbf{r}, t) = 0, \quad (3)$$

где $\Phi(\mathbf{r}, t)$ – потенциал электрического поля.

Система граничных условий состоит из:

условия не протекания на поверхности стержня:

$$r = r_0 : U_n = (\mathbf{n}, \mathbf{U}) = U_r = 0; \quad (4)$$

условия убывания напряжённости электрического поля на бесконечности:

$$r \rightarrow \infty : \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \rightarrow 0; \quad \nabla \Phi(\mathbf{r}, t) \rightarrow 0; \quad (5)$$

условий на свободной поверхности струи: $r = R + \xi(\varphi, z, t)$:

кинематического:

$$\frac{dF(\mathbf{r}, t)}{dt} = 0; \quad (6)$$

динамического:

$$P(\mathbf{r}, t) - P_0 + P_E(\mathbf{r}, t) - P_\sigma(\mathbf{r}, t) = 0; \quad (7)$$

$$P_E(\mathbf{r}, t) = \frac{\mathbf{E}^2(\mathbf{r}, t)}{8\pi} = \frac{(-\nabla \Phi(\mathbf{r}, t))^2}{8\pi};$$

$$P_\sigma(\mathbf{r}, t) = \sigma \operatorname{div} \mathbf{n}(\mathbf{r}, t); \quad \mathbf{n}(\mathbf{r}, t) = \frac{\nabla F}{|\nabla F|};$$

условия эквипотенциальности поверхности струи:

$$\Phi = \Phi_S; \quad (8)$$

условия сохранения заряда на длине струи, равной длине волны:

$$\int_S (\mathbf{E}, \mathbf{n}) dS = 4\pi\chi\lambda; \quad (9)$$

$$S \equiv \{r = 1 + \xi(\varphi, z, t); \quad 0 \leq \varphi \leq 2\pi; \quad z_0 \leq z \leq z_0 + \lambda\},$$

где $P(\mathbf{r}, t)$ – давление в струе, P_0 – атмосферное давление, $P_E(\mathbf{r}, t)$ – давление электрических сил, $P_\sigma(\mathbf{r}, t)$ – давление капиллярных сил, $\mathbf{n}(\mathbf{r}, t)$ – вектор нормали к свободной поверхности; Φ_S – постоянный вдоль поверхности струи потенциал; χ – равновесное значение поверхностной плотности заряда, которая определяется нормальной компонентой напряжённости электрического поля у поверхности струи:

$$\chi \equiv \frac{E_n}{4\pi}.$$

Все расчёты будем проводить в безразмерных переменных, в которых $\rho = R = \sigma = 1$. При этом все остальные физические величины будут выражены в долях своих характерных размеров:

$$[U] = \sqrt{\frac{\sigma}{\rho R}}; \quad [P] = \frac{\sigma}{R}; \quad [t] = \sqrt{\frac{\rho R^3}{\sigma}}; \quad [E] = \sqrt{\frac{\sigma}{R}}.$$

За всеми безразмерными величинами сохраним прежние обозначения.

С точки зрения математики решаемая задача полностью эквивалентна задаче о сплошной струе. Меняется только одно граничное условие: условие обращения в нуль нормальной компоненты поля скоростей на оси струи заменяется условием обращения в нуль нормальной компоненты поля скоростей на поверхности твёрдого стержня.

2. Линеаризация и скаляризация задачи. Для решения задачи воспользуемся моделью потенциального течения. Поле скоростей выразится через гидродинамический потенциал $\psi(\mathbf{r}, t)$:

$$\mathbf{U}(\mathbf{r}, t) = \nabla \psi(\mathbf{r}, t).$$

Тогда уравнение неразрывности (1) преобразуется к следующему виду:

$$\Delta \psi(\mathbf{r}, t) = 0.$$

Решать задачу будем асимптотическим методом, в качестве малого параметра примем модуль максимума безразмерной амплитуды возмущения $\varepsilon \sim |\max \xi| \ll 1$. Так как поправка к электростатическому потенциалу и гидродинамическому потенциалу вызвана наличием малого возмущения на поверхности струи, справедливо считать, что $\Phi^{(1)} \sim \psi^{(1)} \sim \xi \sim \varepsilon$. Решения для формы возмущения, гидродинамического потенциала, давлений и электростатического потенциала будем искать в виде разложения по малому параметру с точностью до слагаемых порядка $\sim \varepsilon$:

$$\begin{aligned} \xi(\varphi, z, t) &= \varepsilon \xi^{(1)}(\varphi, z, t) + O(\varepsilon^2); \\ \psi(\mathbf{r}, t) &= \varepsilon \psi^{(1)}(\mathbf{r}, t) + O(\varepsilon^2); \\ P(\mathbf{r}, t) &= P^{(0)}(\mathbf{r}) + \varepsilon P^{(1)}(\mathbf{r}, t) + O(\varepsilon^2); \\ P_\sigma(\mathbf{r}, t) &= P_\sigma^{(0)} + \varepsilon P_\sigma^{(1)}(\mathbf{r}, t) + O(\varepsilon^2); \\ P_E(\mathbf{r}, t) &= P_E^{(0)} + \varepsilon P_E^{(1)}(\mathbf{r}, t) + O(\varepsilon^2); \\ \Phi(\mathbf{r}, t) &= \Phi^{(0)}(\mathbf{r}) + \varepsilon \Phi^{(1)}(\mathbf{r}, t) + O(\varepsilon^2), \end{aligned} \quad (10)$$

где верхний индекс означает порядок малости соответствующей величины. Подстановка разложений (10) в (1)–(9) позволяет разбить задачу на две задачи нулевого и первого порядков малости.

3. Задача нулевого порядка малости. Уравнения задачи нулевого порядка малости описывают невозмущенную струю:

$$\Delta \Phi^{(0)}(\mathbf{r}) = 0; \quad \nabla \Phi^{(0)} \Big|_{r \rightarrow \infty} \rightarrow 0; \quad \Phi^{(0)} \Big|_{r=1} = \Phi_S;$$

$$-\frac{1}{4\pi} \int_{z_0}^{z_0 + \lambda} \int_0^{2\pi} \partial_r \Phi^{(0)} \Big|_{r=1} d\varphi dz = 2\pi\chi\lambda;$$

$$P^{(0)} - P_0 + P_E^{(0)} - P_\sigma^{(0)} = 0; \quad P_E^{(0)} = 2\pi\chi^2; \quad P_\sigma^{(0)} = 1.$$

Решение задачи нулевого порядка малости позволяет определить равновесное гидродинамическое давление $P^{(0)}$ и электростатический потенциал поля вокруг невозмущённой струи:

$$P^{(0)} = P_0 + 1 - 2\pi\chi^2; \quad \Phi^{(0)}(r) = -4\pi\chi \ln r + \Phi_S. \quad (11)$$

4. Задача первого порядка малости. Задача первого порядка малости имеет вид:

$$\Delta\Phi^{(1)}(\mathbf{r}, t) = 0; \quad \nabla\Phi^{(1)}(\mathbf{r}, t) \Big|_{r \rightarrow \infty} \rightarrow 0; \quad (12)$$

$$\Delta\psi(\mathbf{r}, t) = 0; \quad \frac{\partial\psi(\mathbf{r}, t)}{\partial r} \Big|_{r \rightarrow r_0} = 0; \quad (13)$$

$$r = 1: \quad \frac{\partial\psi(\mathbf{r}, t)}{\partial r} = \frac{\partial\xi(\varphi, z, t)}{\partial t}; \quad (14)$$

$$P^{(1)}(\mathbf{r}, t) + P_E^{(1)}(\mathbf{r}, t) - P_\sigma(\varphi, z, t) = 0; \quad (15)$$

$$P^{(1)}(\mathbf{r}, t) = -\frac{\partial\psi(\mathbf{r}, t)}{\partial t}; \quad P_\sigma^{(1)}(\varphi, z, t) = -\xi(\varphi, z, t) - \frac{\partial^2\xi(\varphi, z, t)}{\partial\varphi^2} - \frac{\partial^2\xi(\varphi, z, t)}{\partial z^2};$$

$$P_E^{(1)}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{8\pi} \left(\xi(\varphi, z, t) \cdot \frac{\partial(\nabla\Phi^{(0)})^2}{\partial r} + 2(\nabla\Phi^{(0)})(\nabla\Phi^{(1)}(\mathbf{r}, t)) \right);$$

$$r = 1: \quad \Phi^{(1)}(\mathbf{r}, t) + \xi(\varphi, z, t) \cdot \frac{\partial\Phi^{(0)}}{\partial r} = 0; \quad (16)$$

$$-\frac{1}{4\pi} \int_{z_0}^{z_0+\lambda} \int_0^{2\pi} r \left(\xi(\varphi, z, t) \cdot \frac{\partial^2\Phi^{(0)}}{\partial r^2} + \frac{\partial\Phi^{(1)}}{\partial r} \right) d\varphi dz = 0. \quad (17)$$

Решения уравнений Лапласа с граничными условиями (12) и (13) в цилиндрических координатах имеют вид:

$$\Phi^{(1)}(\mathbf{r}, t) = K_m(kr) A(t) \cos(m\varphi) \exp(ikz) + \text{к.с.}; \quad (18)$$

$$\psi(\mathbf{r}, t) = \left(\frac{I_m(kr)}{I'_m(kr_0)} - \frac{K_m(kr)}{K'_m(kr_0)} \right) B(t) \cos(m\varphi) \exp(ikz) + \text{к.с.} \quad (19)$$

$I_m(kr)$ и $K_m(kr)$ – модифицированные цилиндрические функции Бесселя первого и второго рода; аббревиатура «к.с.» означает слагаемые, комплексно сопряженные к выписанным. Здесь и далее штрих у функции означает производную по аргументу.

Исходя из уравнения (14) решение для формы поверхности следует искать в виде:

$$\xi(\varphi, z, t) = \alpha(t) \cos(m\varphi) \exp(ikz) + \text{к.с.} \quad (20)$$

Подставив проекты решений (18)-(20) в уравнения (14) и (16) выразим коэффициенты $B(t)$ и $C(t)$ через $\alpha(t)$:

$$A(t) = \frac{4\pi\chi}{K_m(k)} \alpha(t); \quad (21)$$

$$B(t) = \frac{I'_m(kr_0) K'_m(kr_0)}{k I'_m(k) K'_m(kr_0) - k K'_m(k) I'_m(kr_0)} \alpha'(t). \quad (22)$$

Поставляя решения (18)–(20) с учетом соотношений (21) и (22) в динамическое условие первого порядка малости (15), получим эволюционное уравнение относительно амплитуды возмущения $\alpha(t)$:

$$\frac{I_m(k) K'_m(kr_0) - K_m(k) I'_m(kr_0)}{k I'_m(k) K'_m(kr_0) - k K'_m(k) I'_m(kr_0)} \alpha''(t) + \left(m^2 + k^2 - 1 + 4\pi\chi^2 \left(1 + \frac{k K'_m(k)}{K_m(k)} \right) \right) \alpha(t) = 0. \quad (23)$$

Решение полученного эволюционного уравнения (23) имеет вид:

$$\alpha(t) = a \exp(\pm i\omega t), \quad (24)$$

где ω – частота, в общем случае комплексная, определяемая дисперсионным уравнением:

$$\omega^2 = \left(m^2 + k^2 - 1 + w \left(1 + \frac{k K'_m(k)}{K_m(k)} \right) \right) \frac{k I'_m(k) K'_m(kr_0) - k K'_m(k) I'_m(kr_0)}{I_m(k) K'_m(kr_0) - K_m(k) I'_m(kr_0)}, \quad (25)$$

где $w \equiv 4\pi\chi^2$ – полевой параметр, характеризующий внешнее радиальное электростатическое поле и устойчивость свободной поверхности жидкости струи, по отношению к его давлению.

Решение (20) с учётом (24) имеет вид бегущих волн. Будем рассматривать волну, бегущую в положительном направлении оси OZ. При этом функция, описывающая возмущение свободной поверхности струи будет иметь вид:

$$\xi(z, \varphi, t) = a \cdot \cos(m\varphi) \exp(ikz - i\omega t). \quad (26)$$

Из выражения (26) следует, что если $\omega^2 > 0$, следовательно, ω – вещественная, а функция ξ гармонически зависит от времени. Если $\omega^2 < 0$, то функция ξ зависит от времени экспоненциально $\xi \sim \exp(\mp \gamma t)$. При этом экспонента с отрицательным показателем $\exp(-\gamma t)$ быстро затухает, а с положительным показателем $\exp(\gamma t)$ – растёт.

Ссылки

1. Kim O. V., Dunn P. F. // Langmuir. 2010. Vol. 26. P. 15807–15813.
2. Ширяева С. О., Григорьев А. И. Спонтанный распад струй. Ярославль: ЯрГУ, 2012. 204 с.

НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ПОВЕРХНОСТИ ЗАРЯЖЕННОЙ МАТЕРИАЛЬНОЙ КАПЛИ В НЕПРОВОДЯЩЕЙ МАТЕРИАЛЬНОЙ СРЕДЕ

С. О. Ширяева, Т. К. Артёмова

Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова, Ярославль
E-mail: artemova@uniyar.ac.ru

Рассмотрим колебания капли идеально проводящей несжимаемой вязкой жидкости с плотностью ρ_1 и коэффициентом кинематической вязкости ν_1 , находящейся в безграничной диэлектрической несжимаемой вязкой жидкости с плотностью ρ_2 , коэффициентом кинематической вязкости ν_2 и относительной диэлектрической проницаемостью ε . Пусть капля несёт заряд Q .

В сферической системе координат, связанной с центром капли, уравнение возмущённой границы раздела жидкостей имеет вид:

$$F(\mathbf{r}, t) \equiv r - R - \xi(\theta, \varphi, t) = 0. \quad (1)$$

Система уравнений гидродинамики для сформулированной задачи, состоит из уравнений Навье-Стокса для скоростей движения обеих жидкостей:

$$\frac{\partial \mathbf{u}^{(j)}}{\partial t} + (\mathbf{u}^{(j)} \nabla) \mathbf{u}^{(j)} = -\frac{1}{\rho_j} \nabla p^{(j)} + \nu_j \Delta \mathbf{u}^{(j)}, \quad j=1,2 \quad (2)$$

и уравнений непрерывности для несжимаемых жидкостей

$$\operatorname{div} \mathbf{u}^{(1)} = 0, \quad \operatorname{div} \mathbf{u}^{(2)} = 0 \quad (3)$$

с граничными условиями на возмущённой поверхности капли: кинематическим граничным условием:

$$u_r^{(1)} = u_r^{(2)}, \quad u_\theta^{(1)} = u_\theta^{(2)}, \quad u_\varphi^{(1)} = u_\varphi^{(2)}, \quad (4)$$

условием несмешиваемости частиц жидкостей:

$$\frac{dF}{dt} = \frac{\partial F}{\partial t} + \mathbf{u} \nabla F = 0, \quad \text{где } \mathbf{u} \equiv \mathbf{u}^{(1)} = \mathbf{u}^{(2)}, \quad (5)$$

динамическим условием для касательных компонент тензора напряжений:

$$\rho_1 \nu_1 \left[\hat{\mathbf{o}}(\mathbf{n} \nabla) \mathbf{u}^{(1)} + \mathbf{n}(\hat{\mathbf{o}} \nabla) \mathbf{u}^{(1)} \right] - \rho_2 \nu_2 \left[\hat{\mathbf{o}}(\mathbf{n} \nabla) \mathbf{u}^{(2)} + \mathbf{n}(\hat{\mathbf{o}} \nabla) \mathbf{u}^{(2)} \right] = 0, \quad (6)$$

в котором учтено, что внутри идеально проводящей жидкости напряжённость электрического поля равна нулю, а следовательно, и некоторые слагаемые в записи уравнения по сравнению с полным вариантом [1, с. 73] отсутствуют;

и динамическим условием для нормальных компонент тензора

$$p^{(1)} - p^{(2)} - 2 \left[\rho_1 \nu_1 \mathbf{n}(\mathbf{n} \nabla) \mathbf{u}^{(1)} - \rho_2 \nu_2 \mathbf{n}(\mathbf{n} \nabla) \mathbf{u}^{(2)} \right] + p_E - p_\sigma = 0, \quad (7)$$

где давление электрического поля $p_E = \varepsilon E^2 / (8\pi)$.

Наложим дополнительные условия, чтобы объём капли оставался постоянным, а центр масс капли – неподвижным:

$$\int_{V_{\text{вдв}}} dV = 4\pi/3, \quad \int_{V_{\text{вдв}}} \mathbf{r} dV = 0. \quad (8)$$

Система дополняется электродинамическими уравнениями и граничными условиями, участвующими в получении явного вида давления электрического поля.

После перехода от MLT-базиса к базису, в котором приравниваются единице радиус капли $R = 1$, коэффициент поверхностного натяжения $\sigma = 1$ и одна из плотностей (положим $\rho_1 = 1$), задача скаляризуется методом, описанным в [2], и решается в линейном по полю скоростей и малому возмущению ξ приближении, при этом граничные условия берутся уже не на возмущённой поверхности капли $F(\mathbf{r}, t) \equiv r - 1 - \xi(\theta, \varphi, t) = 0$, а на невозмущённой, равновесной: $r = 1$.

В работе [3] таким методом получены общий вид решения в виде разложений по сферическим функциям и система уравнений для определения коэффициентов этих разложений. Дисперсионное уравнение имеет вид равенства нулю определителя размерностью 5×5 . Получающееся при этом выражение неудобно для анализа различного рода предельных случаев, в том числе поведения маловязкой жидкости. В связи с этим встаёт задача получения такого приближения другими способами.

Рассмотрим исходные уравнения и изменения промежуточных выкладок для случая идеальной жидкости, основываясь на [3].

В случае идеальной жидкости жидкое трение между каплей и средой отсутствует, поэтому из исходной системы можно сразу исключить (6) и два последних условия в (4). Одновременно с этим будут отсутствовать тороидальное вихревое и тороидальное полоидальное колебания, описываемые полевыми функциями $\Psi_2^{(1)}$, $\Psi_2^{(2)}$ и $\Psi_3^{(1)}$, $\Psi_3^{(2)}$, как можно убедиться из уравнений Навье-Стокса (2), если переписать их в виде ($O_\rho = \rho_2/\rho_1$):

$$\frac{\partial \Psi_i^{(1)}}{\partial t} + p^{(1)} \delta_{i1} - \nu_1 \Delta \Psi_i^{(1)} = 0, \quad \frac{\partial \Psi_i^{(2)}}{\partial t} + O_\rho p^{(2)} \delta_{i1} - \nu_2 \Delta \Psi_i^{(2)} = 0, \quad i = 1, 2, 3$$

и при $\nu_1 \rightarrow 0$ учесть, что можно представить $\nu_2 = \nu_1 \frac{\nu_2}{\nu_1} = \nu_1 O_\nu$, где отношение вязкостей среды и капли является конечной величиной, а следовательно, и $\nu_2 \rightarrow 0$. Тогда при $i = 1$ получим выражения для давлений:

$$p^{(1)} = -\frac{\partial \Psi_1^{(1)}}{\partial t} \quad \text{и} \quad p^{(2)} = -O_\rho \frac{\partial \Psi_1^{(2)}}{\partial t}, \quad (9)$$

используемые для последующих вычислений, а при $i = 2, 3$ получим $\frac{\partial \Psi_i^{(1)}}{\partial t} = 0$, $\frac{\partial \Psi_i^{(2)}}{\partial t} = 0$, что и означает отсутствие таких колебаний.

Основными уравнениями для получения единственного возможного вида колебаний – потенциальных, описываемых полевыми функциями $\Psi_1^{(1)}$ и $\Psi_1^{(2)}$ становятся (3) в скаляризованной форме:

$$\Delta \Psi_1^{(1)} = 0, \quad \Delta \Psi_1^{(2)} = 0. \quad (10)$$

Равновесное решение исходной системы имеет вид $\mathbf{u}(\mathbf{r}, t) = 0$, $\xi(\theta, \varphi, t) = 0$ и описывает отсутствие колебаний сферической капли. Если же при малом начальном возмущении поверхности капли полагать, что зависимость от времени текущего возмущения, скорости и полевых функций описывается экспоненциальной зависимостью: $\xi(\theta, \varphi, t) \sim \exp(st)$, $\Psi_1^{(1)}(\mathbf{r}, t) = \Psi_{10}^{(1)}(\mathbf{r}) \exp(st)$, $\Psi_1^{(2)}(\mathbf{r}, t) = \Psi_{10}^{(2)}(\mathbf{r}) \exp(st)$, то из (10) получим $\Delta \Psi_{10}^{(1)}(\mathbf{r}) = 0$, $\Delta \Psi_{10}^{(2)}(\mathbf{r}) = 0$, что с учётом не зависящих от параметров веществ условий (8) даёт тот же вид полевых функций, что и решение при произвольной ν_1 :

$$\begin{aligned}\Psi_1^{(1)}(\mathbf{r}, t) &= \sum_{l=2}^{\infty} \sum_{m=-l}^l C_{lm}^{(1)} r^l Y_l^m(\theta, \varphi) e^{st}, \\ \Psi_1^{(2)}(\mathbf{r}, t) &= \sum_{l=2}^{\infty} \sum_{m=-l}^l C_{lm}^{(2)} r^{-(l+1)} Y_l^m(\theta, \varphi) e^{st}.\end{aligned}\quad (11)$$

Тот же вид остаётся и для представления возмущения:

$$\xi(\theta, \varphi, t) = \sum_{l=2}^{\infty} \sum_{m=-l}^l Z_{lm} Y_l^m(\theta, \varphi) e^{st}. \quad (12)$$

Таким образом, чтобы найти решение системы (1)-(8) в приближении идеальной жидкости, достаточно воспользоваться решениями для произвольной жидкости (11) и (12) и уточнить коэффициенты разложений $C_{lm}^{(1)}$, $C_{lm}^{(2)}$ и Z_{lm} при помощи линеаризованных и скаляризованных граничных условий, отнесённых к невозмущённой поверхности капли $r = 1$.

Так как нормальные компоненты скоростей обеих жидкостей должны быть равны на поверхности раздела, то для поиска связи между $C_{lm}^{(1)}$ и $C_{lm}^{(2)}$ используем скаляризованное кинематическое граничное условие (4), из которого исключены компоненты с $\Psi_3^{(1)}$, $\Psi_3^{(2)}$:

$$\frac{\partial \Psi_1^{(1)}}{\partial r} = \frac{\partial \Psi_1^{(2)}}{\partial r} \quad \text{при } r = 1. \quad (13)$$

Подстановка (11) в (13) и учёт ортогональности сферических функций даёт искомую связь:

$$l \cdot C_{lm}^{(1)} = -(l+1) \cdot C_{lm}^{(2)}. \quad (14)$$

Условие несмешиваемости жидкостей не отличается от получающегося в случае произвольной вязкости капли. Его линеаризованный вид: $u_r \cong \frac{\partial \xi}{\partial t}$ на $r = 1$, скаляризованный:

$$\frac{\partial \Psi_1^{(1)}}{\partial r} = \frac{\partial \xi}{\partial t} \quad \text{при } r = 1, \quad (15)$$

где для удобства записи в левой части выбрана полевая функция в первой среде. Подстановка (11) и (12) в (15) и учёт ортогональности сферических функций даёт второе из уравнений, связывающих искомые коэффициенты разложений для данного случая:

$$l \cdot C_{lm}^{(1)} - s \cdot Z_{lm} = 0. \quad (16)$$

В линеаризованном виде динамического граничного условия (7) для нормальных компонент тензора напряжений

$$p^{(1)} - p^{(2)} - 2 \left[\rho_1 v_1 \frac{\partial u_r^{(1)}}{\partial r} - \rho_2 v_2 \frac{\partial u_r^{(2)}}{\partial r} \right] + p_E + (2 + \hat{L}_\Omega) \xi(\theta, \varphi) = 0 \quad \text{при } r = 1$$

выражение для $u_r = \frac{\partial \psi_1}{\partial r} - \frac{1}{r} \hat{L}_\Omega \psi_3$ примет вид $u_r = \frac{\partial \psi_1}{\partial r}$, при $v \rightarrow 0$ членом с квадратными скобками можно пренебречь, а выражением для p_E , полученным в [3], можно воспользоваться – оно не зависит от вязкости капли:

$$p_E = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon^2} \sum_{l=2}^{\infty} \sum_{m=-l}^l (l-1) Z_{lm} Y_l^m(\theta, \varphi) e^{st}.$$

Тогда получим:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(O_\rho \Psi_1^{(2)} - \Psi_1^{(1)} \right) + p_E + (2 + \hat{L}_\Omega) \xi(\theta, \varphi) = 0,$$

откуда при подстановке (11) и (12) с учётом ортогональности сферических функций и собственных значений угловой части оператора Лапласа $\hat{L}_\Omega Y_l^m = -l(l+1)Y_l^m$ и соотношения (14) получим:

$$C_{lm}^{(1)} \left(s - O_\rho \frac{s \cdot l}{l+1} \right) - Z_{lm} \left[2 - l(l+1) + (l-1) \frac{Q^2}{4\pi\epsilon^2} \right] = 0. \quad (17)$$

Так как в (17) уже учтено уравнение (14), то для нахождения неизвестных коэффициентов достаточно решить систему из двух уравнений (16)-(17) в отличие от случая произвольной вязкости, когда матрица системы имеет размерность 5×5 . Чтобы решение было нетривиальным, необходимо, чтобы определитель этой системы равнялся нулю, что даёт дисперсионное уравнение:

$$s^2 \left(-1 + O_\rho \frac{l}{l+1} \right) + l \left[2 - l(l+1) + (l-1) \frac{Q^2}{4\pi\epsilon^2} \right] = 0. \quad (18)$$

Преобразуя первое слагаемое в квадратных скобках: $2 - l(l+1) = -(l-1)(l+2)$, вынося за скобки $l(l-1)(l+2)$ и убирая знак «минус» за счёт изменения порядка оставшихся в скобках членов, получим

$$s = \pm \sqrt{\frac{l(l-1)(l+2) \left(1 - \frac{Q^2}{4\pi\epsilon^2(l+2)} \right)}{O_\rho \frac{l}{l+1} - 1}}. \quad (20)$$

Можно ввести обозначения: $\alpha_l = 1 - \frac{Q^2}{4\pi\epsilon^2(l+2)}$ [4, с. 38] и $\beta_l = O_\rho \frac{l}{l+1} - 1$. Тогда $s = \pm \sqrt{\frac{l(l-1)(l+2)\alpha_l}{\beta_l}}$. Так как индекс суммирования в (11) и (12) начинается с $l = 2$, то $l(l-1)(l+2) > 0$ и область решений разбивается на части в зависимости от знака α_l/β_l :

а) если α_l и β_l одновременно положительны (т. е. $|Q| > \sqrt{\frac{l+2}{4\pi\epsilon^2}}$ и $O_\rho < \frac{l+1}{l}$) либо отрицательны ($|Q| < \sqrt{\frac{l+2}{4\pi\epsilon^2}}$ и $O_\rho > \frac{l+1}{l}$), то s определяет декремент (отрицательный корень) либо инкремент (положительный корень) экспоненциального колебания, а поскольку оба решения существуют одновременно, то капля является неустойчивой;

б) наоборот, если α_l и β_l разного знака (если плотность капли выше плотности среды, то при $|Q| < \sqrt{\frac{l+2}{4\pi\epsilon^2}}$, а если среда – более плотная, чем капля, то наоборот), то s определяет собственные частоты колебаний свободной поверхности капли.

Критической является величина заряда Q_{kp} , при которой $\alpha_l = 0$; поскольку минимальное значение индекса суммирования $l = 2$, это происходит при $\frac{Q_{kp}^2}{16\pi\epsilon^2} = 1$.

Если капля будет находиться в вакууме, то $\epsilon = 1$ и $\rho_2 = 0$, т. е. $O_\rho = 0$, тогда $\frac{Q_{kp}^2}{16\pi} = W = 1$ (W – критерий Рэлея) и $s = \pm \sqrt{l(l-1)(l+2) \left(1 - \frac{Q^2}{4\pi(l+2)} \right)}$, что совпадает с известным решением для капли идеальной жидкости в вакууме.

Итак, при малом заряде ($W < 1$) капля будет устойчива, если окружающая среда менее плотная; если же заряд велик ($W > 1$), то, помимо сил поверхностного натяжения, капля должна удерживаться в целости более плотной окружающей средой.

Ссылки

1. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 730 с.
2. Григорьев А. И., Лазарянц А. Э. // ЖТФ. 1993. Т. 63, № 10. С. 12–19.
3. Григорьев А. И., Ширяева С. О., Коромыслов В. А. // ЖТФ. 1998. Т. 68, № 9. С. 1–8.
4. Ширяева С. О., Григорьев А. И. Скаляризация векторных краевых задач гидродинамики: монография. Ярославль: ЯрГУ, 2010. 180 с.

УДК 551.594.2: 532.59: 534.1

НОВЫЕ СЛУЧАИ НАБЛЮДЕНИЯ ВЫСОКОЭНЕРГЕТИЧНЫХ ШАРОВЫХ МОЛНИЙ

А. И. Никитин¹, В. Л. Бычков², А. М. Величко, Т. Ф. Никитина

¹Институт энергетических проблем химической физики, им. В.Л. Тальрозе
РАН, г. Москва, Россия
E-mail: anikitin@chph.ras.ru

²Московский Государственный Университет им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия
E-mail: bychvl@gmail.com

1. Введение

Самым загадочным свойством шаровой молнии является её способность аккумулировать в ограниченном объёме большую энергию. Первым документированным случаем наблюдения высокоэнергетичной шаровой молнии принято считать публикацию в газете «The Daily Mail (London)» 5 ноября 1936 года письма редактору под названием «Тайна грозы» [1, с. 7]: «Сэр, во время грозы я видел большой красный горячий шар, спустившийся с неба. Он ударил по нашему дому, перерезал телефонные провода, обжёг раму окна, а затем погрузился в бочонок с водой, который стоял под окном. После этого вода кипела несколько минут, но когда она достаточно остыла для того, чтобы я мог поискать, я не мог в ней ничего найти». Дорстоун, Херефорд. У. Моррис.

Описание случая, опубликованное в газете, стало известным научной общественности благодаря комментариям выдающегося физика и исследователя молний сэра Чарлза Вернона Бойса [1, с. 193]. Это произошло во время дискуссии в Институте электрических инженеров в Лондоне 7 января 1937 года, последовавшей за презентацией обзорной статьи профессора Б. Дж. Гудлета «Молния» [2]. Бойс сказал: «Важность этого наблюдения в том, что впервые, насколько я знаю, была

© Никитин А. И., 2015
© Бычков В. Л., 2015
© Величко А. М., 2015
© Никитина Т. Ф., 2015

приблизительно измерена энергия в красном горячем шаре. Я выяснил, что шар был размером с большой апельсин и в течение 20 минут вода была слишком горяча для того, чтобы мистер Моррис мог опустить в неё руки. Количество воды было около 4 галлонов». В ходе дискуссии профессор Гудлет на основе этих данных определил содержание энергии в шаре. Он принял, что описание нагрева воды мистером Моррисом соответствует увеличению температуры воды до 60°C . Таким образом, если начальная температура была 20°C , то $\Delta\theta = 40^{\circ}\text{C}$. Четыре английских галлона воды имеют массу $m_1 = 18$ кг. Удельная теплоёмкость воды $c = 4200$ Дж·кг⁻¹·К⁻¹, поэтому $\Delta Q = m_1 c \Delta\theta = 3,1$ МДж. После этого он провёл другое вычисление, основанное на предположении, что вся вода нагрелась до 100°C , а масса $m_2 = 1,8$ кг испарилась. Скрытая теплота испарения воды $L = 2,26$ МДж/кг, следовательно, $\Delta Q = m_1 c \Delta\theta + m_2 L = 10$ МДж. Если принять диаметр шара равным 10 см, а энергию – равной 3,1 МДж, то плотность энергии шара может быть определена как $0,6 \cdot 10^{10}$ Дж/м³. Для второго варианта плотность энергии шаровой молнии окажется равной $\rho_E = 1,9 \cdot 10^{10}$ Дж/м³.

Такие высокие плотности энергии невозможно объяснить, если учитывать только энергию ионизации атомов и молекул. Действительно, если предположить, что плотность вещества шаровой молнии сопоставима с плотностью воздуха при атмосферном давлении, то оказывается, что энергия в расчёте на одну молекулу воздуха должна быть не меньше $1,4 \cdot 10^3 - 4,4 \cdot 10^3$ эВ. Эта величина на 2–3 порядка больше энергии ионизации атома или молекулы. В связи с невозможностью дать приемлемое объяснение механизма накопления такой высокой плотности энергии большинство авторов теорий шаровой молнии предпочли объявить результаты оценок, сделанных Гудлетом, недостоверными. Например, Стаханов считает, что «такая энергия вообще не может быть накоплена в электронной оболочке, а возможность накопления энергии шаровой молнии в ядерной форме кажется маловероятной. В силу этих причин возникает подозрение, что оценка Гудлета ошибочна. В самом деле, не исключена возможность того, что "кипение" воды в бочонке было связано не с высокой температурой всей массы воды, а с образованием пузырей пара в местах локального разогрева при низкой средней температуре воды. Правда, очевидец говорил, что даже через несколько минут вода была горячей на ощупь. Но эти ощущения могли быть преувеличены, а действительная температура воды не была измерена» [3].

Однако «природный эксперимент», описанный мистером Моррисом, не был единичным. В августе 1962 года на Украине в Закарпатье вблизи города Перечин в корыто с водой для пойки скота упала шаровая молния размером с теннисный мяч. Вода из корыта почти полностью выкипела, на дне лежали сварившиеся лягушки. Размер корыта был $0,3 \times 2,5$ м, глубина слоя воды была 15 см [4, с. 106]. Приняв, что масса воды в корыте была $m_1 = 112,5$ кг, масса выкипевшей воды была $m_2 = 100$ кг, а нагрев воды происходил от 10°C до 100°C , находим, что энергия, переданная шаровой молнией воде, была равна 269 МДж. Объём теннисного мяча диаметром 6 см равен 113 см³, отсюда плотность энергии «украинской» шаровой молнии составила $\rho_U = 2,38 \cdot 10^{12}$ Дж/м³. Эта плотность примерно в 100 раз больше плотности энергии «английской» шаровой молнии. Причиной этого могла стать ошибка в определении наблюдателем размера шаровой молнии. Если бы её диаметр был равен 28 см, то значение плотности энергии составило бы около $2,4 \cdot 10^{10}$ Дж/м³. «Украинский» случай снимает возражение Стаханова об отсутствии нагрева воды до высокой температуры: «индикатором» высокой температуры воды стали сварившиеся лягушки. Следующее важное событие произошло в июле 1972 года в Венгрии [5]. В полдень во время перерыва на глазах многочисленных рабочих фабрики ярко светящийся шар размером с футбольный мяч упал в яму со 120 литрами воды. Вся вода испа-

рилась. Для нагрева 120 литров воды на 80°C и её испарения необходима энергия 311 МДж. Приняв диаметр шара равным 25 см, находим плотность энергии «венгерской» шаровой молнии $\rho_H = 3,8 \cdot 10^{10}$ Дж/м³. Таким образом, к случаям измерения энергии шаровой молнии с помощью «водяного калориметра» нужно относиться как к достоверным фактам. Ниже мы опишем два новых случая оценки энергии шаровой молнии.

2. Новые случаи наблюдения шаровых молний в России

Шаровая молния на реке Уча

Вот рассказ участника события, инженера Николая Фёдоровича Игнатова, о том, что произошло в июле 1964 года на реке Уча вблизи платформы Мамонтовка в Пушкинском районе Московской области. Рассказчику тогда было 20 лет.

«В то время я был студентом техникума связи. В 4 часа утра я ловил рыбу на реке Уча. Солнце ещё не взошло, погода была ясная, дождя в это утро и накануне вечером не было. В месте рыбалки ширина речки была 20–30 метров. У меня была простая удочка с тростниковым удилищем, с обычной леской и обычным крючком. До описываемого события я успел поймать 5-6 плотвичек, которых держал в железном оцинкованном ведре ёмкостью 10 литров. Ведро было наполнено водой наполовину. Я почувствовал, что рыба съела червяка с крючка. Я вынул леску с пустым крючком из воды и, когда я проносил висящий на леске крючок над кромкой берега (он был на высоте около 1 метра от земли), к нему вдруг "прицепился" светящийся шарик диаметром около 5 сантиметров. Откуда шарик прилетел, я не заметил. Вес грузила с крючком, когда к нему прилепился шарик, не увеличился. Цвета шарика я не помню, он светился чуть ярче люминесцентной лампы, его свет не слепил глаза. Контур шарика был чёткий. Я растерялся и медленно опустил крючок с висящим на нём шариком в ведро с пойманными рыбами. Вода сразу забурлила и зашипела, как это бывает, когда в неё бросают раскалённый камень. Вода кипела ещё несколько минут. Вся рыба сварилась, причём так, как бывает, если её варишь слишком долго: от неё отделилась шкура с чешуёй и вывалились наружу "потроха". При кипении из воды шёл густой пар. Крючок, привязанный к леске, исчез. Леска осталась нетронутой, только слегка укоротилась. От страха неизвестности того, что произошло, я выплеснул остатки воды с рыбой на землю и пришёл в общежитие с пустым ведром. Когда я рассказал моим товарищам о происшествии, они мне не поверили: решили, что я ничего не поймал и оправдываюсь. Пришлось пойти показать им выброшенную сваренную рыбу».

Оценим энергию, которая была внесена шаровой молнией в ведро с пойманной рыбой. Ёмкость стандартного ведра из оцинкованного железа примем равной 10 л. В нём находилось $m_w = 5$ кг воды и $m_f = 0,9$ кг плотвичек (6 рыб со средней массой 150 г). Начальную температуру воды примем равной 20°C. Будем считать удельную теплоёмкость рыбы равной удельной теплоёмкости воды $c = 4,2$ кДж/кг·К. На нагрев воды на $\Delta\theta = 80$ °C до кипения была затрачена энергия $Q_w = c(m_w + m_f) \Delta\theta = 1,98$ МДж. К этому результату следует добавить тепло Q_p , затраченное на нагрев ведра массой $m_p = 1$ кг на $\Delta\theta = 80$ °C. Удельная теплоёмкость стали $c_s = 0,46$ кДж/кг·К, поэтому $Q_p = c_s m_p \Delta\theta = 36,8$ кДж. В результате получаем, что энергия «московской» шаровой молнии оказалась равной $Q_M = Q_w + Q_p = 2$ МДж. Это – нижняя оценка энергии. Очевидец говорил об образовании пара при кипении воды, на что, естественно, была затрачена часть энергии шаровой молнии. Но, поскольку данных о количестве испарённой воды не имеется, мы ничего не можем сказать о величине этой дополнительной энергии. Объём шара диаметром 5 см равен 65 см³, отсюда находим, что плотность энергии в шаровой молнии была не меньше $\rho_M = 3 \cdot 10^{10}$ Дж/м³. Как видим, эта цифра

согласуется со значениями плотности энергии "английской" ($\rho_E = 1,9 \cdot 10^{10}$ Дж/м³) и «венгерской» ($\rho_H = 3,8 \cdot 10^{10}$ Дж/м³) шаровых молний. По-видимому, рыболовный крючок исчез из-за воздействия на него высокочастотного электромагнитного поля, излучаемого шаровой молнией. Об исчезновении металлических предметов (колец, браслетов и т. п.) неоднократно сообщали люди, встречавшиеся с шаровой молнией [4–7]. Возможно, что нагрев воды тоже происходил из-за действия на неё этого электромагнитного излучения.

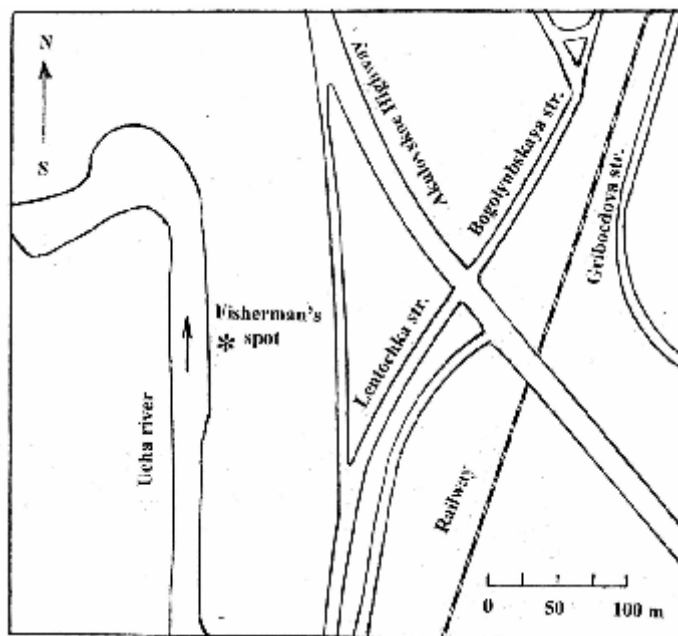


Рис. 1. Карта места события: место нахождения рыбака отмечено звёздочкой

На рис. 1 показана карта места события. Можно видеть, что за спиной рыбака на расстоянии 215 м от него находилось полотно электрифицированной электрической железной дороги, по которой с интервалом 5-10 минут проходили грузовые и пассажирские поезда. По свидетельству очевидца, грозы в это время не было, поэтому не исключена возможность того, что шаровая молния появилась из-за возникновения электрической дуги на токосъёмнике локомотива. Так как это случилось за спиной рассказчика, то он не мог заметить процесса образования и приближения к нему светящегося шара. В литературе имеются описания случаев появления шаровых молний при разрыве контактов силовых энергетических установок, в том числе контактной сети троллейбусов. 18 июня 1981 года жительница Одессы Т. В. Бородинна наблюдала необычную картину: «У троллейбуса, повернувшего на перекрёсток, соскочил бугель. При этом он несколько раз ударил по проводам, вызывая кратковременные замыкания, раздался треск, посыпались искры. Вдруг от общей массы искр отделился круглый яркий шар диаметром 15–20 сантиметров, по цвету и яркости напоминающий дугу электросварки. Шар пересёк проезжую часть дороги на высоте троллейбусных проводов, опустился на провода противоположной троллейбусной линии и стал продвигаться вдоль них со скоростью, несколько большей, чем прежде. Провода были укреплены на столбах с осветительными лампами. По мере того, как шар проходил под лампами, они по очереди вспыхивали. Так шар проплыл мимо 3–4 ламп». [8, с. 107]. Троллейбусы питаются постоянным током силой 200 А при напряжении 500–750 В [9, с. 280]. Таким образом, если предположить, что образование шаровой молнии длилось около одной секунды, то её энергия

могла составить от 100 до 140 кДж. В Советском Союзе электропоезда питались постоянным током напряжением 3300 В. Мощность электровоза была равна 4,4 МВт, мощность моторного вагона электропоезда – 0,88 МВт [10, с. 487]. Таким образом, 2 МДж энергии шаровой молнии могли быть получены ею из дуги между контактным проводом и токосъёмником, длящейся 0,45–2,3 секунды.

Шаровая молния в Бурятии

27 мая 2013 года в 15 часов местного времени шаровая молния разрушила жилой дом, находящийся на окраине села Могсохон Кижингинского района Бурятии [11].

По рассказам очевидцев события, «в тот день ничего не предвещало трагедии. Начался обычный дождь, но вдруг ударил гром такой силы, что прохожие и скот, находившиеся в это время на улице, от испуга пригнулись к земле и побежали в разные стороны. Через минуту после этого с неба спустился яркий светящийся шар, который через крышу проник в дом семьи Баяна Санданова. В доме прогремел оглушительный взрыв. Во время взрыва в доме находилась хозяйка, супруга Баяна, которая убиралась на кухне после обеда. Она оказалась под обломками стены и получила серьёзную контузию, частично потеряв слух. Пострадавшую положили в больницу, в настоящее время её здоровье восстановилось. После взрыва дом находится в критическом состоянии: двери и окна выбиты и отброшены на большое расстояние, упала часть стены, частично разрушена кровля (см. рис. 2 и 3). У многих жителей соседних домов от взрыва шаровой молнии вышла из строя бытовая техника».



Рис. 2. Фотография дома, разрушенного взрывом шаровой молнии



Попробуем оценить энергию шаровой молнии, взорвавшейся внутри дома. Оценку будем проводить на основе определения массы тринитротолуола, взрыв которого приводит к последствиям, подобным тем, которые произошли в селе Могсохон. Согласно руководству по подрывным работам [12, С. 125], для разрушения плоского пакета брёвен вес C (в граммах) контактного заряда (то есть располагаемого непосредственно на подрываемом объекте) определяется по формуле:

$$C = kF, \quad (1)$$

где F – площадь поперечного сечения пакета (в см^2), а коэффициент k определяется видом и состоянием древесины. Для сухой сосны или ели $k = 1$. Примем высоту стены, выпавшей из дома, равной $H = 3$ м. Эта стена сложена из 13 брёвен, отсюда находим толщину бревна $d = 23$ см. Сечение пакета $F = Hd = 6900 \text{ см}^2$. Из формулы (1) при $k = 1$ находим $C = 6,9$ кг тротила. Теплота взрыва тротила равна 4 МДж/кг [9, С. 250], энергия, содержащаяся в 6,9 кг тротила, равна 28 МДж. Если подрыв осуществляется зарядом, находящимся на расстоянии r (м) от деревянной стены, то массу заряда C (кг) можно найти по формуле [12, с. 127]:

$$C = 30kdr^2. \quad (2)$$

Здесь d (м) – толщина бревна. Если заряд находится в центре комнаты размером $4 \times 4 \text{ м}^2$, то при $r = 2,2$ м и $d = 0,23$ м $C = 33$ кг тринитротолуола, что эквивалентно энергии 132 МДж. В сообщении о событии ничего не говорится о размере шаровой молнии. Если принять его равным диаметру «средней» шаровой молнии $D = 30$ см, то плотность энергии «бурятской» шаровой молнии ρ_b составит от $2,1 \cdot 10^9$ Дж/м³ до $9,3 \cdot 10^9$ Дж/м³. Эти цифры – того же порядка, что и значения плотности энергии высокоэнергетических шаровых молний, о которых говорилось выше.

Всё изложенное говорит о том, что шаровая молния является опасным природным явлением. Этот вывод не согласуется с мнением некоторых исследователей о незначительной опасности шаровой молнии. Например, Стенхофф [1, с. 94] считает её не очень опасной, а все разрушения, приписываемые ей, объясняет действием обычных линейных молний.

3. Способы объяснения высокого энергосодержания шаровой молнии

Итак, способность шаровой молнии обладать энергией с плотностью $(1-3) \cdot 10^{10}$ Дж/м³ является экспериментально доказанным фактом и требует объяснения. Более того, решение задачи о возможности накопления в ограниченном объёме большой энергии может сыграть роль ключа в решении всей проблемы шаровой молнии. Почти двухвековая история поиска решения загадки шаровой молнии показывает, что именно игнорирование этого свойства и стремление построить теорию объекта с плотностью энергии на три порядка меньше измеренной, стали причиной тупиковой ситуации при исследовании проблемы шаровой молнии [13]. Попытки свести эту проблему к существованию некоего загадочного резервуара энергии, питающего шаровую молнию по невидимым каналам, оказались бесплодными [14, 15, 16]. Точно так же далеки от реальности предложения считать, что энергия шаровой молнии накапливается в радиоактивных ядрах или имеет своим источником реакцию слияния ядер дейтерия [17, 18, 19]. По нашему мнению, наиболее близкими к реальности можно считать лишь модели, в которых предполагается, что основным резервуаром энергии служит кинетическая энергия частиц вещества шаровой молнии [20]. Однако в этом случае возникает серьёзная проблема создания сил, удерживающих систему движущихся частиц в ограниченной области пространства. Г. К. Дайкхаус

считает, что сила, удерживающая вещество шаровой молнии в ограниченном объёме, может быть создана электронами, сжатыми до большой плотности. Такие электроны способны образовать электронные пары, подчиняющиеся статистике Бозе-Эйнштейна [21]. Фундаментальное свойство бозонов – их стремление занять одно и то же квантовое состояние, следствием этого будет их конденсация и образование вихрей. Согласно Дайкхаусу, это может произойти во время разряда линейной молнии при критической температуре 1844 К, давлении 6,04 МПа и плотности электронов $n_e = 1,27 \cdot 10^{27} \text{ м}^{-3}$ [22]. Неоднородное распределение плотности n_e электронных вихрей внутри шара, происходящее из-за различия температур между центральной и периферической областями шара при постоянстве давления внутри него, должно привести к созданию силы, направленной к центру шара. Эта сила пропорциональна $\nabla \rho^{1/2} / \rho^{1/2}$ [23]. Дайкхаус считает, что радиус электронных вихрей равен Боровскому радиусу $53 \cdot 10^{-12} \text{ м}$ и эти вихри образуют длинные трубки. Вокруг этих трубок по орбитам радиусом около 10^{-7} м вращаются положительные ионы, энергия которых может доходить до 511 кэВ. Число положительных и отрицательных зарядов в этой системе одинаково, поэтому в целом она электронейтральна. Энергия такой шаровой молнии запасается в форме кинетической энергии ионов. Описанная система образуется при разряде линейной молнии. Если шаровая молния при этом получит заряд $Q = 6 \text{ Кл}$, а каждый ион будет обладать энергией $8 \cdot 10^{-14} \text{ Дж}$, то суммарная энергия составит 3 МДж. При диаметре шаровой молнии, равном 10 см, плотность энергии $\rho_w = 5,7 \cdot 10^9 \text{ Дж/м}^3$.

В модели шаровой молнии, разрабатываемой авторами статьи [24–27], её основным свойством наряду с возможностью накопления большой энергии считается наличие у неё нескомпенсированного электрического заряда. Требование наличия положительного заряда автоматически возникает при построении модели динамического электрического конденсатора – элемента ядра шаровой молнии [24, 25]. На первый взгляд наличие нескомпенсированного заряда только усложняет задачу поиска сил, удерживающих вместе компактную энергонасыщенную систему – шаровую молнию. Однако это не так. Действительно, рассмотрим полую сферу с внутренним радиусом R и с оболочкой толщиной a . Поместим внутрь сферы некоторое количество частиц с суммарным зарядом Q . Будем считать, что оболочка не пропускает сквозь себя заряды. Если все заряженные элементы равномерно распределятся по внутренней поверхности оболочки, они будут растягивать её с силой [13, 24, 25]:

$$F_Q = \frac{Q^2}{8\pi\epsilon_0 R^2}. \quad (3)$$

Здесь ϵ_0 – электрическая постоянная, $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$. Если заряды будут двигаться внутри оболочки, а не «сидеть» неподвижно на стенке, то к силе «кулоновского» давления на стенку F_Q добавится примерно равная ей по величине сила «магнитного» давления токов F_m и результирующая сила F_{em} , растягивающая оболочку, станет равной

$$F_{em} = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 R^2}. \quad (4)$$

Теперь обсудим, что произойдёт с оболочкой, если внутри сферы будет находиться электрический заряд Q . Будем считать, что оболочка состоит из диэлектрика, например из молекул воды, а заряд Q находится в центре сферы. В электрическом поле $E = Q/4\pi\epsilon_0 R^2$ этого заряда произойдёт поляризация молекул воды: на внешней стороне оболочки будут расположены положительные концы диполей, а на внутрен-

ней – отрицательные концы. Расстояние между молекулами воды в кристалле льда равно $3 \cdot 10^{-10}$ м, на площади 1 м^2 поместится 10^{19} молекул. Если заряд конца молекулы принять равным заряду электрона $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл, то плотность зарядов на поверхности оболочки будет равна $\sigma = 1,6 \text{ Кл/м}^2$. Цепочка поляризованных молекул воды, длина которой равна толщине оболочки a , представляет собой электрический диполь с моментом $d = ea$. Суммарный дипольный момент всей оболочки с внутренним радиусом R и толщиной a равен $D = 4\pi R^2 \cdot \sigma a$. В неоднородном электрическом поле $E = Q/4\pi\epsilon_0 R^2$ на электрический диполь действует сила F_{sh} , направленная в сторону увеличения напряжённости электрического поля. Величина этой силы пропорциональна произведению градиента электрического поля и момента диполя [27]:

$$F_{sh} = 4\pi R^2 \sigma a \cdot \text{grad} E = -\frac{4\sigma a Q}{\epsilon_0 (2R + a)}. \quad (5)$$

Здесь при определении градиента E для величины радиуса принято значение $R + a/2$. Как видим, сжимающая сила $F_{sh} = A(R, a) \cdot Q$ пропорциональна первой степени величины заряда, а сила, растягивающая оболочку $F_{em} = B(R) \cdot Q^2$, пропорциональна квадрату заряда. Поэтому в области малых величин заряда (от $Q = 0$ до $Q = Q_{max}$) всегда могут создаваться условия, когда сжимающая сила F_{sh} будет больше растягивающей силы F_{em} . На рис. 4 показаны графики зависимости сил F_{em} и F_{sh} от величины заряда Q для сферы с внутренним диаметром $2R = 10$ см и толщиной стенки $a = 1$ см. Можно видеть, что вплоть до $Q = 1,83 \times 10^{-2}$ Кл сила сжатия оболочки превышает силу её растяжения. При величинах заряда, меньших предельного, равновесное состояние системы может поддерживаться благодаря дополнительному давлению на внутреннюю поверхность оболочки носителей заряда, обладающих кинетической энергией. Предположим, что оболочка растягивается центробежной силой объектов с суммарной массой M ,

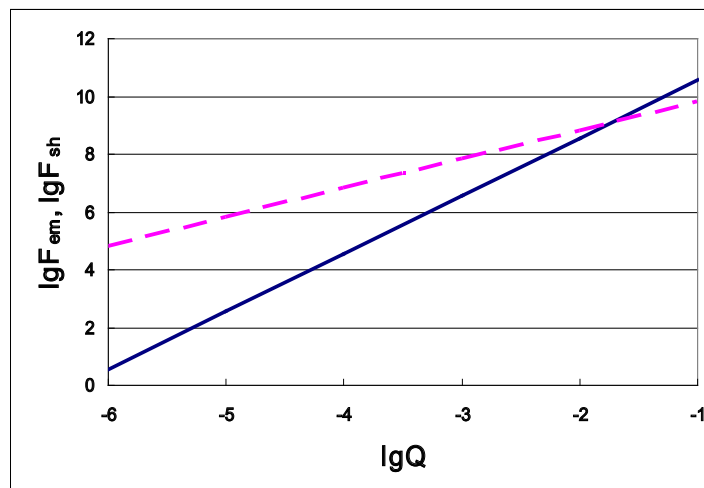


Рис. 4. Зависимость $\lg F_{sh}$ (пунктирная линия) и $\lg F_{em}$ (сплошная линия) от $\lg Q$ при $R = 5$ см и $a = 1$ см:
силы, сжимающие (F_{sh}) и растягивающие (F_{em}) оболочку, измеряются в ньютонах,
заряд – в кулонах

движущихся со скоростью V по круговым орбитам радиуса R . В этом случае сила F_k , растягивающая оболочку из-за движения частиц,

$$F_k = \frac{MV^2}{R} = \frac{2W_k}{R}, \quad (6)$$

где W_k – кинетическая энергия частиц, несущих заряд. Величина силы F_k не зависит от того, движутся частицы хаотически или упорядоченно по круговым орбитам радиуса R [13]. Согласно Рис. 4, для $R = 5 \cdot 10^{-2}$ м и $a = 10^{-2}$ м при значении $Q = 10^{-2}$ С $F_k = F_{sh} - F_{em} = 2,97 \cdot 10^8$ Н. Объем шара с внутренним радиусом 5 см и толщиной стенки 1 см равен $V = 0,9 \cdot 10^{-3}$ м³. Согласно формуле (6), $W_k = (F_k \cdot R)/2$. Таким образом, при $Q = 10^{-2}$ С $W_k = 7,42 \cdot 10^6$ Дж и плотность энергии $\rho_w = 8,25 \cdot 10^9$ Дж/м³. Как видим, плотность кинетической энергии частиц при $Q = 10^{-2}$ Кл приближается к значению плотности энергии высокоэнергетичных шаровых молний ($\rho = 10^{10}$ Дж/м³).

5. Заключение

Представленные в статье новые случаи наблюдения шаровых молний продемонстрировали, что плотность энергии её вещества может превосходить величину 10^{10} Дж/м³. Эта цифра оказалась близкой к другим результатам оценки плотности энергии, описанным в литературе. Таким образом, эти данные следует считать достоверными, а способность запасать большую энергию в ограниченном объеме нужно отнести к основным свойствам шаровой молнии. Наиболее вероятной формой хранения энергии в шаровой молнии является кинетическая энергия частиц, образующих её энергетическое ядро (например, положительных ионов). Показано, что систему движущихся частиц можно удержать внутри оболочки из диэлектрика, если эти частицы будут обладать нескомпенсированным (униполярным) электрическим зарядом. Величина заряда шаровой молнии может составлять от 10^{-7} до 10^{-1} кулона.

Благодарность. Мы благодарим В. И. Куликова за полезное обсуждение результатов взрыва шаровой молнии.

Ссылки

1. Stenhoff M. Ball Lightning. An Unsolved Problem in Atmospheric Physics. New York: Kluwer/Plenum, 1999.
2. Goodlet B. L. IEE Journal, London. 1937. Vol. 81. P. 1.
3. Стаханов И. П. О физической природе шаровой молнии. М.: Научный мир, 1996.
4. Имянитов И., Тихий Д. За гранью законов науки. М.: Атомиздат, 1980.
5. Egely G. Analysis of Hungarian Ball Lightning Observation // Progress in Ball Lightning Research / Ed. A. G. Keul. Proc. VIZOTUM. The Vizotum Project, Salzburg, Austria, 1993.
6. Brand W. Der Kugelblitz: Probleme der Kosmischen Physik. Vol. 2–3. Hamburg: H. Grand, 1923.
7. Bychkov V. L., Nikitin A. I., Dijkhuis G. C. Ball Lightning Investigations // The Atmosphere and Ionosphere. Dynamics, Processes and Monitoring / Eds. V. L. Bychkov, G. V. Golubkov, A. I. Nikitin. Dordrecht: Springer, 2010. P. 201–373.
8. Григорьев А.И. Шаровая молния. Ярославль: ЯрГУ, 2006.
9. Большая Советская Энциклопедия / под ред. Б. Л. Введенского. Т. 43. М.: БСЭ, 1956.
10. Большая Советская Энциклопедия/ под ред. Б.Л. Введенского. Т. 48. М.: БСЭ, 1956.
11. Дугаров Б.-Ц. ЧП в Могсохоне. URL: <http://arigus-tv.ru/news/item/50247/>
12. Руководство по подрывным работам. М.: Военное издательство Министерства обороны СССР, 1963.
13. Никитин А. И. // Вестник РАЕН. 2012. №. 2. С. 19–30.

14. Капица П. Л. О природе шаровой молнии. Эксперимент, теория, практика. М.: Наука, 1987. С. 55–61.
15. Handel P. H. Bull. Am. Phys. Soc. 1975. Series ii. Vol. 20. №. 1. P. 26.
16. Ohtsuki Y. H., Ofuruton H. Nature. 1991. Vol. 350. P. 139–141.
17. Никитин А. И. Химическая физика. 2006. Т. 25. №. 3. С. 18–37.
18. Altschuler M. D., Houste L. L., Hildner E. Nature. 1970. Vol. 228. P. 545–547.
19. Власов А. Н. Наука и жизнь. 2009. №. 7. С. 28–34.
20. Nikitin A. I. // Journ. Russian Laser Research. 2004. Vol. 25. №. 2. P. 169–191.
21. Dijkhuis G. C. Nature. 1980. Vol. 248. P. 150–151.
22. Dijkhuis G. C. State Equation and Phase Diagram for Fractal Growth in Ball Lightning // Environment and Space Electron / Ed. Kikuchi. Tokyo: Springer-Verlag, 1991. P. 535–546.
23. Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. М.: Мир, 1966. Т. 3.
24. Никитин А. И. Электричество. 1998. №. 11. С. 14–23.
25. Никитин А. И. Химическая физика. 2006. Т. 25. №. 3. С. 38–62.
26. Никитин А. И., Величко А. М., Никитина Т. Ф. // Известия РАН. Энергетика. 2008. №. 2. С. 115–132.
27. Калашников С. Г. Электричество. М.: Наука. 1985.

УДК 551.594.2: 532.59: 534.1

РЕДКАЯ ФОТОГРАФИЯ ЧЁТОЧНОЙ МОЛНИИ

А. И. Никитин, А. М. Величко, Т. Ф. Никитина

*Институт энергетических проблем химической физики
им. В.Л. Тальрозе РАН, г. Москва, Россия
E-mail: anikitin@chph.ras.ru*

1. Введение

Чёточная молния – редкое атмосферное явление, происходящее во время гроз [1, 2]. Документальные свидетельства о них (фотографии и видеофильмы) встречаются ещё реже. Обычно на фотографии чёточная молния выглядит как яркий след линейной молнии с тёмными интервалами. В настоящей статье обсуждается фотография необычных разрядов молнии, похожих на фотографии чёточных молний. Разряд молнии такого вида, по нашему мнению, сфотографирован второй раз в мире. Первым можно считать снимок, сделанный в 1931 году во Франции [3]. На фотографии каналы необычных молний имеют вид пунктирных линий с несколькими параллельными штрихами. Мы предполагаем, что такие каналы могли образоваться благодаря существованию в них стоячих электромагнитных волн с длиной волны около 2 метров.

2. Данные наблюдений

На рис. 1 показан снимок, сделанный 31 января 2013 года на Северном Кипре в посёлке Искеле (35,2612404 градусов северной широты и 33,9013946 граду-

© Никитин А. И., 2015

© Величко А. М., 2015

© Никитина Т. Ф., 2015

са восточной долготы) [4]. Автор снимка, Юлия Карабанова, сообщила: «В конце января 2013 года мы жили на Северном Кипре в посёлке Искеле, находящемся между Фамагустой и Богазом, на курорте Цезарь. Наш дом стоял на расстоянии 500–600 метров от моря. Меня заинтересовала необычная погода, редко наблюдаемая в России. В течение нескольких дней над морем были грозы, но почти без дождя и с молниями, бьющими горизонтально, а не сверху вниз, как это бывает в России. 31 января 2013 года в 23.30 местного времени я вышла на лоджию четвёртого этажа нашего дома. Я была очарована видом луны, проглядывающей сквозь быстро летящие облака. Когда луна скрывалась за облаками, становилось совсем темно. Пространство перед домом было свободно от домов, до самого горизонта лежали поля артишока и горчицы, на которых не было уличных фонарей и других источников света. В 500–600 метрах слева от меня было море, а справа – в 4–5 километрах – были горы. Далеко справа на удалении 10 километров была видна цепочка огней вдоль шоссе в Никосию. Самым ярким источником света была луна. Держа камеру в обеих руках, я направила объектив на луну. Когда луна выглянула из облаков, я нажала кнопку затвора фотоаппарата. Неожиданно (в момент нажатия кнопки) раздался громкий треск, и пространство снаружи и внутри камеры оказалось как бы окутанным ярким светом. Я даже подумала, что именно я нажатием кнопки привлекла эту молнию. Этот свет ослепил меня, я закрыла глаза. Отпустив кнопку, я быстро повернулась вокруг левого плеча и, держа камеру перед собой, вбежала в комнату через открытую дверь. Ослеплённая яркой вспышкой, я двигалась в комнату с закрытыми глазами. Во время моего движения ось объектива фотоаппарата была направлена горизонтально – она повернулась на 180° против часовой стрелки.

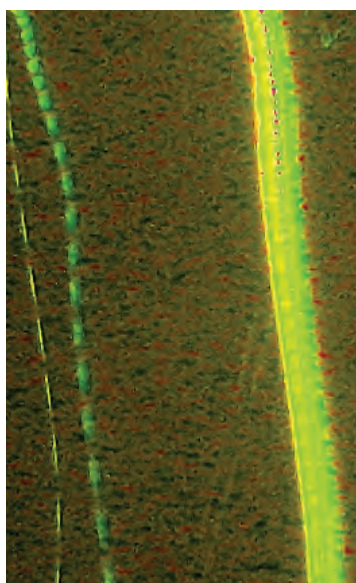


Рис. 1. Фотография молнии, сделанная на Северном Кипре 31 января 2013 года

Таким образом, она прочертила линию вдоль полей перед домом, моря и внутренности комнаты. На этом пути не было источников света: огни вдоль шоссе в Никосию были справа от меня, а свет в комнате (и во всём доме) был выключен. В комнате я долго не могла решиться открыть глаза и включить свет. Перед моими глазами стояло яркое пятно. Когда я, наконец, открыла глаза, я обнаружила, что периферическое зрение не пострадало, я могла видеть боковым зрением. В момент вспышки я испугалась, что моя кожа обожглась и мои глаза сгорели. Од-

нако я не почувствовала никакого тепла, идущего от вспышки. После всего, что случилось, я была счастлива, что камера не взорвалась, а я осталась живой и не обгорела. Слепота была временной, размер яркого пятна перед глазами медленно уменьшился, и оно стало чёрным. Я включила свет и положила камеру на стол. Вблизи камеры не было ни включённой электрической лампы, ни работающего компьютера. Другие электрические приборы в комнате – кондиционер и чайник – тоже были выключены. Долго я не решалась взглянуть на то, что сняла камера, а когда посмотрела – не могла поверить глазам. На кадре была необычная картина и пятно в том месте, где была луна. Но мне показалось, что своими глазами я видела что-то похожее на шаровую молнию. Я просмотрела кадры, снятые до произошедшего события. Все они оказались неповреждёнными».

При съёмке использовалась камера Olympus FE 170, работающая в автоматическом режиме. Согласно ID карте снимка, размер изображения был 2816×2112 пикселей, цветовое представление было sRGB, глубина цвета – 24, фокусное расстояние объектива 6 мм, апертура F/3,1, время экспозиции – 4 секунды. Чувствительность CCD матрицы была 320 ISO. Полученная фотография показана на рис.1, а на рис.2 – увеличенные фрагменты левой (**a**) и центральной (**b**) частей фотографии. На фотографии кроме сплошного следа, идущего из того места, где находилась луна, имеется несколько менее ярких следов в виде пунктирных линий. Для удобства пронумеруем следы слева направо цифрами от 1 до 5. Для следов 1 и 2 отношение длин яркой и тёмной частей приблизительно равно 1. Если принять толщину следа 1 равной условной единице, то толщина следа 2 будет равна 5 единицам, а толщина следа 3 – 17 единицам. След 3 представляет собой 4 параллельные пунктирные линии с толщиной около одной единицы, расстояние между линиями примерно равно 2 условным единицам. Светится весь канал 3, отношение ширины яркой части канала к ширине тёмной части примерно равно 1. Толщина следа 4 в полтора раза больше толщины следа 3 и примерно равна 26 условным единицам. След этот сплошной, не прерывистый. След 5 состоит из трёх параллельных штриховых линий с толщиной 2 условные единицы, расстояния между ними, соответственно, равны 9, 6 и 5,5 условным единицам. Отношение длины яркой части к длине тёмной части в следе 5 примерно равно 1,2. Используя программу ImageJ, мы нашли, что значения яркости следов 1–5 относятся примерно как 1:1:3:5:1.



(a)

(b)

Рис. 2. Увеличенные изображения левой (a) и центральной (b) частей рис. 1

3. Фотографии искусственных источников света

В монографиях по шаровой молнии иногда приводятся примеры штриховых изображений ярких источников света [1, 2, 5]. Анализ этих фотографий показал, что в большинстве случаев источники света представляли собой уличные фонари, питаемые переменным током, а прерывистые линии на фотографиях появились из-за движения фотоаппарата во время экспозиции кадра. На фотографиях, снятых в начале XX века, когда повсеместно использовались лишь лампы накаливания, а светочувствительным элементом была бромо-серебряная фотопластина, эти следы выглядят как прерывистые линии с отношением яркости светлой и тёмной частей штриха около 3 [2, Фиг. 9.3].

На рис. 3 показан снимок луны, сделанный в Москве с помощью цифрового фотоаппарата NIKON COOLPIX P50 в режиме ночной съёмки. Жёлтые окна квартир домов освещены лампами накаливания, питаемыми переменным током напряжением 220 В с частотой 50 Гц, а голубые окна (лестничные клетки) освещены ртутными люминесцентными лампами, питаемыми через электрические дроссели. При съёмке этого пейзажа движущимся фотоаппаратом (см. рис. 3b) изображения источников света превратились в линии. Обратите внимание на то, что эти линии оказались параллельными друг другу. Другой особенностью снимка является то, что изображения следов освещённых окон представляют собой непрерывные линии, а изображения люминесцентных ламп – прерывистые линии. Это происходит несмотря на то, что те и другие лампы питаются переменным током.



(a)

(b)

Рис.3. Вид ландшафта с луной: (a) снят неподвижным фотоаппаратом;
(b) снят при движении оси объектива снизу вверх

На рис. 4 показаны изображения различных источников света, полученные при движении объектива фотоаппарата. Видно, что следы от ламп накаливания и люминесцентной лампы оказались непрерывными, а след от газонаполненной неоновой лампы МТХ-90 оказался прерывистым. Прямые измерения вариации интенсивности света ламп накаливания показали, что она периодически изменяется с частотой 100 Гц, однако глубина модуляции интенсивности не превышает 20 %. Поскольку при съёмке яркого объекта светочувствительная матрица цифрового фотоаппарата работает в режиме переэкспозиции, зависимость отклика сигнала от интенсивности света становится нелинейной. В этом режиме камера неспособна зафиксировать небольшие измене-

ния интенсивности света. В связи с этим возникает вопрос: почему следы изображений уличных фонарей, снятые движущимся фотоаппаратом в 1908 году, когда ещё не было газоразрядных источников света, выглядят как штриховые линии [2, Фиг. 9.3]?



Рис. 4. Фотография различных источников света, сделанная с помощью цифровой камеры NIKON COOLPIX P50 при движении оси объектива сверху вниз: источники света (слева направо): 1) лампа накаливания 6,3 В×0,3 А ($U = 4,2$ В, $P = 0,84$ Вт); 2) неоновая лампа (тиратрон тлеющего разряда МТХ-90) ($U = 175$ В, питание от сети 220 В через резистор $R = 90$ кОм); 3) лампа накаливания 6,3 В×0,3 А ($U = 2,5$ В, $P = 0,30$ Вт); 4) люминесцентная ртутная лампа LPO 3036 с электронным блоком питания; все лампы питаются переменным током с частотой 50 Гц.

На рис. 5 показан снимок уличных фонарей, сделанный в Москве.



Рис. 5. Фотография уличных ламп, полученная при движении камеры. Жёлтые следы – свет натриевых ламп, белые и голубоватые следы – свет люминесцентных ламп, питаемых через электрические дроссели.

Видно, что свет натриевых и люминесцентных ламп оказывается промодулированным с частотой 100 Гц. Отношение максимальных и минимальных значений яркости натриевых ламп равно $1,7 \pm 0,2$, а отношение длин светлой и тёмной частей прерывистого следа ламп равно $3,9 \pm 0,5$. Интенсивность света люминесцентных ртутных ламп изменяется по синусоидальному закону с отношением максимальных и минимальных значений, равным $1,14 \pm 0,02$. Таким образом, яркость свечения газоразрядных ламп в момент минимума тока не падает до нуля (натриевые лампы

не успевают сильно остыть, а в ртутных лампах сохраняется свечение люминофора). На основании представленных фотографий можно сделать следующие выводы: 1) если в поле зрения фотоаппарата одновременно попадёт несколько источников света, то при движении оси объектива их изображения будут иметь вид параллельных линий; 2) если на кадре будут обнаружены линии, не идущие параллельно, то это будет означать, что они были сняты в разное время при наличии в поле зрения фотоаппарата только одного источника света; 3) прерывистые линии при движении фотоаппарата может оставить только свет газоразрядных ламп или светоизлучающих диодов. Следы ламп накаливания оказываются непрерывными.

Проверка достоверности рассказа фотографа

Обсудим возможность того, что фотограф снял не необычный разряд молнии, а изображения источников света, питаемых переменным напряжением. На Кипре используется Британская система электропитания (**British Plug System BS-1363**) напряжением 240 В и частотой 55 Гц. Как мы определили, возможными источниками света при получении фотографии могли быть газоразрядные лампы. Поскольку на снимках рис. 1 и 2 линии не идут параллельно друг другу, естественно считать, что источник света каждой линии был снят отдельно. Оценим время, необходимое для получения изображений линий, показанных на рис. 1. На этой фотографии след **1** состоит из 18 светлых штрихов, длина которых в направлении снизу вверх уменьшается в 2 раза, отношение длины светлой части к длине тёмной части равно 1, а отношение яркостей этих частей равно 2,54. На Кипре электрическая лампа в течение одной секунды «вспыхивает» 110 раз, отсюда находим интервал между соседними вспышками – 0,0091 с. След **1** из 18 штрихов мог получиться, если при съёмке ось объектива фотоаппарата двигалась в вертикальном направлении в течение $\Delta t_1 = 0,0091 \times 18 = 0,164$ с. Если это движение было направлено сверху вниз, то ось объектива двигалась с ускорением. След **2** состоит из 33 одиночных светлых штрихов, длина которых уменьшается в направлении снизу вверх в 6 раз, а отношение длин светлой и тёмной частей штриха приблизительно равно 0,8. Если это, как и для следа **1**, изображение одиночной электрической лампы, то оно было получено при ускоренном движении оси объектива фотоаппарата сверху вниз, а на его получение было затрачено время $\Delta t_2 = 0,0091 \times 33 = 0,30$ с. След **3** представляет собой 4 параллельных штриха с отношением длин яркой и тёмной частей около 1 и с отношением яркостей светлой и тёмной части, равным 1,1. На увеличенном фрагменте фотографии (см. рис. 2а) на отрезке Δx , где уместается 10 штрихов следа **1** или 19 штрихов следа **2**, можно разместить 33 штриха следа **3**. На рис. 1 отношение полной длины следа **3** к длине участка Δx равно 5,16. Если считать, что длина штрихов в следе **3** не меняется на всём его протяжении, находим, что число светлых участков в нём равно $N = 33 \times 5,16 = 170$. Если этот след был создан изображением четырёх близкорасположенных электрических ламп, то на его формирование потребовалось время $\Delta t_3 = 0,0091 \times 170 = 1,54$ с. Теперь обратимся к анализу следа **5**. Если причиной его появления было смещение оси объектива фотоаппарата сверху вниз, то сначала фотоаппарат двигался довольно медленно, потом на некоторое время его движение прекратилось, а потом ускорилось. На длине следа **5** можно насчитать около 90 тройных светлых штрихов. В нижней части следа отношение длин светлой и тёмной частей примерно равно 1,2, а в верхней части следа оно уменьшается до 0,5. Отношение яркостей светлой и тёмной частей следа в нижней части фотографии равно 5,5, а в верхней части оно равно 4,4. Если этот след был образован светом трёх электрических ламп, то на его получение было затрачено время $\Delta t_5 = 0,0091 \times 90 = 0,818$ с. След **4** был оставлен изображением луны. Предположим, что при его полу-

чении ось фотоаппарата двигалась с такой же большой скоростью, как при получении изображения следа **5**. Самые длинные отрезки этого следа расположены в нижней части снимка. Длина отрезка следа **5** из шести ярких штрихов примерно в 8 раз меньше длины следа **4**. Отсюда находим, что на длине следа **4** может уложиться $6 \times 8 = 48$ штрихов следа **5**. Таким образом, след **4** мог получиться за интервал времени $\Delta t_4 = 0,0091 \times 48 = 0,436$ с. Складывая отрезки времени, затраченного на получение изображений следов **1–5**, получаем $\Delta t = 0,164 + 0,30 + 1,54 + 0,436 + 0,818 = 3,26$ с. В результате находим, что «чистое» время съёмки изображений электрических ламп должно было приблизительно равняться времени, в течение которого был открыт затвор фотоаппарата (4 секунды).

Таким образом, совершенно непонятно, как фотограф в условиях жёсткого дефицита времени мог найти время для перенацеливания фотоаппарата на разные источники света, не оставляя при этом на светочувствительной матрице горизонтальных следов ярких объектов. Заметим, что в обсуждаемом нами случае не наблюдается следов, идущих параллельно друг другу. Странно и то, что все следы идут сверху вниз, что нет ни одного следа, идущего в горизонтальном направлении. Это в корне противоречит рассказу Карабановой, которая после яркой вспышки по пути в тёмную комнату двигалась, вращая ось объектива фотоаппарата в горизонтальной плоскости. Непонятно, почему фотоаппарат не зарегистрировал яркую вспышку, а, напротив, зафиксировал изображения источников света, об отсутствии которых явно говорит фотограф (единственным ярким источником света была луна). Как она могла найти время, необходимое для наводки фотоаппарата на четыре разных источника света? Как мы определили, на это у неё оставалось всего $4 - 3,26 = 0,74$ с. Почему «перенацеливание» фотоаппарата происходило таким сложным образом, что при движении оси объектива источники света, снятые раньше, не попали в поле зрения камеры? Непонятно, почему изображения трёх электрических ламп (след **5**) в точке чуть выше максимального сближения следов **5** и **4** не идут параллельно друг другу, а сливаются в тонкую линию. Как мы нашли выше, отношение максимальных и минимальных значений яркости мощных натриевых ламп приблизительно равно 1,7, а для ртутных люминесцентных ламп оно равно 1,14. В то же время для следов **1, 2** и **5** это отношение находится в пределах от 2,54 до 5,5. Для следов **1–3** и **5** отношение длин ярких и тёмных частей штрихов примерно равно 1, тогда как для натриевых ламп это отношение равно 5.

Всё сказанное заставляет считать, что предположение о том, что фотография, показанная на рис. 1, была результатом съёмки искусственных источников света движущейся камерой, несостоятельно. Более предпочтительной является версия, максимально приближенная к рассказу фотографа. Согласно этому рассказу, события могли развиваться следующим образом. После нажатия кнопки затвора камеры её компьютер начал определять и устанавливать фокусное расстояние и время экспозиции. В цифровых камерах этот процесс длится около 0,2 с [5]. В момент начала работы компьютера камеры (при ещё закрытом затворе) произошла вспышка линейной молнии. На фотографии штриховые линии ориентированы вертикально. Возможно, что это была ветвящаяся молния между облаком и землёй, переносящая на землю отрицательный заряд. Вспышка типичной «отрицательной» молнии длится около 0,2 с и содержит 3–5 импульсов (возвратных ударов), следующих через интервал около 30 мс [6, 7]. Возвратный удар длится около 100 мкс. В паузах между возвратными ударами в течение 100 мс через канал молнии обычно течёт постоянный ток силой 100–200 А [2, 6, 7]. Этот ток способен некоторое время поддерживать проводимость плазмы в охлаждающемся канале на достаточно высоком

уровне [8]. Вполне возможно, что в момент открытия затвора камеры (через 0,2 с после нажатия на кнопку затвора) охлаждающийся канал последнего возвратного удара молнии был ещё виден в небе. В момент открытия затвора камера ещё оставалась неподвижной, так как сигнал от мозга, вызванный началом вспышки молнии, не мог дойти до мускулов руки фотографа раньше, чем за 0,2 с [9]. Вспышка молнии заставила фотографа инстинктивно сместить ось объектива фотоаппарата сначала вверх, а потом вниз. При этом изображение луны прочертило след 4. После того как изображение луны вышло из поля зрения камеры, на пути оси объектива не оказалось других источников света. Таким образом, мы можем считать, что след 4 был создан изображением луны, а следы 1–3 и 5 были оставлены реально существовавшими протяжёнными источниками света. Свечение источников света, вызвавших появление следов 1–3 и 5, закончилось до того, как камера начала двигаться. В противном случае эти следы должны были иметь форму, аналогичную форме следа 4.

В описываемом событии вызывает сомнение появление разряда между облаком и землёй в отсутствие явно выраженной грозовой активности. Правда, 31 января 2013 года над аэропортом Ларнака, находящемся в 40 км от места съёмки, была гроза, сменившаяся мелким дождём [10]. Однако малая вероятность развития молнии не означает того, что этот разряд не мог произойти никогда. Например, в литературе описаны случаи наблюдения разрядов молнии при ясном небе [6, 7, 11]. Наблюдаемые следы могут рассматриваться как изображения чёточных молний [1]. Общего мнения о природе чёточных молний пока не сложилось. Согласно [2] «чёточная молния – особый вариант окончания вспышки обычной линейной молнии, когда отдельные части её канала затухают более медленно, чем другие, благодаря тому, что они имеют больший радиус и поэтому более медленно теряют тепло; или они наблюдаются с торца, или они существуют по другим неизвестным причинам». Обратим внимание на то, что согласно этому определению чёточная молния является завершающей фазой вспышки линейной молнии. Возможной причиной образования чёточной молнии может стать неустойчивость канала линейной молнии из-за пинч-эффекта [12]. Это может произойти, если через канал радиусом 1 см будет течь ток не меньше 80 кА. Однако вероятность того, что в реальных молниях могут создаться условия для развития пинч-эффекта, очень мала. В качестве причины образования чёточной молнии также рассматривались сферические дуговые разряды в «отработанном» канале молнии [13]. Высказывались также предположения, что в некоторых случаях в канале молнии могут возникнуть условия для образования стоячих электромагнитных волн [1]. Эти волны могут вызвать модуляцию радиуса плазменного столба и, следовательно, привести к изменению его светимости. В перечисленных моделях чёточной молнии считается, что источником энергии её свечения служит ток разряда линейной молнии. В настоящей статье предлагается альтернативное объяснение природы чёточной молнии. Главной причиной свечения отдельных частей молнии мы считаем возбуждение молекул и атомов энергией высокочастотного радиоизлучения, распространяющегося в охлаждающемся канале молнии, который представляет собой плазменный волновод.

На типичных снимках чёточная молния выглядит как цепь бесформенных светлых пятен или как короткий след из нескольких звеньев [1, 14]. В ряде случаев чёточная молния имеет вид прерывистой линии, состоящей из светлых и тёмных участков [1, 3, 15]. Одну из фотографий [3] мы воспроизвели на рис. 6. Обратим внимание на то, что вид последнего разряда молнии похож на вид следов, показанных на рис. 1 и 2.

5. Обсуждение результатов

Попробуем найти причину появления наблюдаемых прерывистых следов. Предположим, что эти следы созданы чёточной молнией, появившейся после последнего разряда серии возвратных ударов линейной молнии. Это предположение основано на фотографии (рис. 6) и нашем предположении о последовательности событий при фотографировании обсуждаемого снимка (см. п. 4). Как уже говорилось, возвратные удары отрицательной линейной молнии следуют друг за другом через интервал около 30 мс. Во время межкомпонентной паузы к проводящему каналу, созданному предыдущим возвратным ударом, подключается новая порция заряда облака. Затем через канал распространяется стреловидный лидер, после чего через канал

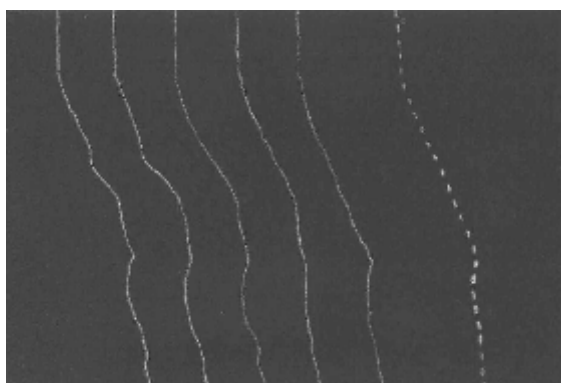


Рис. 6. Фотография шести последовательных разрядов линейной молнии: последний разряд принял форму чёточной молнии [1, 3]

проходит очередной возвратный удар молнии [6, 7, 8]. Во время паузы между возвратными ударами в течение нескольких десятков миллисекунд через канал молнии течёт постоянный ток 100–200 А, поддерживающий величину проводимости канала на уровне, достаточном для прохода следующего стреловидного лидера. Во время обратного удара ток молнии течёт внутри цилиндра радиусом несколько сантиметров, давление в нём равно 10–15 атмосферам, температура поднимается до $3 \cdot 10^4$ К, а плотность электронов увеличивается до 10^{18} см⁻³ [6, 7, 8]. После окончания тока возвратного удара за время около 500 мкс диаметр канала увеличивается в 5 раз, температура в нём падает до 3000–4000 К, а плотность электронов уменьшается до 10^{12} – 10^{13} см⁻³ [8]. После этого канал продолжает расширяться (с меньшей скоростью), а плотность электронов уменьшается. Однако сильному падению плотности электронов препятствует наличие постоянного тока, текущего по каналу. Предположим, что за время, равное интервалу между возвратными ударами (30 мс), плотность электронов не успевает упасть ниже величины, необходимой для развития стреловидного лидера, а диаметр канала увеличивается до 1–2 м. Согласно оценкам, заряд единицы длины канала лидера примерно равен $l_q = 3 \cdot 10^{-7}$ Кл/см [8]. При диаметре канала $D = 100$ см плотность зарядов в нём $\rho_q = 4l_q / \pi D^2 = 3,82 \cdot 10^{-11}$ Кл/см³. Это соответствует плотности электронов $n_e = \rho_q / e = 2,38 \cdot 10^8$ см⁻³. Эту величину можно рассматривать как минимальное значение плотности электронов, при котором ещё возможно развитие возвратного удара. В течение времени, когда канал ещё не успел сильно остыть, плотность электронов в нём будет больше найденных величин, около 10^9 см⁻³. В охлаждающемся канале, через который течёт непрерывный ток, температура максимальна в центре канала (это поддерживает его высокую проводимость), и она уменьшается вдоль радиуса канала. Диэлектрическая проницаемость плазмы ϵ_p (квадрат показателя преломления N_p) в единицах CGSE [16]:

$$\varepsilon_p = N_p^2 = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \nu_m^2} = 1 - \frac{4\pi n_e e^2}{m(\omega^2 + \nu_m^2)}. \quad (1)$$

Здесь $\omega_p = (4\pi n_e e^2/m)^{1/2} = 5,642 \cdot 10^4 (n_e)^{1/2}$ – плазменная частота, n_e – плотность электронов, m – масса электрона, ν_m – частота столкновений электронов с молекулами, а ω – круговая частота волны, распространяющейся в плазме. В плазме могут распространяться только волны с частотами $\omega > \omega_p$. При значениях $n_e = 10^8 - 10^9 \text{ см}^{-3}$ $\omega_p = 5,64 \cdot 10^8 - 1,78 \cdot 10^9 \text{ с}^{-1}$. При температуре $T = 3000 - 4000 \text{ К}$ плотность газа в канале $n_g = 3 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$, что в 10 раз меньше плотности холодного воздуха при атмосферном давлении. При $T = 300 \text{ К}$ газ плотности $n_g = 3 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$ оказывает давление на стенки сосуда $P = 80 \text{ Торр}$. В этом случае частота столкновений электронов с молекулами воздуха $\nu_m = 2,4 \cdot 10^9 P(\text{Торр}) = 1,9 \cdot 10^{11} \text{ с}^{-1}$ [16]. Мы видим, что $\nu_m \gg \omega_p$, поэтому мы можем переписать формулу (1) как $\varepsilon_p = 1 - \omega_p^2/\nu_m^2$. Для $\omega_p = 1,78 \cdot 10^9 \text{ с}^{-1}$ и $\nu_m = 1,9 \cdot 10^{11} \text{ с}^{-1}$ $\varepsilon_p = 1 - 10^{-4} \approx 1$. Это означает, что диэлектрическая проницаемость и показатель преломления плазмы мало отличаются от соответствующих величин для вакуума. Известно, что в протяжённых плазменных структурах возможно распространение электромагнитных волн, подобных тем, которые распространяются в волноводах с металлическими стенками [17]. Такие условия для распространения радиоволн могут создаться в «плазменном волноводе», сформированном в остывающем канале молнии. Максимальное значение длины волны типа E_{01} , электрический вектор которой направлен вдоль оси цилиндрического волновода радиуса a , можно определить по формуле [18]:

$$\lambda_0 = \frac{2\pi a}{\nu_{01}} = 2.615a. \quad (2)$$

Здесь ν_{01} – первый корень уравнения для Бесселевой функции $J_0(x) = 0$. Для волновода радиусом $a = 1 \text{ м}$ $\lambda_0 = 2,615 \text{ м}$ и $\omega = 7,2 \cdot 10^8 \text{ с}^{-1}$. Частота ω должна быть больше плазменной частоты. Это станет возможным, если плотность электронов n_e будет больше $n_{cr} = 1,63 \cdot 10^8 \text{ см}^{-3}$. Как мы нашли, в охлаждающемся канале плотность электронов ($10^8 - 10^9 \text{ см}^{-3}$) может быть больше n_{cr} . Мы видим, что в плазменном волноводе, сформированном в охлаждающемся канале возвратного удара, может распространяться радиочастотное излучение с длиной волны около 2 м. Допустим, что длина канала линейной молнии равна $L_c = 6 \text{ км}$, а время существования тока в канале $t_{ch} = 10^{-2} \text{ с}$ [8]. Время прохождения волны по длине канала можно оценить как $\tau_w = L_c/c = 2 \cdot 10^{-5} \text{ с}$ (здесь c – скорость света). Если волна будет отражаться от концов канала, то за время $t_{ch} = 10^{-2} \text{ с}$ она сможет пройти по каналу $2,5 \cdot 10^6$ раз. В результате может образоваться стоячая волна, например, E_{01n} , в пучностях которой могут создаться условия для возбуждения молекул воздуха. Длина этой волны приблизительно равна 2 м. Эта величина по порядку величины совпадает с длиной светящихся штрихов внутри сфотографированных каналов. В каналах **5** и **3** с тремя и четырьмя параллельными штрихами, возможно, распространяются волны E_{02n} и E_{12n} (см. рис. 7).

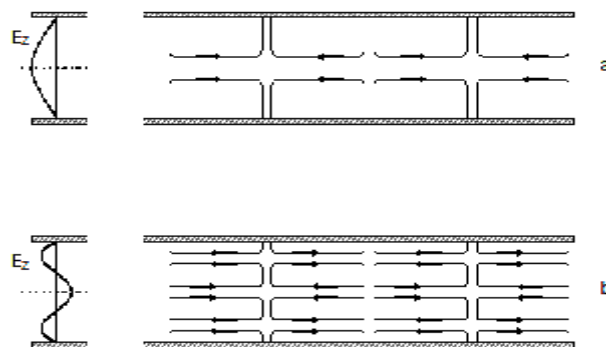


Рис. 7. Силовые линии стоячего электрического поля в цилиндрическом волноводе с типами колебаний E_{01n} (a) и E_{02n} (b)

Заключение

Высказанная здесь гипотеза представляет собой только общую идею о природе образования периодической структуры в канале молнии. Вне сомнения, эта гипотеза нуждается в дискуссии и развитии. Справедливости ради, следует отметить, что идея о возможности распространения радиоволн в канале молнии высказывалась раньше [12]. Однако автор этой идеи говорил о канале возвратного удара молнии и возможности влияния радиоволн на пинч-эффект. Мы же говорим о процессах в охлаждающемся канале молнии, в котором молекулы воздуха возбуждаются энергией электромагнитных волн.

Благодарность. Мы благодарим Ю. И. Карабанову за разрешение использовать её фотографию и А. Ю. Карабанова за обсуждение и помощь в анализе фотографии.

Ссылки

1. Барри Дж. Шаровая молния и чёточная молния. М.: Мир, 1983.
2. Stenhoff M. Ball Lightning. An Unsolved Problem in Atmospheric Physics. New York: Kluwer/Plenum, 1999.
3. Touchet E. Eclair en Chapelet. Bull. Soc. Astron. Fr. 1931. T. 45. P. 84.
4. Google Maps. URL: <https://www.google.ru/maps/place/Caesar+Resort/@35.261493,33.899373,10z/data=!4m3!3m2!1s0x14dfb170dc1e85df:0x894f9e48923e5228!4b1?hl=ru>
5. Steve's Digicams. URL: <http://www.steves-digicams.com/camera-reviews/olympus/fe-170-zoom/olympus-fe-170-zoom-review-5.html>
6. Юман М. Молния. М.: Мир, 1972.
7. Uman M. A. The Lightning Discharge. Orlando, Florida: Academic Press, 1987.
8. Базелян Э. М., Райзер Ю. П. Физика молнии и молниезащиты. М.: Физматлит, 2001.
9. Леонтьев А.Н., Гиппенрейтер Ю.Б. Практикум по психологии. М.: Изд-во МГУ, 1972.
10. Weather underground (2014). URL: <http://www.wunderground.com/history/airport/LCLK/2013/1/31/DailyHistory.html?MR=1>
11. Baskin D. Lightning without Clouds. Bull. Am. Meteorol. Soc. 1952. Vol. 33. P. 348.
12. Uman M. A. Bead Lightning and the Pinch Effect. J. Atmos. Terrest. Phys. 1962. Vol. 24. P. 43–45.

13. Uman M. A., Helstrom W. A. Theory of Ball Lightning. J. Geophys. Res. 1966. Vol. 71. P. 1975–1984.

14. Matthias B. T., Buchsbaum S. J. Pinched Lightning. Nature. 1962. Vol. 194. P. 327.

Бойко Ю. И., Копыт Н. Х. О ПАРАМЕТРИЗАЦИИ РАЗВИВАЮЩЕЙСЯ СИСТЕМЫ.....3

15. Schmauss A. Perlschnurblitz. Phys. Zeit. 1909. H. 10. S. 968.

Бычков В. Л., Шербаков А. С. ШАРОВАЯ МОЛНИЯ С МЕТАЛЛИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКОЙ.....6

16. Райзер Ю. П. Физика газового разряда. Долгопрудный: Интеллект, 2009.

Василяк Л. М., Ветчинин С. П., Печеркин В. Я. МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЗАРЯДА

17. Кондратенко А. Н. Поверхностные и объемные волны в ограниченной плазме. МАКРОСТАТИСТИКА И КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ.....8

Василяк Л. М., Ветчинин С. П., Печеркин В. Я. ВВЕДЕНИЕ В РАДИОФИЗИКУ

ПРИ ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ.....11

Василяк Л. М., Ветчинин С. П., Печеркин В. Я. ДОЛГОЖИВУЩИЕ

ПЛАЗМЕННЫЕ ОБЪЕКТЫ ПРИ ИМПУЛЬСНОМ ПРОБЕ

В ЛАБОРАТОРНЫХ УСЛОВИЯХ.....15

Василяк Л. М., Краснотуб А. В. ИЗМЕРЕНИЯ ПОГЛОЩЕННОЙ ЭНЕРГИИ

ШУНТОМ ОБРАТНОГО ТОКА.....17

Власов А. Н. ПЛАЗМЕННАЯ ЭЛЕКТРОННО-ЛУЧЕВАЯ МОДЕЛЬ

ШАРОВОЙ МОЛНИИ: РЕБРЕНДИНГ, РЕЗУЛЬТАТЫ И ПЕРСПЕКТИВЫ.....21

Гашков М. А., Зубарев Н. М., Месяц Г. А. НЕУСТОЙЧИВОСТЬ РЭЛЕЯ-ПЛАТО

И ФОРМИРОВАНИЕ ЖИДКОМЕТАЛЛИЧЕСКИХ СТРУЙ В КАТОДНОМ ПЯТНЕ

ВАКУУМНОЙ ДУГИ.....25

Григорьев А. И., Колбнева Н. Ю., Ширяева С. О., Артёмова Т. К.

ОБ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ИЗЛУЧЕНИИ ШАРОВОЙ МОЛНИИ.....29

Григорьев А. И., Петрушов Н. А., Ширяева С. О. О НЕКОМПЕНСИРОВАННОМ

ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ЗАРЯДЕ ШАРОВОЙ МОЛНИИ.....43

Гросу Ф. П., Болога Ан. М., Болога М. К., Моторин О. В. ВЛИЯНИЕ ДАВЛЕНИЯ

ГАЗА НА ВОЛЬТАМПЕРНУЮ ХАРАКТЕРИСТИКУ КОРОННОГО РАЗРЯДА.....56

Давыдов Н. Н., Орешкин Д. М., Разумов Д. А., Давыдов Нт. Н.

ИНФОРМАЦИОННО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ МОНИТОРИНГА

ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОЙ АКТИВНОСТИ АТМОСФЕРЫ

В БЛИЗИ ОХРАННЫХ ЗОН.....63

Данилин А. Н., Василяк Л. М., Ветчинин С. П., Ивонин В. В., Панов В. А.,

Печеркин В. Я. ОПТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ОБРАЗОВАНИЯ ИСКР

В ГРУНТЕ.....68

Зубарев Н. М., Кочурин Е. А. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ВСТРЕЧНЫХ УЕДИНЕННЫХ

ВОЛН НА ПОВЕРХНОСТИ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЖИДКОСТИ

В ТАНГЕНЦИАЛЬНОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ.....71

Зубарева О. В., Зубарев Н. М. ТОЧНЫЕ РЕШЕНИЯ ДЛЯ ПРОФИЛЯ ПОВЕРХНОСТИ

СТРУИ ПРОВОДЯЩЕЙ ЖИДКОСТИ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ ПРОВОДНИКОВ С ТОКОМ.....75

Кирко Д. Л. , Егоров И. Д. СВЕЯЩИЕСЯ ОБЛАСТИ ПРИ ВВЕДЕНИИ ВОДЫ В КАПИЛЛЯРНЫЙ И ДУГОВОЙ РАЗРЯДЫ.....	79
Кирко Д. Л., Савелов А. С., Егоров И. Д. СВОЙСТВА РАЗРЯДА В ЭЛЕКТРОЛИТЕ ВО ВНЕШНЕМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ.....	82
Кондратьева А. В., Белоножко Д. Ф. О ВЛИЯНИИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ЗАРЯДА И ТВЕРДОГО ПЛОСКОГО ДНА НА НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ФАРАДЕЯ.....	85
Красночуб А. В. ИМПУЛЬСНЫЙ РАЗРЯД В ВОДЕ И В ВОДНЫХ РАСТВОРАХ ОРГАНИЧЕСКИХ СОЕДИНЕНИЙ.....	87
Очиров А. А., Белоножко Д. Ф. О ХАРАКТЕРЕ ДВИЖЕНИЯ ЧАСТИЧЕК ЖИДКОСТИ ОКОЛО ЗАРЯЖЕННОЙ ГРАНИЦЫ РАЗДЕЛА ДВУХ СРЕД.....	90
Петрушов Н. А., Григорьев А. И., Ширяева С. О. О ЗАКОНОМЕРНОСТЯХ ДВИЖЕНИЯ И ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ШАРОВОЙ МОЛНИИ.....	94
Пешков Д. А., Апороски А. В., Садыков Н. Р. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА УСИЛЕНИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ НА ОСНОВЕ СИСТЕМЫ МАТЕРИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В СРЕДЕ НА ОСНОВЕ НЕВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ НАНОТРУБОК.....	101
Пирозерский А. Л., Михайловский В. Ю. , Недбай А. И., Лебедева Е. Л., Борисов Б. Ф., Хомутова А. С. ДОЛГОЖИВУЩИЕ СВЕЯЩИЕСЯ ОБРАЗОВАНИЯ, ВОЗНИКАЮЩИЕ ПРИ ЭРОЗИОННОМ РАЗРЯДЕ С ЭЛЕКТРОДАМИ ИЗ СПЛАВОВ ОЛОВА.....	105
Савенкова Н. П., Юсупалиев У., Бычков В. Л., Складчиков С. А., Лапонин В. С., Анпилов С. В. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ ПЛАЗМЕННОГО ТОРОИДАЛЬНОГО ВИХРЯ В ВОЗДУХЕ.....	112
Садыков Н. Р., Апороски А. В., Пешков Д. А. АНАЛОГ ИЗЛУЧЕНИЯ ВАВИЛОВА–ЧЕРЕНКОВА В СРЕДЕ НА ОСНОВЕ МАССИВА УДЛИНЕННЫХ НАНОЧАСТИЦ.....	116
Сошников В. Н. ЭВРИСТИЧЕСКАЯ ДИПОЛЬНАЯ ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ШАРОВОЙ МОЛНИИ (ИНФОРМАЦИОННОЕ СООБЩЕНИЕ).....	120
Федоров М. С. НЕЛИНЕЙНЫЕ ПОПРАВКИ К ЧАСТОТАМ ПОВЕРХНОСТНЫХ И ВНУТРЕННИХ ВОЛН В ДВУХСЛОЙНОЙ ЖИДКОСТИ.....	123
Фуров Л. В., Дорожков В. В. ВОЗДЕЙСТВИЕ ДОЛГОЖИВУЩЕГО ПЛАЗМЕННОГО ОБРАЗОВАНИЯ НА МАТЕРИАЛЫ.....	125
Шабанов Г. Д., Крившич А. Г. О НЕКОТОРЫХ НЕОБЫЧНЫХ СВОЙСТВАХ ГАТЧИНСКОГО РАЗРЯДА ПОДТВЕРЖДАЮЩИХСЯ В ПОСЛЕДНИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ.....	129
Ширяева С. О., Григорьев А. И., Ширяев А. А. ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОЕ ПОЛЯ БЕСКОНЕЧНО ТОНКОГО СТЕРЖНЯ КОНЕЧНОЙ ДЛИНЫ, ПОДДЕРЖИВАЕМОГО ПРИ ПОСТОЯННОМ ПОТЕНЦИАЛЕ.....	133
Ширяева С. О., Григорьев А. И., Яковлева Л. С. ГРАВИТАЦИОННЫЕ ВОЛНЫ В МНОГОСЛОЙНОЙ ЖИДКОСТИ.....	139

Ширяева С. О., Завьялов Д. А. КАПИЛЛЯРНО-ГРАВИТАЦИОННЫЕ ВОЛНЫ В ТРЕХСЛОЙНОЙ ЖИДКОСТИ.....	146
Ширяева С. О., Григорьев А. И., Колбнева Н. Ю. ДИПОЛЬНОЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ НЕЛИНЕЙНО-ОСЦИЛЛИРУЮЩЕЙ ЗАРЯЖЕННОЙ КАПЛИ.....	149
Ширяева С. О., Леснугина Д. Е., Петрушов Н. А. НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ПОВЕРХНОСТИ СЛОЯ ЖИДКОСТИ НА СМАЧИВАЕМОМ ПРОВОДЕ.....	160
Ширяева С. О., Артёмова Т. К. НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ПОВЕРХНОСТИ ЗАРЯЖЕННОЙ МАТЕРИАЛЬНОЙ КАПЛИ В НЕПРОВОДЯЩЕЙ МАТЕРИАЛЬНОЙ СРЕДЕ.....	165
Никитин А. И., Бычков В. Л., Величко А. М., Никитина Т. Ф. НОВЫЕ СЛУЧАИ НАБЛЮДЕНИЯ ВЫСОКОЭНЕРГЕТИЧНЫХ ШАРОВЫХ МОЛНИЙ.....	169
Никитин А. И., Величко А. М., Никитина Т. Ф. РЕДКАЯ ФОТОГРАФИЯ ЧЁТКОЙ МОЛНИИ.....	178

Научное издание

**Волновая электрогидродинамика
проводящей жидкости.
Долгоживущие плазменные образования
и малоизученные формы
естественных электрических разрядов
в атмосфере**

*Материалы XI Международной конференции
04–07 июля 2015 года
Ярославль, ЯрГУ им. П. Г. Демидова*

Редактор Л. Н. Селиванова
Верстка Половковой Е. Б.

Подписано в печать 05.06.2015. Формат 60×84 ¹/₈.
Усл. печ. л. 22,32. Уч.-изд. л. 10,85.
Тираж 40 экз. Заказ

Оригинал-макет подготовлен
в редакционно-издательском отделе ЯрГУ.

Отпечатано в типографии ООО «Филигрань».
г. Ярославль, ул. Свободы, д. 91.
Тел. (4852) 982705,
pechataet@bk.ru